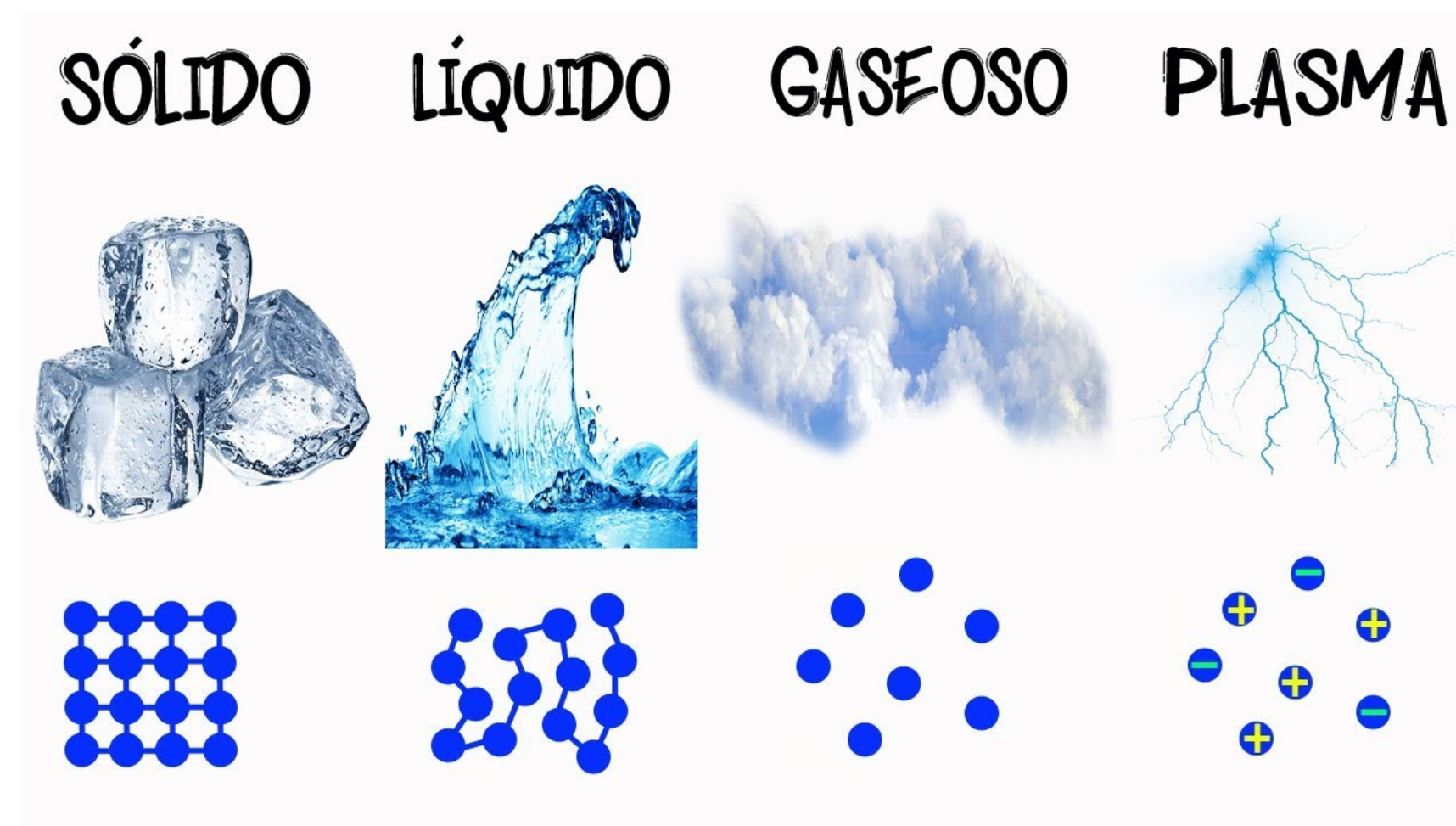


Estructura de la materia 1 (1er cuatrimestre 2023)

- Bienvenidxs a la materia!
- Por favor inscribanse en SIU Guaraní si no lo hicieron >>> Esperen la reapertura.
- Miren la página de la materia por horario, guías, cronograma y novedades: <http://materias.df.uba.ar/edlm1a2023c1/>
- Las teóricas son MIERCOLES de 17 a 20 con 5' de intervalo en el medio.
- Utilicen el email de los docentes para consultas fuera del horario de clases.
- La evaluación de TPs se realiza a través de dos parciales (12-MAY y 07-JUL) con sus recuperatorios (14 y 21 JUL)

Estados de la materia

Existen tres o tal vez cuatro estados de la materia, que podemos clasificar de acuerdo al comportamiento de dos propiedades geometricas durante la evolucion: su **volumen** y su **forma**.



FORMA	✓	✗	✗	✗
VOLUMEN	✓	✓	✗	✗



Para un dado material, su estado no es inmutable, sino que puede variar, por ejemplo, con la temperatura.

Esta clasificacion es claramente indicativa y para nada rigurosa ni exhaustiva.

FLUIDO = liquido / gas / plasma

Porque estudiar dinámica de fluidos?



Oceanografía:

Corrientes oceánicas.
Mareas. Ondas de superficie.

Ingeniería: Energía
hidráulica, eólica,
mareomotriz. Petróleo.
Aerodinámica.

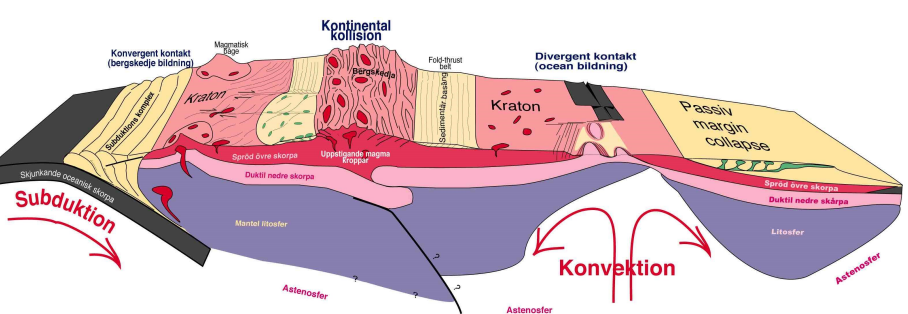
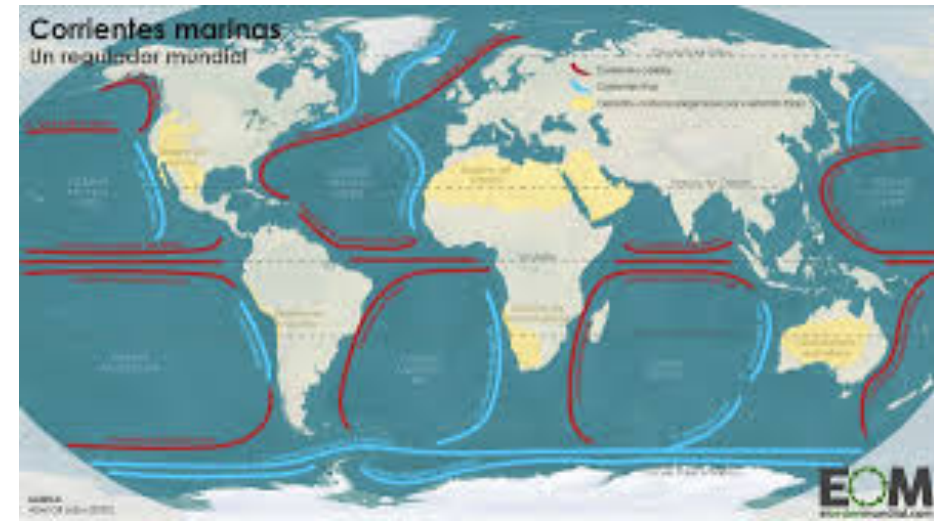
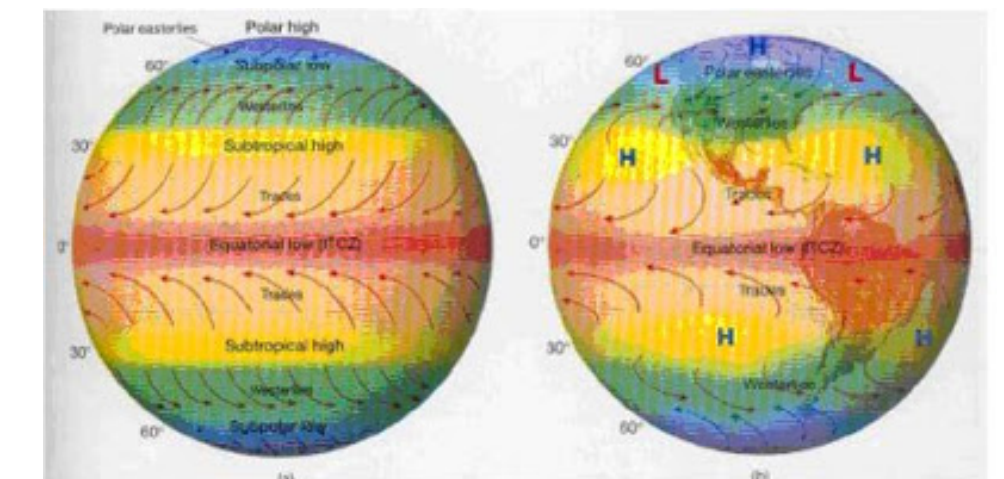
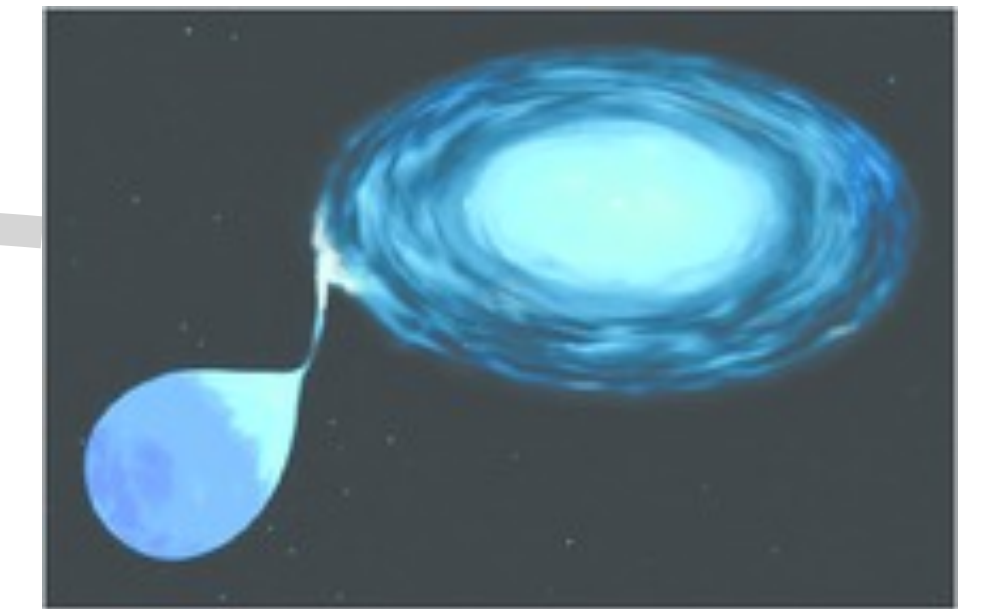
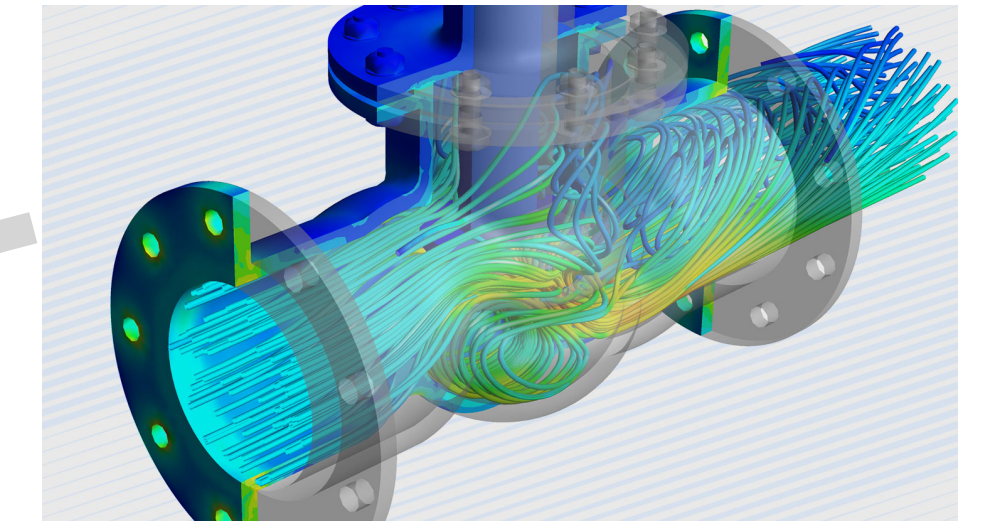
Astrofísica: Física espacial. Discos de acreción. Jets. Vientos estelares. Supernovas.

Meteorología:

Presión. Vientos.
Ciclones. Huracanes.

Biología: Flujo
sanguíneo.
Respiración.
Microfluidica.

Geología: Dinámica de placas. Volcanes. Prospección de petróleo.



Modelo de medio continuo

- Para describir teóricamente el movimiento de fluidos, los suponemos formados por átomos y/o moléculas, modeladas como **partículas**. Suponemos que el fluido llena densamente una porción del espacio a razón de **n** partículas por unidad de volumen.
- Definimos el **elemento de fluido** como una porción mucho mas pequeña que el sistema, pero a la vez suficientemente grande como para contener muchísimas partículas.

Definimos la densidad de partículas como:

$$n(\underline{r}, t) = \lim_{l \rightarrow 0} \frac{N}{l^3}$$

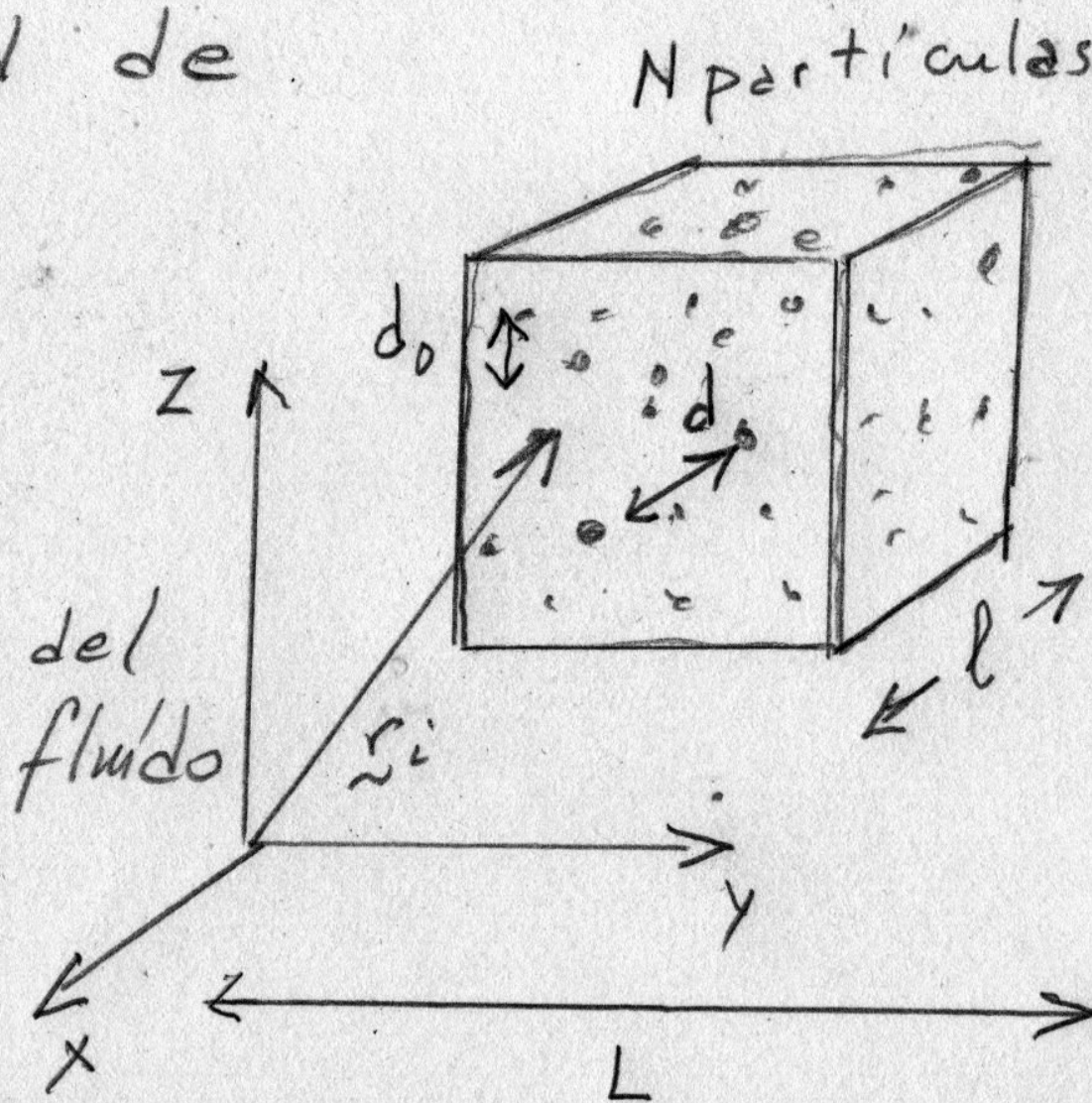
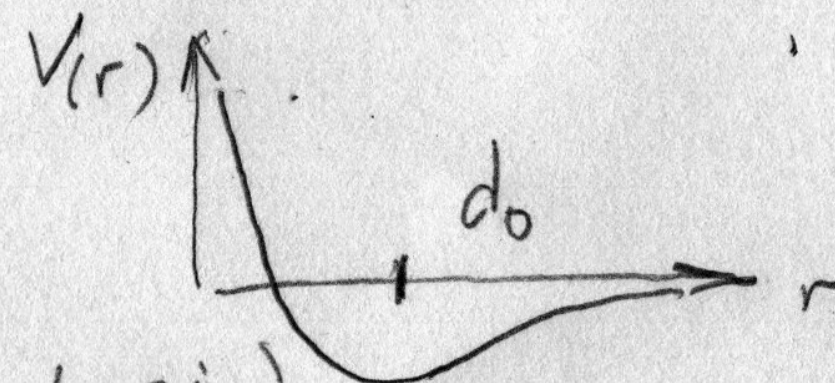
$$\underline{r} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \underline{r}_i : \text{posición del elemento de fluido}$$

Identificamos cuatro longitudes características:

(d_0) Longitud de interacción molecular

$$d_0 \approx 1 \text{ \AA} = 10^{-10} \text{ m}$$

Potencial de interacción genérico (Lennard-Jones p.ej.)



(d) Separación media entre partículas

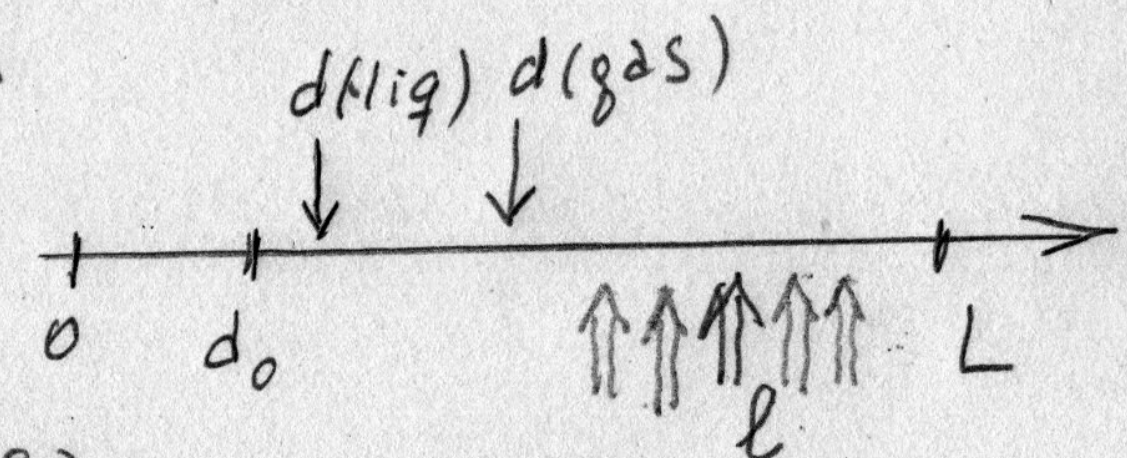
$$d \approx n^{-1/3}$$

- En líquidos (y sólidos) $d \approx d_0$
- En gases $d \gg d_0$

(l) Elemento de fluido (E.F.)
Lo elegimos nosotros

(L) Tamaño del sistema

Como elegimos "l"?



Ejemplo: el aire que nos rodea

$$d_0 = 10^{-10} \text{ m}$$

$$n = 2 \cdot 10^{25} \text{ m}^{-3}$$

$$d = n^{-1/3} \approx 4 \cdot 10^{-9} \text{ m}$$

$$L \approx 3 \text{ m}$$

Hay un amplio margen para elegir l

$$4 \cdot 10^{-9} \text{ m} \ll l \ll 3 \text{ m}$$

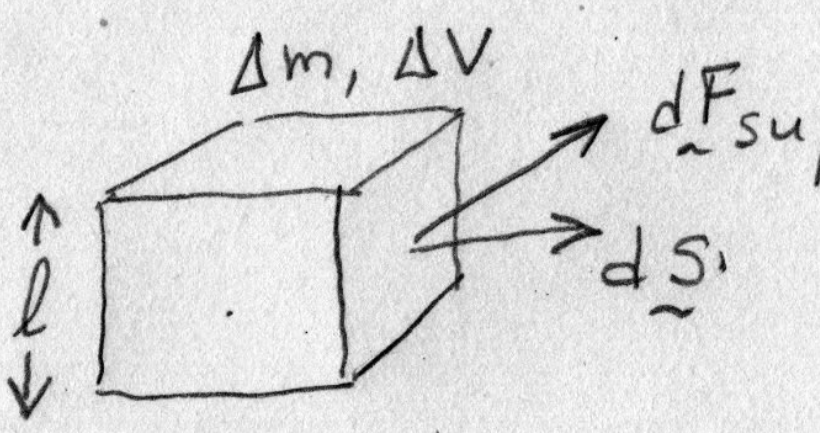
Ecuación de movimiento

Una vez definido "ℓ", el objetivo es escribir la ecuación de movimiento para un E.F. genérico. Para ello, distinguimos dos tipos de interacciones según su alcance ℓ_F

$$\text{Fuerzas} \begin{cases} \text{largo alcance } (\ell_F \gg \ell) \begin{cases} \text{gravitatoria} \\ \text{E.M.} \\ \text{inerciales} \end{cases} \begin{cases} \Delta \underline{F} = \Delta m \underline{f} \\ \Delta m = \rho \Delta V \quad \underline{f} = \frac{\text{fuerza}}{\text{masa}} \end{cases} \\ \text{corto alcance } (\ell_F \ll \ell) \begin{cases} \text{moleculares} \end{cases} \Delta \underline{F}_{\text{sup}} = \oint \underline{\sigma} \cdot d\underline{S} \end{cases}$$

NOTA 1: Las interacciones de corto alcance se extinguen en la superficie del E.F. $\Rightarrow d\underline{F} \propto d\underline{S}$

NOTA 2: La relación de proporcionalidad más general entre dos vectores, es a través de un tensor de rango 2.

$$d\underline{F}_{\text{sup}} = \underline{\sigma} \cdot d\underline{S} \rightarrow \Delta \underline{F}_{\text{sup}} = \oint \underline{\sigma} \cdot d\underline{S}$$


La ecuación de Newton para un E.F. genérico:

$$\Delta m \cdot \underline{f} + \oint \underline{\sigma} \cdot d\underline{S} = \Delta m \underline{a}$$

Por el teorema de la divergencia:

$$\oint \underline{\sigma} \cdot d\underline{S} = \int dV \underline{\nabla} \cdot \underline{\sigma} \xrightarrow{\Delta V \rightarrow 0} \Delta V \underline{\nabla} \cdot \underline{\sigma} = \frac{\Delta m}{\rho} \underline{\nabla} \cdot \underline{\sigma}$$

Entonces, la ecuación de movimiento por unidad de masa:

$$\underline{f} + \frac{1}{\rho} \underline{\nabla} \cdot \underline{\sigma} = \underline{a}$$

donde $\underline{f} = \underline{f}(\underline{r}, t)$, $\underline{\sigma} = \underline{\sigma}(\underline{r}, t)$, $\rho = \rho(\underline{r}, t)$ y $\underline{a} = \underline{a}(\underline{r}, t)$.

NOTA 3: Las fuerzas de corto alcance NO son nuevas, se corresponden con fuerzas de contacto como la normal $\underline{N}$ ($\parallel d\underline{S}$) o el rozamiento $\underline{R}$ ($\perp d\underline{S}$).

NOTA 4: Lo novedoso es que cada E.F. está siempre rodeado de otros E.F. que le ejercen fuerzas a través de $\underline{\sigma}(\underline{r}, t)$.

Tensor de esfuerzos

El tensor de esfuerzos representa las fuerzas de contacto con E.F. vecinos. Como toda fuerza de contacto, NO es dato a priori, es una incógnita del problema. Veamos sin embargo que el tensor de esfuerzos debe ser simétrico.

El torque de fuerzas de contacto sobre un E.F.

$$\Delta \underline{M} = \oint_{S_{\Delta V}} \underline{r} \times \underline{\sigma} \cdot d\underline{S} \sim l^3 \quad \underline{\sigma}(\underline{r}, t) \approx \text{cte en } \Delta V$$

El torque es igual a $\underline{I} \cdot \underline{\gamma}$ donde el tensor de inercia $I_{ij} = \int_{\Delta V} d^3r \rho (r^2 \delta_{ij} - r_i r_j) \sim l^5$ $\rho(\underline{r}, t) \approx \text{cte}$

$$\text{Entonces } \underline{\gamma} \sim \frac{\underline{M}}{\underline{I}} \sim \frac{l^3}{l^5} \sim \frac{1}{l^2} \xrightarrow{l \rightarrow 0} \infty$$

Excepto que $\Delta \underline{M} = 0$

Mostremos que $\underline{M} = 0 \quad \forall \Delta V \iff \underline{\sigma} \text{ simétrico}$

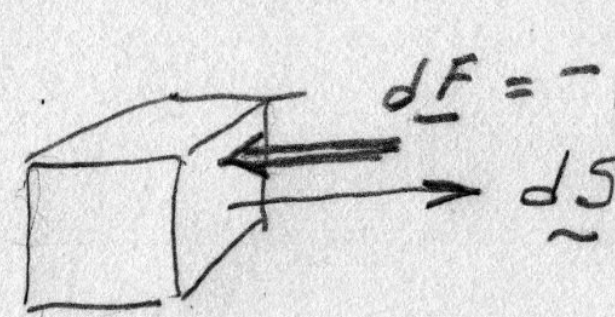
$$\begin{aligned} \Delta M_i &= \oint_{S_{\Delta V}} \epsilon_{ijk} r_j \sigma_{kl} dS_l = \int_{\Delta V} d^3r \partial_l (\epsilon_{ijk} r_j \sigma_{kl}) = \\ &\quad \text{T.Div.} \\ &= \int_{\Delta V} d^3r \epsilon_{ijk} \delta_{jl} \sigma_{kl} = \int_{\Delta V} d^3r \epsilon_{ijk} \sigma_{kj} \end{aligned}$$

$$\text{Si } \sigma_{jk} = \sigma_{kj} \iff \Delta \underline{M} = 0, \quad \forall \Delta V$$

NOTA: Es decir que $\underline{\sigma}$ tiene solo 6 incógnitas.

Modelo de fluido ideal

Fluido ideal $\longrightarrow \underline{\sigma}$ isótropo $\longrightarrow \underline{\sigma} = -p \underline{1}$

$p(\underline{r}, t)$: presión 

El modelo consiste en despreciar fuerzas de fricción (viscosidad) y considerar solo fuerza normal.

Para flúidos ideales la ecuación de movimiento es $\underline{a} = \underline{f} - \frac{1}{\rho} \underline{\nabla} p$

Hidrostatica

En situaciones en las cuales el fluido puede considerarse en reposo:

$$\underline{u}(\underline{r}, t) = 0, \forall \underline{r}, t \rightarrow \underline{a}(\underline{r}, t) = 0$$

Entonces:

$$0 = \underline{f} - \frac{1}{\rho} \underline{\nabla} p \quad \text{Ecuación de equilibrio hidrostático}$$

Veamos dos ejemplos sencillos.

Ejemplo 1: Pileta con agua

El agua se encuentra en reposo.

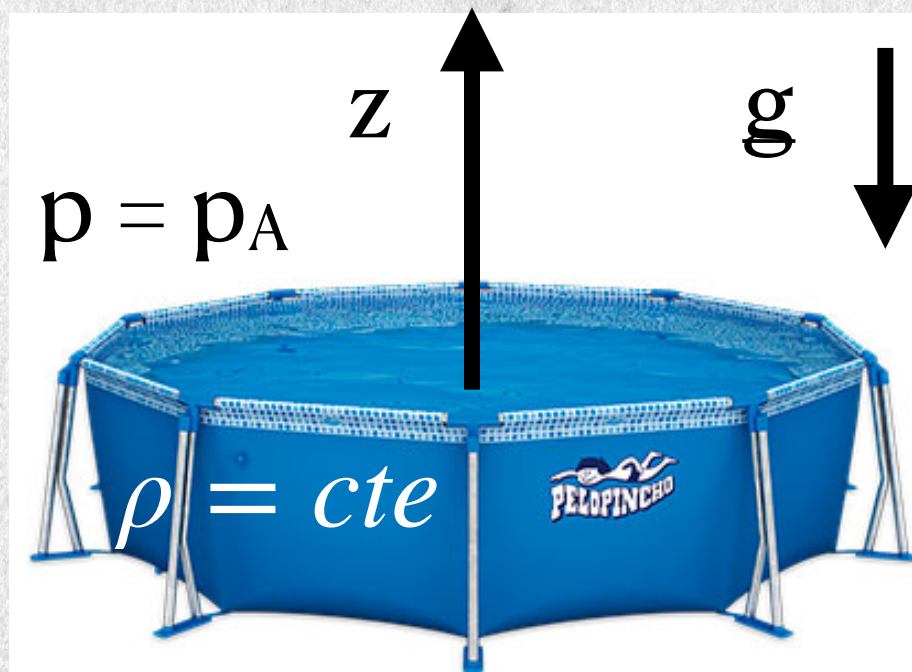
$$p = \text{cte} (\forall \text{ líquido})$$

$$\underline{f} = -g \hat{z}$$

$$-g \hat{z} = -\frac{1}{\rho} \underline{\nabla} p \rightarrow \underline{\nabla}_{\perp} p = 0$$

$$-g = -\frac{1}{\rho} \partial_z p \rightarrow p = \text{cte} - \rho g z$$

$$p(z=0) = p_A \rightarrow p = p_A - \rho g z$$



Ejemplo 2: Atmósfera isotérmica

- El aire sobre la pileta es otro fluido, también en reposo.

- Suponemos un gas ideal (y también un fluido ideal) e isotérmico, de modo que

$$p = \frac{\rho k_B T_0}{m_M}$$

m_M : masa molecular media

$$k_B = 1.38 \times 10^{-16} \frac{\text{erg}}{\text{K}}; \text{ Boltzmann}$$

$$T_0 = \text{cte}$$

- La presión del aire cerca del piso es la llamada presión atmosférica

$$p_A = 1013 \text{ hPa} \quad p_A = \frac{N}{m^2}$$

$$-g = \frac{1}{\rho} \partial_z p = \frac{k_B T_0}{m_M} \frac{\partial_z p}{p}$$

$$\therefore p(z) = p_A e^{-z/H} \quad H = \frac{k_B T_0}{m_M g}$$

$$p(z) = p_A e^{-z/H}$$

escala de alturas