

**Estructura de la Materia 2**  
**Primer cuatrimestre 2020**  
**Guía 6: Semiconductores+**

**Dinámica de electrones**

1. Para una red cuadrada de parámetro  $a$  considere una banda de energía dada por

$$\epsilon(\vec{k}) = \epsilon_0 - 2t[\cos(k_x a) + \cos(k_y a)]$$

- a) Grafique la velocidad de un electrón en función del número de onda  $k$  para la dirección  $\vec{k} = (k_x, 0)$ .
- b) Si el electrón se encuentra en un estado  $\vec{k}$  y no hay campos externos aplicados, ¿cómo se mueve el electrón en el espacio real? Justifique su respuesta.
- c) Si tenemos un campo eléctrico  $\vec{E} = (0, E_y)$ , ¿cómo evoluciona  $\vec{k}$  en función del tiempo? Haga un gráfico cualitativo de la trayectoria del electrón en el espacio real.
- d) Calcule el tensor de masa efectiva.
- e) En esta banda, ¿la aceleración del electrón es paralela al  $\vec{E}$  aplicado? Justifique.
- f) Calcule el tensor de conductividad bajo el modelo semiclásico, sabiendo que cada átomo aporta un electrón y que el tiempo de relajación  $\tau$  es independiente de  $\vec{k}$ .

2. Oscilaciones de Bloch

- a) Teniendo en cuenta que el campo de relajación del cobre es aproximadamente  $20 \times 10^{-14}$  s, cuán intenso debe ser un campo eléctrico para tener una oscilación de Bloch en un tiempo menor que el tiempo de relajación?
- b) Considere el sistema GaAs, donde a bajas temperaturas los tiempos de relajación pueden llegar a  $3 \times 10^{-10}$  s y es posible construir estructuras artificiales con celdas unidad del orden de 100 Å. En este caso, cuánto debe valer la intensidad del campo eléctrico para ver las oscilaciones de Bloch?

**Semiconductores intrínsecos**

3. Considere un semiconductor con bandas de valencia (BV) y de conducción (BC) de forma parabólica general en un entorno de los respectivos puntos extremos, masas efectivas  $m_v^*$ ,  $m_c^*$  y energías  $\epsilon_v, \epsilon_c$ .

- a) Expresé y grafique las densidades de estados por unidad de volumen.
- b) Expresé y grafique las funciones de Fermi de electrones y de huecos superpuestas sobre el gráfico anterior. Suponga que  $\mu(T = 0) = \frac{\epsilon_c + \epsilon_v}{2}$  y úselo como cero de energía.
- c) Expresé la concentración de electrones en la banda de conducción  $n_c$ , de huecos en la banda de valencia  $p_v$ .

- d) Suponga satisfecha la condición de no degeneración  $\frac{|\mu - \varepsilon_{c,v}|}{kT} \gg 1$  en escala de  $kT$ ,  $\mu$  está en el interior del gap ( $\varepsilon_g = \varepsilon_c - \varepsilon_v$ ) lejos de los extremos de las bandas. Calcule y grafique  $\mu(T) = \mu_i(T)$  (i por intrínscico). Use masas típicas para el Ge:  $m_v^* = 0,37m$ ,  $m_c^* = 0,56m$ . Estime el valor de  $\varepsilon_g$  a partir del cual se viola la condición anterior a temperatura ambiente. ( $\varepsilon_g(Ge) = 0,67$  eV)
- e) Calcule  $n_c(T)$  y  $p_v(T)$ .
4. Considere semiconductores con gaps de 1 eV y 0,1 eV.
- a) ¿En cuánto deben diferir las masas efectivas de electrones y huecos para que el potencial químico  $\mu$  se ubique a una energía  $k T_a$  ( $T_a = 300$  K) por debajo de la banda de conducción?
- b) Grafique la densidad de estados para electrones y huecos en ambos casos.
5. Se quiere modelar el comportamiento de un semiconductor bidimensional no dopado. Para ello se suponen bandas de valencia y de conducción de forma parabólica en un entorno de sus respectivos extremos coincidentes (gap directo), masas efectivas  $m_v^*$  y  $m_c^*$ , y aplicable la condición de no degeneración.
- a) Calcule y grafique las densidades de estados por unidad de superficie para cada banda.
- b) Escriba la ecuación de balance de carga y calcule explícitamente las densidades de portadores.
- c) Utilice la ecuación de electroneutralidad para hallar el potencial químico en función de la temperatura. Grafique su valor a  $T = 0$  K en el gráfico que realizó en el primer inciso.

### Semiconductores extrínsecos

6. Para un átomo hidrogenoide de carga  $Ze$ , la energía y el radio de la órbita asociados al nivel  $n$ ésimo son, respectivamente,  $E_n = \frac{-Z^2}{n^2} E_0$  y  $r_n = \frac{a_0 n^2}{Z}$ , donde  $E_0 = \frac{m e^4}{2 \hbar^2} = 1 \text{ Ry} \approx 13,6 \text{ eV}$  es la energía del nivel fundamental del átomo de hidrógeno y  $a_0 = \frac{\hbar^2}{m e^2} \approx 0,53 \text{ \AA}$  es el radio de Bohr. Por otro lado, en un medio de constante dieléctrica  $\epsilon$ , la carga nuclear se apantalla según  $Ze \rightarrow Ze/\epsilon$ .
- a) Mediante una comparación con un átomo hidrogenoide, argumente por qué el radio aproximado de la órbita de un electrón ligado a una impureza donora es  $r = \frac{\epsilon a_0 m}{m^*}$  y su energía,  $\varepsilon_d = \varepsilon_c - \frac{m^* E_0}{m \epsilon^2}$ .
- b) Compare  $\varepsilon_c - \varepsilon_d$  con  $\varepsilon_g$  para casos típicos.
7. El InSb tiene un gap  $\varepsilon_g = 0,23$  eV, una constante dieléctrica  $\epsilon = 18$  y una masa efectiva  $m_c^* = 0,015 m$ . Calcular
- a) La energía de ionización del donador.

- b) El radio típico del estado fundamental.
- c) La concentración de donores a la que comenzarán a superponerse los orbitales correspondientes a átomos de impurezas adyacentes.
8. A un semiconductor intrínseco se le agrega una concentración de impurezas donoras  $N_d$ .
- a) Halle la expresión que tiene la concentración de electrones en el nivel donor  $n_d$
- b) Expresé el balance de carga en este caso.
- c) La condición de no degeneración es ahora  $\frac{|\mu - \epsilon_d|}{kT} \gg 1$ . Utilícela para calcular  $\mu(T)$  y compare con  $\mu_i(T)$  del ejercicio 3 para  $N_d = 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ . Note la existencia de una región de temperatura dominada por el comportamiento intrínseco y otra dominada por el comportamiento extrínseco. Estime el rango de temperatura en el cual vale la condición de no degeneración.
- d) Obtenga  $n_c(T)$  y  $p_v(T)$  y compare con  $n_i(T)$  del ejercicio 3.
- e) Calcule las expresiones pedidas en los ítems anteriores si ahora el semiconductor extrínseco se obtiene añadiendo una concentración  $N_a$  de impurezas aceptoras al semiconductor intrínseco.
9. En un dado semiconductor hay  $10^{13}$  donores/ $\text{cm}^3$ , con una energía de ionización  $I_d = 1 \text{ meV}$  y una masa efectiva  $m_c^* = 0,01 m$ .
- a) Estimar la concentración  $n_c$  de electrones de conducción y el potencial químico a  $T = 4 \text{ K}$ .
- b) Calcular el coeficiente Hall. Suponer que no hay impurezas aceptoras presentes y que  $\epsilon_d \gg kT$ . Recordar que  $R_H = -1/nec$  (CGS) (aunque esta ecuación no es válida si se tienen dos tipos de portadores).

### Junturas pn

10. En una juntura con un perfil de dopaje  $\Delta N(x) = N_d(x) - N_a(x)$  la variable  $\psi = (e\phi + \mu - \mu_i)/(k_B T)$  satisface la ecuación diferencial

$$\frac{d^2\psi}{dx^2} = \frac{8\pi n_i e^2}{k_B T \epsilon} \left( \sinh \psi - \frac{\Delta N(x)}{2n_i} \right),$$

para el caso no degenerado, siendo  $n_i$  y  $\mu_i$  la densidad de portadores y el potencial químico para el semiconductor sin impurezas a la misma temperatura.

- a) Considere una juntura formada por un semiconductor ligeramente dopado ( $N_d, N_a \ll n_i$ ), asuma que  $\psi \ll 1$  ( $\sinh \psi \simeq \psi$ ) y muestre que, bajo este supuesto,

$$\psi(x) = \frac{K}{2} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-K|x-x'|} \frac{\Delta N(x')}{2n_i} dx'$$

es solución de la ecuación diferencial y exprese  $K$  en términos de las constantes del problema.

- b) Verifique que la solución propuesta satisfaga el supuesto  $\psi \ll 1$ .
11. Estime el orden de magnitud de las corrientes de deriva y de difusión en la zona de agotamiento (*depletion layer*) usando los valores típicos de campo eléctrico ( $\Delta\phi/(d_n + d_p)$ ) y de densidades de portadores. Muestre que cada una de estas es mucho mayor que la corriente neta.
  12. Estime la corriente de saturación en una juntura *pn* a temperatura ambiente (300 K) y a temperatura de nitrógeno líquido (77 K) para un semiconductor con un gap de 0,5 eV, una concentración de donores y aceptores de  $10^{18}/\text{cm}^3$ , tiempo de recombinación de  $10^{-5}$  s y longitud de difusión de  $10^{-4}$  cm.