Problema 3

Hint: separar la suma en spin y luego integrar

$$\varepsilon_i = h_{ii} + \sum_b^N (J_{bi} - K_{bi})$$

uso el Hint, separo la suma en "b" según spin.
remember, tengo capa cerrada $\Rightarrow N^+ + N^- = N$
$\frown$ (+, − spin ↑ o ↓) puede ser también N^α, N^β ...

como es capa cerrada $N^\alpha = N/2 = N^\beta$

$$\Rightarrow \sum_b^N = \sum_b^{N^\alpha (N/2)} (J_{bi} - K_{bi}) + \sum_{\bar{b}}^{N^\beta (N/2)} (J_{\bar{b}i} - K_{\bar{b}i})$$

en este caso $\Rightarrow$ debo elegir cual "i" estoy mirando
$\frown$ Elijo "i" ≡ up. sigo

$$\sum_b^N \langle ib||ib\rangle = \sum_b^{N/2} \langle ib||ib\rangle + \sum_{\bar{b}}^{N/2} \langle i\bar{b}||i\bar{b}\rangle$$

$$= \sum_b^{N/2} \langle ib||ib\rangle + \sum_{\bar{b}}^{N/2} \underbrace{\langle i\bar{b}|i\bar{b}\rangle}_{\langle ib|ib\rangle} - \cancel{\langle i\bar{b}|\bar{b}i\rangle}$$

$$\Rightarrow = \sum_b^{N/2} \langle ib|ib\rangle - \langle ib|ib\rangle + \sum_b^{N/2} \langle ib|ib\rangle$$

$$\Rightarrow \varepsilon_i = h_{ii} + \sum_{b}^{N/2} \left(2\underbrace{\langle ib|ib\rangle}_{J_{bi}} - \underbrace{\langle ib|ib\rangle}_{K_{bi}} \right)$$

Ahora la suma corre sobre los estados ocupados dobles

Se puede ver que $\varepsilon_i = \varepsilon_{\bar{i}}$ (?)