# Estructura de la materia 3
# $2^{do}$ Cuatrimestre 2022

<u>**Serie 3**</u> *Interacción luz-materia, líneas espectrales, emisión atómica*

1. Se tienen $N$ átomos en un estado excitado. La probabilidad de decaer al estado fundamental y emitir un fotón por unidad de tiempo es $A \equiv 1/\tau$.

   (a) Calcular la intensidad de la luz emitida en función del tiempo $I(t)$.

   (b) Considere que el campo eléctrico producido por el destello de luz debido al decaimiento es:
   $$\begin{aligned} t < 0: &\quad \mathcal{E}(t) = 0 \\ t \geq 0: &\quad \mathcal{E}(t) = \sqrt{I(t)}\cos(\omega_0 t) \end{aligned}$$
   ¿Cómo es el espectro de emisión en función de la frecuencia, $I(\omega) \propto |\mathcal{E}(\omega)|^2$, con $\omega_0 \tau \gg 1$?

   (c) Calcule el ancho a mitad de altura ($FWHM$) de $I(\omega)$.

2. $10^8$ átomos de sodio son excitados al nivel $3^2\mathrm{P}_{3/2}$ ($\tau = 16$ ns). La fluorescencia emitida al decaer tiene la distribución angular $I(\theta) = I_0 \sin^2\theta$ y no depende de $\phi$.

   (a) ¿Cuánto es la energía total emitida?

   (b) La potencia de la fluorescencia emitida es $P(t) = P_0 e^{-t/\tau}$. Calcular $P_0$.

3. **Ensanchamiento Doppler**

   (a) ¿Cuál es el ancho Doppler de la línea Lyman-$\alpha$ del átomo de H a una temperatura $T = 300$ K?

   (b) Un haz colimado de átomos de H es atravesado perpendicularmente por un haz paralelo de un láser sintonizado a la línea Lyman-$\alpha$. El diámetro de la boquilla es de 50 $\mu$m, la distancia entre la boquilla y la rendija de colimación es $d = 10$ cm, y el ancho de la rendija es $b = 1$ mm. ¿Cuál es el ancho Doppler residual?

   (c) Comparar este ancho con el ancho natural de la línea ($\tau(2p) = 1.2$ ns).

   (d) ¿Es posible resolver la estructura hiperfina del estado fundamental $1^2S_{1/2}$?

4. ¿Cuál es la probabilidad de transición y el ancho de línea natural de la transición $3s \to 2p$ en el átomo de H? Considere que los tiempos de vida son $\tau(3s) = 23$ ns y $\tau(2p) = 2.1$ ns.[1] Compare el ancho de línea natural con el ancho Doppler de esta transición a $T = 300$ K y a $T = 1000$ K.

[1] https://physics.nist.gov/PhysRefData/Elements/index.html

5. Se tiene una celda llena de átomos de Rubidio (Rb) a temperatura ambiente, con la que se quiere hacer espectroscopía en la transición $5^2\mathrm{S}_{1/2} \to 5^2\mathrm{P}_{1/2}$ cerca de 795 nm. Este tipo de celda se construye generando vacío dentro de un cilindro de vidrio, al que luego se le introduce una pequeña cantidad de Rb y rápidamente se cierra. La presión de vapor del Rb es aproximadamente $4 \times 10^{-5}$ Pa a temperatura ambiente.

   (a) ¿Será la presión o la temperatura el origen del ensanchamiento dominante?

   (b) ¿Qué sucede si, en cambio, previo a cerrar la celda, se la llena también con Argón hasta alcanzar presión atmosférica?

6. Un haz de átomos que se mueve con velocidad $\vec{v} = v\hat{x}$ atraviesa un haz láser que se propaga a lo largo de la dirección $\hat{y}$. El láser tiene una frecuencia $\omega_L$, su dimensión en la dirección $\hat{z}$ es mayor que la del haz atómico, y su intensidad es $I(x, z) = I_0$ para $-w < x < w$ e $I(x, z) = 0$ para $|x| \geq w$.

   (a) Estime el ensanchamiento de la línea de absorción debido al **tiempo finito de interacción** entre los átomos y la luz. A este ensanchamiento se lo conoce como "ensanchamiento por tiempo de transito" (*transit-time broadening*).

   (b) Supongamos que el láser se sintoniza a una transición entre el estado fundamental atómico y uno excitado (separados energéticamente por $\hbar\omega_0$) con ancho natural $\tau$. Para $v = 5 \times 10^4$ cm/s y diámetro $2w = 1$ mm, estimar para qué valores de $\tau$ el efecto de ensanchamiento del tiempo de tránsito dominará el ancho de la línea.

7. Considere un átomo con una transición entre dos estados cuya diferencia de energías es $\hbar\omega_0$ y que se encuentra confinado en un potencial armónico 1D de frecuencia $\Omega$, de manera que el movimiento del átomo cumple $\vec{r}(t) = (x_0 \sin \Omega t, 0, 0)$.

   Asumiendo que no existe ningún tipo de ensanchamiento (es decir, $\Gamma = 0$), demostrar que el espectro de emisión de dicha transición visto desde un detector fijo en la dirección $x$ es:

$$I(\omega) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} J_n^2(\beta)\delta(\omega - \omega_0 - n\Omega)$$

   donde $\beta = kx_0$, con $k = 2\pi/\lambda$.

   Ayuda: considere las siguientes expansiones en funciones de Bessel $J_n$:

$$\cos(z \sin\theta) = J_0(z) + 2\sum_{k=1}^{\infty} J_{2k}(z)\cos(2k\theta) \tag{1}$$

$$\sin(z \sin\theta) = 2\sum_{k=0}^{\infty} J_{2k+1}(z)\sin((2k+1)\theta) \tag{2}$$

$$J_{-n}(z) = (-1)^n J_n(z) \tag{3}$$

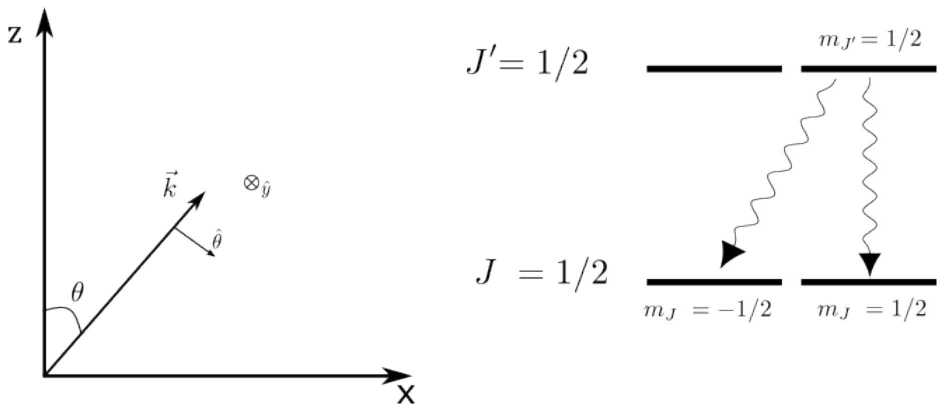
8. Especifique si existe un término multipolar dominante (E1, M1, E2...) para la emisión espontánea de fotones por un electrón excitado en cada una de las siguientes transiciones (suponga funciones de onda hidrogénicas simples sin correcciones relativistas o de otro tipo):

$$2\ \mathrm{p}_{1/2} \to 1\ \mathrm{s}_{1/2}$$
$$2\ \mathrm{s}_{1/2} \to 1\ \mathrm{s}_{1/2}$$
$$3\ \mathrm{d}_{3/2} \to 2\ \mathrm{s}_{1/2}$$
$$2\ \mathrm{p}_{3/2} \to 2\ \mathrm{p}_{1/2}$$
$$3\ \mathrm{d}_{3/2} \to 2\ \mathrm{p}_{1/2}$$

En caso de no existir término multipolar dominante, ¿cómo podría producirse la transición?

9. **Distribución angular de la fluorescencia atómica.**

Se tiene un ensamble de átomos preparados en el subnivel $m_{J'} = 1/2$ de un estado excitado con momento angular $J' = 1/2$, desde el cual decaen espontáneamente a un estado inferior con $J = 1/2$. No se aplican campos externos.




(a) ¿Cuál es la distribución angular de la intensidad de la luz emitida por cada uno de los dos posibles decaimientos?

(b) ¿Es isótropa la intensidad total de luz emitida?

(c) ¿Cómo es la polarización de la luz emitida en la dirección $\hat{z}$? ¿Y en $-\hat{z}$?

10. Considere un átomo con una transición dipolar entre un nivel excitado con momento angular total $J' = 2$ y uno inferior con $J = 1$. Dada la tasa total de emisión espontanea $\Gamma$, el problema consiste en encontrar las tasas de las distintas transiciones permitidas, es decir, la fracción de la emisión que entra en cada una de las transiciones posibles $(J', m') \longrightarrow (J, m)$.

    (a) ¿Cuantas transiciones posibles hay?

    (b) Utilizando el teorema de Wigner-Eckart, calcular la tasa de emisión para cada transición.

    Ayuda: teniendo en cuenta que la tasa para una transición $(J', m') \longrightarrow (J, m)$ debe ser la misma que para $(J', -m') \longrightarrow (J, -m)$ (¿por qué?), solo hace falta calcular las siguientes:

    $$\begin{aligned} a:&\quad m' = 2 \longrightarrow m = 1 \\ b:&\quad m' = 1 \longrightarrow m = 1 \\ c:&\quad m' = 0 \longrightarrow m = 1 \\ d:&\quad m' = 1 \longrightarrow m = 0 \\ e:&\quad m' = 0 \longrightarrow m = 0 \end{aligned}$$

    (c) ¿Cuánto vale la tasa total de decaimiento desde cada uno de los 5 niveles de $J' = 2$ hacia $J = 1$? Esto puede responderse sin utilizar lo calculado en el ítem (b).