

HF Resumen

1) Aprenderemos que para \mathbb{Z} det. $\langle k | \hat{H} | k \rangle = \dots$
y en el caso del mismo det $E_0 = \langle k | \hat{H} | k \rangle$

$$E_0 = \sum_{a=1}^N \langle a | h | a \rangle + \frac{1}{2} \sum_{a,b}^N \langle a b | a b \rangle \quad \textcircled{*}$$

2) variaciones

• $\mathcal{L} = E_0 - \sum_{\alpha\beta} E_{\alpha\beta} (\langle \alpha | \beta \rangle - \delta_{\alpha\beta})$

inspirado en $\langle \tilde{\phi} | H | \tilde{\phi} \rangle - E (\langle \tilde{\phi} | \tilde{\phi} \rangle - 1)$

3) Hacemos variaciones sobre \mathcal{L}

$$\delta \mathcal{L} = \delta E_0 - \sum_a \sum_b E_{ab} \delta (\langle a | b \rangle) = 0$$

• En E_0 va la energía exacta, con un solo det.

$$\delta \mathcal{L} = \sum_a^N \langle \delta a | h | a \rangle + \sum_{ab}^N \langle \delta a b | a b \rangle - \langle \delta a b | b a \rangle - E_{ba} \langle \delta a | b \rangle + CC = 0$$

$$\delta \mathcal{L} = \sum_a^N \int d_1 \delta \chi_a^*(1) \left\{ h(1) \chi_a(1) + \right. \\ \left. + \sum_b^N \left[(J_{ba}(1) - K_{ba}(1)) \chi_b(1) - \epsilon_{ba} \chi_b(1) \right] \right. \\ \left. + c.c. \right\} = 0$$

Esto debe suceder $\forall \chi_a$, pues son arbitrarios

$$\Rightarrow \underbrace{\left[h(1) + \sum_b^N J_{ba}(1) - K_{ba}(1) \right]}_{\hat{f}(1)} \chi_a(1) = \sum_b^N \epsilon_{ba} \chi_b(1)$$

$$4) \hat{f}(1) \chi_a(1) = \sum_b^N \epsilon_{ba} \chi_b(1)$$

diagonalizando se llega a que

$$\hat{f} | \phi_a \rangle = \epsilon_a | \phi_a \rangle \leftarrow \text{creado}$$

Hartree-Fock

Proponiendo como aprox. un det. Slater para la función de onda de N electrones

$$|\psi_0\rangle = |a, b, c, \dots\rangle$$

y haciendo variacional, surge el operador de Fock

$$\hat{f}(i) = \hat{h}(i) + \sum_b^{occ} [\hat{J}_b(i) - \hat{K}_b(i)]$$

$$\hat{f}(i) \chi_i = \epsilon_i \chi_i$$

$$\hat{h}(r) = -\frac{\nabla^2}{2} + \sum_A \frac{-Z_A}{|\vec{r} - \vec{R}_A|}$$

$$\langle c | \hat{J}_\psi | d \rangle = \langle c \psi | d \psi \rangle$$

$$\langle c | \hat{K}_\psi | d \rangle = \langle c \psi | \psi d \rangle$$

La ecuación de HF $\hat{f}(i) \chi_i = \epsilon_i \chi_i$ es similar a una ecuación de autovalores donde $\hat{f} = \hat{f}(\phi_1, \dots, \phi_m)$

depende de los estados $\{\phi_1, \dots, \phi_m\}$.

Ecuación de HF

$$\hat{f} |m\rangle = E_m |m\rangle \quad \text{depende de los } |m\rangle$$

Se resuelve de modo iterativo consistente de modo que:

$$|m\rangle_0 \rightarrow f_0 \text{ diagonalizando} \rightarrow E_{m,1}, |m\rangle_1 \rightarrow \hat{f}_1$$

(...)

La convergencia se puede medir de varias

$$\text{maneras: } \times \text{ ej. } \{ E_{mk} - E_{mk-1} \Rightarrow 0 \}$$

una vez convergido

$$E_a = \langle a | f | a \rangle + \sum_b^{occ} \left[\langle a | J_b | a \rangle - \langle a | K_b | a \rangle \right]$$

$$\equiv h_{aa} + \sum_b^{occ} (c_{ab} | a b \rangle)$$

Por que dice "occ"?

Para N electrones, si la base tiene $k > N_e$ estados.

resolver la eq. de HF me da los ϕ'_i , E convergidos

con los que me dan el det. (N elementos) fund.

USO los N de menor energía, esos son los "occ"

$$k \left\{ \begin{array}{l} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right\} N, \dots$$

$$\hat{f}_{11} \chi_2(i) =$$

$$\underbrace{h(i) \chi_2(i)}_A + \sum_{b \neq 2} \int d\bar{x}_2 \frac{|\chi_b(2)|^2}{r_{12}} \chi_2(i) \quad \text{B}$$

$$- \sum_{b \neq 2} \int d\bar{x}_2 \frac{\chi_b(2) \chi_2(2)}{r_{12}} \chi_b(i) \quad \text{C}$$

$$h(i) = -\frac{1}{2} \nabla_1^2 - \sum_A \frac{Z_A}{r_{1A}} \quad A: \text{núcleos}$$

operador de Fock

$$\left\{ h(i) + \sum_{b \neq 2} \left[\hat{J}_b(i) - \hat{K}_b(i) \right] \right\} \chi_2(i) = \epsilon_2 \chi_2(i)$$

Se puede ver que $\left[\hat{J}_b(i) - \hat{K}_b(i) \right] \chi_2(i) = 0$

podemos usar toda la sumatoria

$$f(i) = h(i) + \underbrace{\sum_b \left[J_b(i) - K_b(i) \right]}_{\text{potencial de HF}} \quad \psi_{\text{HF}}$$

Resumen

$$\hat{f}(i) = \hat{h}(i) + \sqrt{\epsilon_i^{HF}}$$

$$\hat{f}(x_2) = \epsilon_2(x_2)$$

$$(\hat{f})_{ij} = \langle x_i | \hat{f} | x_j \rangle = \langle i | h | j \rangle + \sum_b^{occ} \langle i b | j b \rangle$$

$$\gamma: \epsilon_i = \langle i | f | i \rangle = \langle i | h | i \rangle + \sum_b^{occ} \langle i b | i b \rangle$$