# Estructura de la Materia 1

(Verano 2022 - Daniel Gómez)

**Guía 7**: Flujos compresibles

1. Considere un gas ideal politrópico con ecuación de estado $p\rho^{-\gamma} =$ constante, en reposo con densidad $\rho_0$ y presión $p_0$.

   (a) Realice pequeñas perturbaciones unidimensionales

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \delta v(x,t)\hat{x}, \\ \rho &= \rho_0 + \delta\rho(x,t), \\ p &= p_0 + \delta p(x,t), \end{aligned}$$

   en las ecuaciones de Euler y de continuidad, para obtener ecuaciones de ondas para las variables perturbadas,

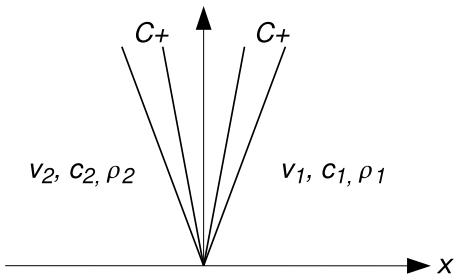
$$\frac{\partial^2 \delta v}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \delta v}{\partial x^2}\,, \qquad \frac{\partial^2 \delta \rho}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \delta \rho}{\partial x^2}.$$

   (b) Muestre que la velocidad del sonido está dada por

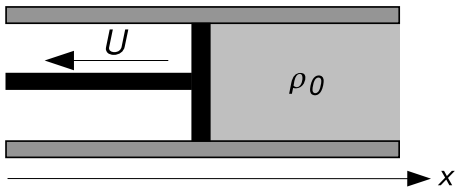
$$c = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}}.$$

2. Considere dos estados constantes de un gas ideal politrópico conectados por una onda de rarefacción $\Gamma_-$ como se muestra en la figura. Muestre que los estados constantes están relaciónados por

$$v_2 - \frac{2}{\gamma - 1} c_2 = v_1 - \frac{2}{\gamma - 1} c_1$$




3. Un gas ideal politrópico ($p = A\rho^\gamma$) con densidad inicial $\rho_0$, está en reposo en un tubo infinito, cerrado en uno de sus extremos por un pistón. A $t = 0$ el pistón comienza a moverse hacia afuera con velocidad $-U$ constante.




   (a) Realice un diagrama de curvas características en el plano $(x, t)$.

(b) Identifique las regiones en el plano $(x, t)$ que corresponden a estados constantes y a ondas simples.

(c) Halle $v(x, t)$ y $\rho(x, t)$ y grafique para diferentes tiempos.

4. Un gas a presión $p_0$ ocupa un tubo semi-infinito ($x > 0$) terminado en una válvula. A $t = 0$ la válvula se abre y el gas fluye al medio externo a presión $p_e$ ($p_e < p_0$). Determine el flujo resultante en el interior del tubo.

5. Un tubo infinito está dividido por un pistón trabado en $x = 0$. De un lado ($x < 0$) hay inicialmente un gas ideal politrópico a presión $p_0$, y del otro vacío. A $t = 0$ se libera el pistón. Determine la ecuación de movimiento del pistón y su velocidad en función del tiempo.

6. Considere la configuración del problema 3, pero ahora en el caso en que el pistón se mueve hacia adentro con velocidad $U$ constante.

   (a) Realice un diagrama de curvas características en el plano $(x, t)$.

   (b) Identifique en el diagrama la formación de la onda de choque.

   (c) Halle $v(x, t)$ y $\rho(x, t)$ y grafique para diferentes tiempos.

7. A través de un tubo semi-infinito terminado en una válvula fluye un gas a temperatura $T_0$, presión $p_0$ y velocidad $v_0$. A $t = 0$ se cierra subitamente la válvula y una onda de choque se propaga corriente arriba. Calcule la velocidad del frente de choque, y la presión y temperatura del gas detrás de dicho frente.

8. Un avión supersónico se mueve a 300 km/h a una altura en la que la presión atmosférica es $0,5$ atm y la temperatura 250 K. Si se forma un choque normal en el frente del avión, ¿cuál es la temperatura y cuál es la presión inmediatamente detrás del choque?

9. En un gas en reposo a presión $p_0$ y temperatura $T_0$ se propaga una onda de choque con número de Mach $M$. Dicha onda incide normalmente sobre una pared rígida y se refleja. Determine el estado del gas inmediatamente detrás del choque reflejado (es decir, del gas entre la pared y el choque reflejado).