Estructura de la Materia 2

Primer Cuatrimestre 2021

Guía 6: Dinámica de Electrones de Bloch

1. Para una red cuadrada de parámetro a considere una banda de energía dada por:

$$\varepsilon(\mathbf{k}) = \varepsilon_0 - 2t\left[\cos(k_x a) + \cos(k_y a)\right]$$

   a) Grafique la velocidad de un electrón en esta banda en dirección $\mathbf{k} = (k_x, 0)$.

   b) Si el electrón se encuentra en un estado $\mathbf{k}$ y no hay campos externos aplicados, ¿cómo se mueve el electrón en el espacio real? Justifique su respuesta.

   c) tenemos un campo eléctrico $\mathbf{E} = (0, E_y)$, ¿cómo evoluciona $\mathbf{k}$ en función del tiempo? Haga un gráfico cualitativo de la trayectoria del electrón en el espacio real. Calcule el tensor de masa efectiva.

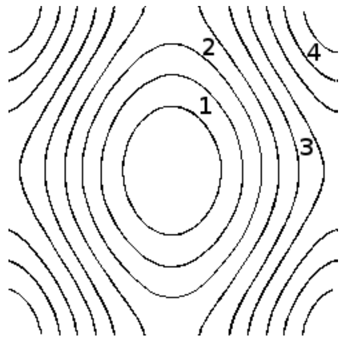
   d) En esta banda, ¿la aceleración del electrón es paralela al $\mathbf{E}$ aplicado? Justifique.

2. Teniendo en cuenta que el campo de relajación del cobre es aproximadamente 20×10^{-14}s.

   a) ¿Cuán intenso debe ser un campo eléctrico para tener una oscilación de Bloch en un tiempo menor que el tiempo de relajación?

   b) Considere el sistema GaAs, donde a bajas temperaturas los tiempos de relajación pueden llegar a 3×10^{-10}s y es posible construir estructuras artificiales con celdas unidad del orden de 100Å. En este caso, ¿cuánto debe valer la intensidad del campo eléctrico para ver las oscilaciones de Bloch?

3. En la figura se representan las curvas de nivel de energía en la primera zona de Brillouin (la energía crece en el sentido 1 a 4), para electrones en un cristal bidimensional.



   Si se aplica un campo magnético externo homogéneo y estacionario $\mathbf{H} = H\hat{z}$, perpendicular a la hoja:

   a) Analice el movimiento en el espacio k con $\mathbf{k}(t=0)$ en cada una de las curvas de energía constante (1 a 4). Indique el sentido de las trayectorias y si son órbitas cerradas o abiertas.
   Para encontrar la trayectoria en el espacio k puede ser de ayuda calcular $\frac{\partial \varepsilon(\mathbf{k}(t))}{\partial t}$ y $\frac{\mathrm{d}(\mathbf{k}\cdot\mathbf{H})}{\mathrm{d}t}$. Interprete.

   b) Repita el análisis en el espacio real para las mismas condiciones iniciales. Para encontrar la trayectoria en el espacio real calcule $\mathbf{H} \times \hbar\dot{\mathbf{k}}$. Interprete.

4. Si un campo magnético se aplica en la dirección $\hat{z}$, la masa efectiva de ciclotrón se define como:

$$m^{\star} = \left(\frac{\det(\mathbb{M})}{\hat{z}\cdot\mathbb{M}\cdot\hat{z}}\right)^{1/2} = \left(\frac{\det(\mathbb{M})}{M_{zz}}\right)^{1/2}$$

   donde $\mathbb{M}$ es el tensor de masa efectiva y M_{ij} sus componentes.

   a) Calcule la frecuencia de ciclotrón para los electrones en la superficie de Fermi en una banda casi vacía $\varepsilon(\mathbf{k}) = -(E_1 \cos k_x a + E_2 \cos k_y b + E_3 \cos k_z c)$.

b) Muestre que el resultado obtenido en *a)* es igual a la frecuencia de ciclotrón de electrones libres de masa $m^\star$.

5. Un campo magnético uniforme es aplicado perpendicularmente a las capas conductoras de un material cuasi-bidimensional. La estructura cristalina de las capas es tetragonal con parámetro de red $a = 3{,}5$ Å. La banda de energía electrónica de las capas puede describirse correctamente con un modelo de enlaces fuertes y no hay dispersión en la otra dirección.
   La resistencia y otras propiedades exhiben oscilaciones cuando la intensidad del campo varía. La oscilación es periódica en $1/H$ y el período es $6{,}1 \times 10^{-8}$ G^{-1}. ¿Cuál es la densidad de electrones de conducción (en unidades de cm^{-2}) para este material?