Suponemos estacionario; irrotacional; $\rho = cte$ e inicialmente $\bar{v} = 0$

$\bar{\nabla}\times\bar{v} = 0 \Rightarrow \bar{v} = \bar{\nabla}\phi$ y $\bar{\nabla}\phi = \bar{\nabla}(v\cdot s)$

$v = \dfrac{\partial\phi}{\partial z}$

sección 4.1 apunte de Fernando

por otro lado:

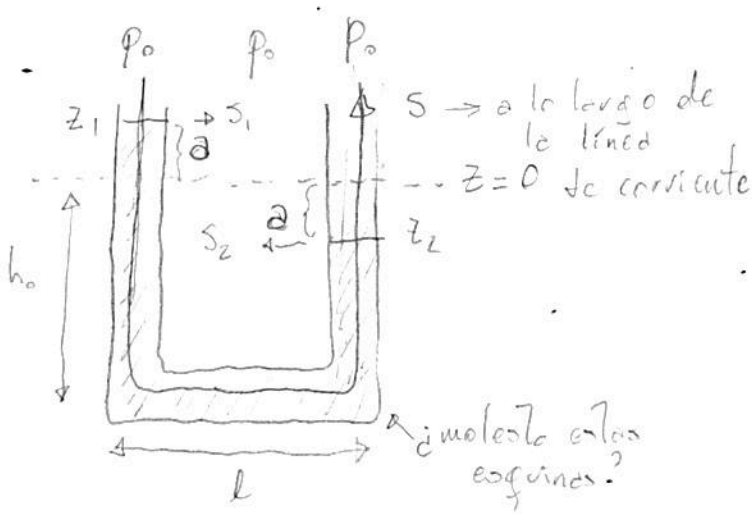
$s_1 = z_1$

$s_2 = 2h_0 + l - z_2$

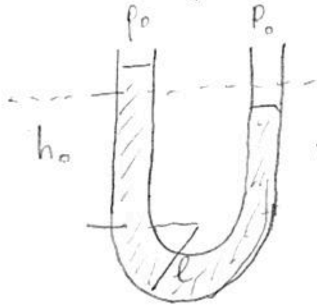
$s_1 + s_2 = L \Rightarrow \dot{s}_1 = -\dot{s}_2$

$\dot{z}_1 = \dot{z}_2$

Además $\dot{s}_1 = v$



Es mejor diseñar:



$\Rightarrow s_1 + s_2 = 2h_0 + \pi l$ y no tengo dudas de la "irrotacionalidad"

Usando Bernoulli: (ec 4.8)

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} + \frac{1}{2}\left|\frac{\partial\phi}{\partial z}\right|^2 + \frac{p}{\rho} + gz = c(t)$$

$$\dot{v}s + v\dot{s} + \frac{1}{2}v^2 + \frac{p}{\rho} + gz = c(t)$$

$$\dot{v}s + \frac{3}{2}v^2 + \frac{p}{\rho} + gz = c(t)$$

Siguiendo la línea de corriente en los puntos de referencia:

$$\dot{v}_1 s_1 + \frac{3}{2}v_1^2 + \frac{p_1}{\rho} + gz_1 = \dot{v}_2 s_2 + \frac{3}{2}v_2^2 + \frac{p_2}{\rho} + gz_2$$

$p_1 = p_2$, $\dot{v}_2 = -\dot{v}_1$

$$\Rightarrow \boxed{(s_1+s_2)\dot{v}_1 - g(z_2 - z_1) = 0} \Rightarrow (2h_0 + l)\dot{v}_1 + 2gs_1 = 0$$

$$\ddot{s}_1 + \left(\frac{2g}{2h_0 + l}\right)s_1 = 0$$

es un oscilador armónico de $\omega^2 = \dfrac{2g}{2h_0 + l} = \dfrac{g}{h_0 + l/2}$

es una suerte de péndulo ideal de longitud efectiva $h_0 + l/2$

las ecuaciones de cada extremo son:

$$\begin{cases} z_1(t) = a\cos\omega t \\ z_2(t) = -a\cos\omega t \end{cases}$$