

ESTRUCTURA DE LA MATERIA 4

PRIMER CUATRIMESTRE 2021

GUIA 8: UN MUNDO SIN HIGGS

A fin acercarnos al modelo estandar completo en la guía proxima, consideraremos aquí distintos sectores del modelo estandar, es decir, nos enfocaremos en ciertos términos del Lagrangiano, dejando de lado en esta guía todos los términos del Lagrangiano completo que contengan al campo de Higgs. De esta forma aquí trataremos a todos los campos de Dirac (que describen a leptones y quarks) y los campos de gauge como si fueran no masivos. Además, consideraremos por separado aquellos términos relevantes para *quantum chromodynamics* (QCD) y aquellos relevantes para la interacción electrodébil

QCD: sector del modelo estandar con interacción fuerte

1. En el modelo estandar, de todos los fermiones solo los 6 quarks (u, d, c, s, t, b) se acoplan a los gluones, mediadores de la fuerza fuerte. Los quarks (y antiquarks) son partículas asociadas a campos de Dirac ψ_I ($I = 1 \dots 6$), cada uno de los cuales se puede pensar como un triplete de color. Es decir, cada ψ_I tendrá un índice extra que tomara los valores rojo, verde, azul. El Lagrangiano correspondiente es este:

$$L_{QCD} = \sum_{I=1}^6 \bar{\psi}_I(x) i \gamma^\mu (\partial_\mu + ig A_\mu^a T_a) \psi_I(x) - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} \quad (1)$$

donde $T^a \equiv \frac{\lambda^a}{2}$, siendo λ_a las matrices de Gell-Mann; G^a es el tensor visto en la guía anterior, correspondiente a $SU(3)$

- (a) Dibuje los vértices de interacción entre cada quark y los gluones y asegúrese de entender que los términos de interacción no mezclan quarks diferentes (es decir, no hay mezcla entre u y d por ejemplo)
- (b) Este lagrangiano tiene una simetría local $SU(3)$, que resulta de gaugear la $SU(3)$ global de color. Además de esta, existe una simetría global extra que consiste en multiplicar cada ψ_I por una fase, independiente para cada índice I pero la misma para cada índice de color. A partir de lo visto en guías pasadas, diga que ley de conservación implica esta simetría. Observe que esta simetría subsistiría aún en presencia de términos de masa para los quarks, todos diferentes en general.
- (c) A partir de esa ley de conservación, considerando el caso no realista en que se observen quarks como partículas libres, diga cuáles de los siguientes procesos serían posibles y dibuje, cuando sea posible, algún diagrama de Feynman correspondiente al proceso:

$$u + \bar{u} \rightarrow d + \bar{d} \dots \quad u + \bar{d} \rightarrow d + \bar{u} \quad u + \bar{u} \rightarrow \text{gluon} + \text{gluon}$$

2. A fin de entender en términos más fundamentales la simetría aproximada $SU(3)$ de sabor vista en guías anteriores:

- (a) En el caso en que ningún quark tenga masa, halle la que simetría exacta global de sabor.

- (b) Cual sería la $SU(3)$ de sabor (aproximada) en la situación se incluyen términos de masa para cada quarks, pero con masas similares para los quarks u , d y s ? Cual es la simetría de isospin vista en guías anteriores?
- (c) Diga bajo que hipótesis/aproximación sobre las masas de los quarks valdría a) ley de conservación del número de quarks menos el número de antiquarks de cada especie b) la ley de conservación de isospin total c) la ley de conservación proyección 3 d) la conservación de la extrañesa.
3. Si bien los quarks no se observan en estado libre sino en sus estados ligados (formando hadrones), es útil considerar procesos de scattering entre quarks a fin de calcular amplitudes de probabilidad para los hadrones/mesones de los que forman parte. Considere algún proceso posible que involucre a hadrones y/o mesones de los octetes y decupletes de la guía 4 y dibuje los diagramas de Feynman que contribuyen al orden más bajo en perturbaciones. Para ello será necesario conocer la composición de quarks de cada hadrón.

Sector Electrodébil

1.  Antes de considerar el sector electrodébil, considere un Lagrangiano que describa a N campos de Dirac sin masa, libres, con N par. Este N es 12 en el modelo estandar y corresponde a los 6 leptones y 6 quarks. La idea de este ejercicio es ver cual es la simetría global a gaugear.
- (a) Verifique que por ser no masivos, cada término del Lagrangiano puede descomponerse en una suma de términos idénticos para su parte derecha e izquierda. (Olvide por un momento el caso de los neutrinos para los cuales no se ha observado su parte derecha. Volveremos a ello mas adelante).
- (b) Debido a lo anterior y agrupando de a pares los terminos derechos por un lado y los izquierdos por el otro, verifique que ese Lagrangiano es invariante ante $U(1) \times SU(2)$, actuando cada grupo en forma independiente en la la parte derecha e izquierda.
- (c) En todo grupo producto $G \times G$, hay un subgrupo “diagonal” $G \subset G \times G$. Cómo es esto explícitamente en el caso de interés para el modelo electrodébil?
2.  ¹ En el sector electrodébil del modelo estandar, la simetría ante paridad estará rota. Esta ruptura, que refleja resultados empíricos, se refleja en el gaugeo de manera asimétrica la parte derecha e izquierda de la simetría global anterior. La interacción electrodébil surge de proponer la sustitución: $\partial_\mu \rightarrow \partial_\mu - ig'B_\mu \frac{Y}{2} - igW_\mu^a T_a$ (nótese el cambio de signo, que al fin y al cabo es convención), siendo las Y (hipercarga) y T_a diferentes para la parte izquierda y derecha (Notese que se han introducido 4 campos de gauges y no 8, como se esperaria de gaugear toda la simetría global del ejercicio anterior). Mas precisamente:
- T_a son para la parte izquierda los generadores usuales de $su(2)$ en la representación fundamental: $T_a = \frac{\sigma_a}{2}$ y son cero para la parte derecha. Esto equivale a decir que no se gaugeo la simetría $SU(2)$ de la parte derecha.

¹Acá viene aparentemente tan ad hoc como una receta de cocina. Para esta última, la justificación es lograr un buen sabor. Para el modelo estandar, la justificación de esta receta es lograr reproducir los resultados experimentales de la manera más simple posible, con alguna noción subjetiva de simplicidad y elegancia

- La hipercarga izquierda se elige proporcional a la identidad, de forma tal que conmute con los generadores de $su(2)$ para la parte izquierda. Para la parte derecha, la matriz de hipercarga queda libre con la sola condición de ser diagonal, dado que no tiene que conmutar con nada.

Con esa sustitución escriba todos los términos de interacción para cada doblete, separando la contribución izquierda y derecha.

3. 🐰 Los campos B_μ y W_μ^3 pueden escribirse en términos de una combinación lineal definida por:

$$\begin{aligned} A_\mu &\equiv \cos(\theta_W)B_\mu + \sin(\theta_W)W_\mu^3 \\ Z_\mu &\equiv -\sin(\theta_W)B_\mu + \cos(\theta_W)W_\mu^3 \end{aligned}$$

θ es por ahora un parámetro arbitrario que define esta nueva combinación. Este se llama *ángulo de Weinberg*.

- Muestre que la suma de los términos cinéticos para B y W^3 es igual a la suma de los mismos para los campos A y Z , para todo valor de θ_W . En particular, ver que no hay términos cuadráticos cruzados entre W^3 y B .
 - Hay cierta redundancia en los parámetros g, g' y los valores de la hipercarga. Fijando $Y_L = -\text{Id}$ para los dobletes de leptones, y dado que A_μ se identificara con el campo electromagnético y que la diferencia de cargas eléctricas (acoplamiento con A_μ entre el miembro del doblete superior e inferior es e , muestre que se debe cumplir: $g\sin(\theta) = e$.
 - Muestre además que $g'\cos(\theta_W) = e$ (usando que el electrón debe tener carga $-e$) y por tanto $\tan(\theta_W) = g/g'$. Halle el valor de la matriz de hipercarga izquierda para los dobletes de quarks, usando los valores conocidos de sus cargas eléctricas.
 - Halle las matrices de hipercarga derecha Y_R para cada doblete (asignando 0 a la correspondiente al neutrino derecho que no existe) teniendo en cuenta que el acoplamiento con el campo A_μ es el mismo para la parte izquierda y derecha.
4. Muestre que el Z^0 se acopla a las componentes right y left de la corriente de electrones con distintas constantes

$$\frac{e}{\cos \theta_W \sin \theta_W} \left\{ \left(-\frac{1}{2} + \sin^2 \theta_W \right) \bar{e}_L \gamma^\mu e_L + (\sin^2 \theta_W) \bar{e}_R \gamma^\mu e_R \right\} Z_\mu^0$$

y que el término de acoplamiento con los neutrinos es de la forma

$$\frac{e}{2 \cos \theta_W \sin \theta_W} \{ \bar{\nu}_L \gamma^\mu \nu_L \} Z_\mu^0$$

- Dibuje los diagramas de Feynman correspondientes a cada vertice de interacción para el doblete de electrones y el de quarks con todos los bosones de gauge A_μ , Z_μ y W^+ y W^- , siendo $W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)$ (ojo al signo!).
- 🐰 **Conservación de número leptónico** Dejando de lado por el momento los dobletes de quarks (cuyos términos de interacción estarán modificados por el ángulo de Cabibbo), la interacción débil solo introduce mezcla entre los fermiones superiores e inferiores de cada uno. Esto lleva a una ley

de conservación. Formule esa ley en término de suma de numero de particulas menos antiparticulas de cada especie. Recordando lo visto en guas pasadas, con que simetría global esta asociada esta ley de conservación?

7. Los dos campos reales W^1 y W^2 se han redefinido en términos de un campo complejo W^+ , que tiene por tanto un complejo conjugado $W^- \neq W^+$. La cuantización de este único campo complejo da lugar a particulas y antiparticulas (que podemos llamar entre nosotros w^+ y w^- en miniscula para distinguirla del campo). Se afirma que w^\pm tienen cargas opuestas iguales en modulo a las del positrón.

Una forma de ver esto es usando la relación entre la carga relativa entre campos y la fase relativa por la que hay que multiplicar a cada uno para que el lagrangiano quede invariante. Verifique que el lagrangiano completo (incluyendo los términos cineticos) queda invariante ante multiplicar a cada campo por $e^{in\alpha}$ siendo n un factor que pesa la carga de la particula asociada medida en términos de la del electrón, de forma tal que si elige $n = -1$ para el el campo de Dirac asociado al electrón, $n = -1$ debe ser 1 para W^+ , $\frac{2}{3}$ para el campo asociado a el quark u , 0 para el neutrino, etc. Concluya también que Z tiene carga 0.

8.  Teniendo en cuenta solo lagrangiano del modelo electrodébil (sin considerar aun los efectos de las mezclas dadas por el angulo de Cabbibo), indique cuáles de los siguientes procesos son posibles y cuáles no. Justifique utilizando diagramas de Feynman y leyes de conservación.

(a) $e^-e^+ \rightarrow \mu^-\bar{\nu}_\mu$	(b) $e^- \nu_e \rightarrow \mu^-\bar{\nu}_\mu$	(c) $e^- \rightarrow \mu^-\bar{\nu}_\mu \nu_e$
(d) $\mu^- \rightarrow e^-\bar{\nu}_e \nu_\mu$	(e) $e^-e^- \rightarrow e^-e^-$	(f) $\mu^+e^- \rightarrow \mu^+e^-$
(g) $\tau^+e^- \rightarrow \nu_\tau \nu_e$	(h) $\tau^+e^- \rightarrow \nu_\mu \nu_e$	(i) $\mu^+e^- \rightarrow \gamma$
(j) $\gamma\gamma \rightarrow \nu_e \nu_e$	(k) $e^-\bar{\nu}_e \rightarrow \mu^-\bar{\nu}_\mu$	(l) $e^+e^- \rightarrow \gamma\gamma\gamma$
(m) $u\bar{u} \rightarrow d\bar{d}$	(n) $s\bar{d} \rightarrow c\bar{c}$	(o) $\nu_e s \rightarrow e^-c$
(p) $c \rightarrow de^+ \nu_e$	(q) $\gamma\gamma \rightarrow \nu_e \bar{\nu}_e$	(r) $e^-u \rightarrow s\nu_e$

9. Si, para simplificar, se consideran sólo las dos primeras generaciones de fermiones, incluir el ángulo de Cabibbo $\theta_c = 13^\circ$ modifica los términos de interacción que involucran a quarks. A la luz de esta modificación de la teoría diga como cambian los resultados de los ítems (m) a (r) del problema anterior.

10. Considere los siguientes decaimientos. Diga cuáles pueden ocurrir al tomar en cuenta la interacción fuerte y la electrodébil. Justifique utilizando diagramas de Feynman y leyes de conservación.

(a) $\Sigma^- \rightarrow n\pi^-$ (b) $\pi^0 \rightarrow \gamma\gamma$ (c) $K^- \rightarrow \pi^-\pi^0$

11. Muestre que para un ángulo de Cabibbo $\theta_c = 13^\circ$ se predice la siguiente relación entre los decaimientos del D^0 : $K^-\pi^+ : \pi^-\pi^+ : K^+\pi^- \simeq 360 : 19 : 1$

12. **Ejercicio para pensar en el colectivo** Imagine como sería el mundo en presencia de gravedad (y ausencia de higgs), considerando que apaga:

- (a) La interacción electrodébil
 (b) La interacción fuerte

Es decir, piense en que cosas que hoy observa dejaria de observar. Se considero incluir la gravedad para poder tener materia aglutinada de forma tal que puedan iniciarse ciertos procesos.

13. **Cosas a decir para desaprobar automaticamente el segundo parcial, basado en hecho reales. Algunas frases sea han exagerado con fines dramaticos.**

- (a) El campo de Dirac del neutrino se acopla con A_μ . Claro, el neutrino tiene carga electrica, pese a su nombre desafortunado que parece indicar que es neutro.
- (b) Z tiene carga electrica.
- (c) Los leptones se acoplan a los gluones, solo que más débilmente.
- (d) El grupo $SU(3)$ de sabor (visto en la guia 4) es el $SU(3)$ cuyo gaugeo da lugar a los gluones.
- (e) Los quarks no se acoplan a Z y a W . Solo interactuan via la fuerza fuerte.
- (f) El acoplamiento derecho e izquierdo con A_μ es en general diferente. Claro, es bien sabido que la interacción electromagnetica viola paridad.
- (g) Las antiparticulas tienen todos los numeros opuestos a los de las partículas. Su masa y energía son negativas. Por eso cuando se encuentran se aniquilan.