
ESTRUCTURA DE LA MATERIA 2

SEGUNDO CUATRIMESTRE DE 2024

GUÍA 2: ELECTRONES LIBRES. MODELOS DE DRUDE Y SOMMERFELD.

1. TEORIA CLASICA DE UN GAS DE ELECTRONES: MODELO DE DRUDE.

Tomemos un metal típico, como el potasio (K), por ejemplo.

- i) Calcule cuál es la densidad de electrones de conducción, suponiendo $Z=1$. Encuentre cuál es el valor de r_s (compare con la distancia a primeros vecinos 4.53 \AA)
- ii) Encuentre como varía el tiempo de relajación en función de T , sabiendo que $\rho(77\text{K}) = 1.38 \mu\Omega.\text{cm}$ y $\rho(273\text{K}) = 6.1 \mu\Omega.\text{cm}$
- iii) A partir de la relación $1/2mv_o^2=3/2k_bT$, calcule el camino libre medio electrónico en este modelo.
- iv) Calcule la constante Hall y compare con el valor experimental ($R_H=-4.964 \cdot 10^{-24}$ CGS).
Densidad del K= 0.86 g cm^{-3} . $N_A=6.02217 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$. $A = 39$.
- v) ¿Cuáles serían algunos de los problemas que presentaría este modelo?

2. ELECTRONES LIBRES

- i) Demuestre que la energía cinética de un gas tridimensional de N electrones libres a $T = 0\text{K}$ es $E_o=3/5 N E_F$, donde E_F es la energía de Fermi del sistema.
- ii) Derive la relación que vincula la presión y el volumen para un gas de electrones a 0 K .
Note que puede ser escrita como $p = (2/3)(E_o/V)$
- iii) Muestre que el módulo de bulk de un gas de electrones a 0 K es $B = 5p/3 = 10E_o/9V$

3. Estime la temperatura de Fermi de:

- i) ^3He líquido (densidad 81 kg m^{-3})
- ii) los neutrones en una estrella de neutrones (densidad $10^{17} \text{ kg m}^{-3}$)

4. DENSIDAD DE NIVELES Y DE ESTADOS

Para un gas de electrones libres calcule la densidad de niveles en el espacio \mathbf{k} y la densidad de estados en función de la energía para los siguientes casos:

- i) una caja unidimensional de longitud L .
- ii) una caja bidimensional cuadrada de lado L .
- iii) una caja tridimensional cúbica de arista L .

Tenga en cuenta el spin de lo electrones.

5. GAS DE ELECTRONES BIDIMENSIONAL

Sea un gas de electrones libres bidimensional:

- i) ¿Cuál es la relación entre n y k_F ?
- ii) Utilizando la densidad de estados calculada en el punto ii) del item anterior, encuentre que

$$\mu + k_B T \ln(1 + e^{-\mu/k_B T}) = E_F$$

- iii) Repita el cálculo a partir de la expansión de Sommerfeld. Explique que sucede.

6. SUSCEPTIBILIDAD DE PAULI

Analice la contribución de los electrones de conducción a la susceptibilidad magnética de un metal a $T = 0K$. Para ello suponga que los mismos son libres y considere un campo magnético aplicado \mathbf{H} según \hat{z} . Descomponga la densidad total de estados en una suma de dos contribuciones, $g_{\uparrow}(E)$ y $g_{\downarrow}(E)$, que representen la contribución de electrones con spin paralelo y antiparalelo al campo magnético aplicado. Recuerde que la energía de un electrón en presencia de un campo magnético \mathbf{H} es

$$E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} - g\mu_B \frac{\mathbf{S} \cdot \mathbf{H}}{\hbar} \quad ,$$

donde $g=2$ es el factor giromagnético y μ_B es el magnetón de Bohr.

- i) Calcule el número de electrones con ‘spin up’ N_{\uparrow} y con ‘spin down’ N_{\downarrow} en función del campo \mathbf{H} .
- ii) Calcule la magnetización total $\mathbf{M} = \mu_B(N_{\uparrow} - N_{\downarrow})\hat{z}$ en función de \mathbf{H} .
- iii) Calcule la susceptibilidad magnética $\chi = M/H$.

7. CALOR ESPECIFICO DE METALES

- i) Demuestre que el calor específico de un gas de electrones libres depende linealmente de la temperatura.
- ii) Calcule la contribución de los electrones de conducción a la energía libre de Helmholtz y al coeficiente de expansión térmica de un metal.