

Estructura de la Materia 1

(Primer Cuatrimestre 2023 - Daniel Gómez)

Guía 7: Flujos compresibles

1. Considere un gas ideal politrópico con ecuación de estado $p\rho^{-\gamma} = \text{constante}$, en reposo con densidad ρ_0 y presión p_0 .

(a) Realice pequeñas perturbaciones unidimensionales

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \delta v(x, t)\hat{x}, \\ \rho &= \rho_0 + \delta\rho(x, t), \\ p &= p_0 + \delta p(x, t), \end{aligned}$$

en las ecuaciones de Euler y de continuidad, para obtener ecuaciones de ondas para las variables perturbadas,

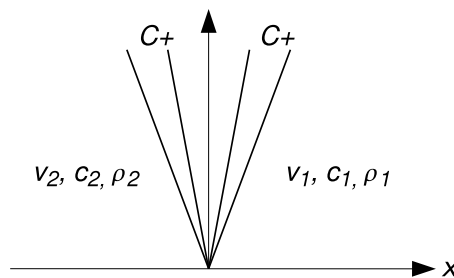
$$\frac{\partial^2 \delta v}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \delta v}{\partial x^2}, \quad \frac{\partial^2 \delta \rho}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \delta \rho}{\partial x^2}.$$

(b) Muestre que la velocidad del sonido está dada por

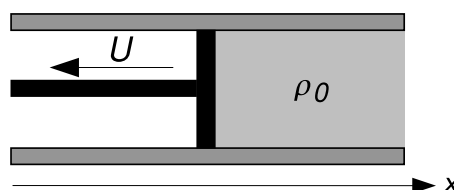
$$c = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}}.$$

2. Considere dos estados constantes de un gas ideal politrópico conectados por una onda de rarefacción Γ_- como se muestra en la figura. Muestre que los estados constantes están relacionados por

$$v_2 - \frac{2}{\gamma - 1}c_2 = v_1 - \frac{2}{\gamma - 1}c_1$$



3. Un gas ideal politrópico ($p = A\rho^\gamma$) con densidad inicial ρ_0 , está en reposo en un tubo infinito, cerrado en uno de sus extremos por un pistón. A $t = 0$ el pistón comienza a moverse hacia afuera con velocidad $-U$ constante.



(a) Realice un diagrama de curvas características en el plano (x, t) .

- (b) Identifique las regiones en el plano (x, t) que corresponden a estados constantes y a ondas simples.
- (c) Halle $v(x, t)$ y $\rho(x, t)$ y grafique para diferentes tiempos.
4. Un gas a presión p_0 ocupa un tubo semi-infinito ($x > 0$) terminado en una válvula. A $t = 0$ la válvula se abre y el gas fluye al medio externo a presión p_e ($p_e < p_0$). Determine el flujo resultante en el interior del tubo.
5. Un tubo infinito está dividido por un pistón trabado en $x = 0$. De un lado ($x < 0$) hay inicialmente un gas ideal politrópico a presión p_0 , y del otro vacío. A $t = 0$ se libera el pistón. Determine la ecuación de movimiento del pistón y su velocidad en función del tiempo.
6. Considere la configuración del problema 3, pero ahora en el caso en que el pistón se mueve hacia adentro con velocidad U constante.
- (a) Realice un diagrama de curvas características en el plano (x, t) .
- (b) Identifique en el diagrama la formación de la onda de choque.
- (c) Halle $v(x, t)$ y $\rho(x, t)$ y grafique para diferentes tiempos.
7. A través de un tubo semi-infinito terminado en una válvula fluye un gas a temperatura T_0 , presión p_0 y velocidad v_0 . A $t = 0$ se cierra subitamente la válvula y una onda de choque se propaga corriente arriba. Calcule la velocidad del frente de choque, y la presión y temperatura del gas detrás de dicho frente.
8. Un avión supersónico se mueve a 300 km/h a una altura en la que la presión atmosférica es 0,5 atm y la temperatura 250 K. Si se forma un choque normal en el frente del avión, ¿cuál es la temperatura y cuál es la presión inmediatamente detrás del choque?
9. En un gas en reposo a presión p_0 y temperatura T_0 se propaga una onda de choque con número de Mach M . Dicha onda incide normalmente sobre una pared rígida y se refleja. Determine el estado del gas inmediatamente detrás del choque reflejado (es decir, del gas entre la pared y el choque reflejado).