ESTRUCTURA DE LA MATERIA 4

SEGUNDO CUATRIMESTRE 2021

GUIA 8: UN MUNDO SIN HIGGS

A fin acercarnos al modelo estandard completo en la guía proxima, consideraremos aquí distintos sectores del modelo estandard, es decir, nos enfocaremos en ciertos términos del Lagrangiano, dejando de lado en esta guía todos los términos del Lagrangiano completo que contengan al campo de Higgs. De esta forma aquí trataremos a todos los campos de Dirac (que describen a leptones y quarks) y los campos de gauge como si fueran no masivos. Ademas, consideraremos por separado aquellos términos relevantes para *quantum cromodynamics* (QCD) y aquellos relevantes para la interacción electrodebil

QCD: sector del modelo estandard con interacción fuerte

1. En el modelo estandard, de todos los fermiones solo los 6 quarks (u,d,c,s,t,b) se acoplan a los gluones, mediadores de la fuerza fuerte. Los quarks (y antiquarks) son partículas asociadas a campos de Dirac ψ_I $(I = 1...6)$, cada uno de los cuales se puede pensar como un triplete de color. Es decir, cada ψ_I tendra un indice extra que tomara los valores rojo, verde, azul. El Lagrangiano correspondiente es este:

$$L_{QCD} = \sum_{I=1}^{6} \overline{\psi}_I(x) i\gamma^\mu (\partial_\mu + igA^a{}_\mu T_a)\psi_I(x) - \frac{1}{4} G^a_{\mu\nu} G^{\mu\nu}_a$$

donde $T^a \equiv \frac{\lambda^a}{2}$, siendo λ_a las matrices de Gell-Mann; G^a es el tensor visto en la guía anterior, correspondiente a $SU(3)$

(a) Dibuje los vértices de interacción entre cada quark y los gluones y asegurese de entender que los términos de interacción no mezclan quarks diferentes (es decir, no hay mezcla entre u y d por ejemplo)

(b) Este lagrangiano tiene una simetría local $SU(3)$, que resulto de gaugear la $SU(3)$ global de color. Además de esta, existe una simetría global extra que consiste en multiplicar cada ψ_I por una fase, independiente para cada indice I pero la misma para cada indice de color. A partir de lo visto en guías pasadas, diga que ley de conservación implica esta simetría. Observe que esta simetría subsistiria aún en presencia de términos de masa para los quarks, todos diferentes en general.

(c) A partir de esa ley de conservación, considerando el caso no realista en que se observen quarks como particulas libres, diga cuales de los siguientes porcesos serían posibles y dibuje, cuando sea posible, algún diagrama de Feynman correspondiente al proceso:
$u + \bar{u} \to d + \bar{d}...$ $\quad u + \bar{d} \to d + \bar{u}$ $\quad u + \bar{u} \to gluon + gluon$

2. A fin de entender en términos mas fundamentales la simetría aproximada $SU(3)$ *de sabor* vista en guias anteriores:

   (a) En el caso en que ningun quark tenga masa, halle la que simetría exacta global de sabor.

   (b) Cual sería la $SU(3)$ de sabor (aproximada) en la situación se incluyen términos de masa para cada quarks, pero con masas similares para los los quarks u d y s? Cual es la simetría de isospin vista en guias anteriores?

   (c) Diga bajo que hipotesis/aproximación sobre las masas de los quarks valdria a) ley de conservación del numero de quarks menos el numero de quark de cada especie b) la ley de conservación de isospin total c) la ley de conservación proyección 3 d) la conservación de la extranesa.

3. Si bien los quarks no se observan en estado libre sino en sus estados ligados (formando hadrones), es útil considerar procesos de scatering entre quarks a fin de calcular amplitudes de probabilidad para los hadrones/mesones de los que forman parte. Considere algún proceso posible que involucre a hadrones y/o mesones de los octetes y decupletes de la guía 4 y dibuje los diagramas de Feynman que contribuyen al orden más bajo en perturbaciones. Para ello será necesario conocer la composición de quarks de cada hadrón.

Sector Electrodébil

1. Antes de considerar el sector electrodebil, considere un Lagrangiano que describa a N campos de Dirac sin masa, libres, con N par. Este N es 12 en el modelo estandard y corresponde a los 6 leptones y 6 quarks. La idea de este ejercicio es ver cual es la simetría global a gaugear. (Olvide por un momento el caso de los neutrinos para los cuales no se ha observado su parte derecha. Volveremos a ello mas adelante).

   (a) Muestre que el lagrangiano de un campo de Dirac con masa cada término del Lagrangiano puede descomponerse en la forma:

   $$\bar{\psi} i\gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\bar{\psi}\psi = \bar{\psi}_L i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_L + \bar{\psi}_R i\gamma^\mu \partial_\mu \psi_R - m(\bar{\psi}_L \psi_R + \bar{\psi}_R \psi_L)$$

   (b) Verifique que en el caso en que la masa es cero, el lagrangiano es invariante ante multiplicar a la parte right y left por una fase global independiente para ambas partes.

   (c) Considere ahora el lagrangiano de estos N campos de Dirac sin masa , agrupando de a pares en dobletes. Verifique que ese Lagrangiano es invariante ante $U(1) \times SU(2)$, actuando cada grupo en forma independiente en la la parte derecha e izquierda de cada doblete

2. [1] En el sector electrodébil del modelo estandard, la simetría ante paridad estará rota. Esta ruptura, que refleja resultados empiricos, se refleja en el gaugeo de manera asimétrica la parte derecha e izquierda de la simetría global anterior. La interacción electrodébil surge de proponer la sustitución: $\partial_\mu \to \partial_\mu + ig' B_\mu \frac{Y}{2} + igW^a_\mu T_a$, siendo las Y (hipercarga) y T_a diferentes para la parte izquierda y derecha (Notese que se han introducido 4 campos de gauges y no 8, como se esperaria de gaugear toda la simetría global del ejercicio anterior). Mas precisamente:

[1] Aca viene aparentemente tan ad hoc como una receta de cocina. Para esta última, la justificacion es lograr un buen sabor. Par el modelo estandar, la justificacion de esta receta es lograr reproducir los resultados experimentales de la manera mas simple posible, con alguna nocíon subjetiva de simplicidad y elegancia

- T_a son para la parte izquierda los generadores usuales de $su(2)$ en la representación fundamental: $T_a = \frac{\sigma_a}{2}$ y son cero para la parte derecha. Esto equivale a decir que no se gaugeo la simetría $SU(2)$ de la parte derecha.
- La hipercarga izquierda se elige proporcional a la identidad, de forma tal que conmute con los generadores de $su(2)$ para la parte izquierda. Para la parte derecha, la matriz de hipercarga queda libre con la sola condición de ser diagonal, dado que no tiene que conmutar con nada.

Con esa sustitución escriba todos los términos de interacción *para cada doblete*, separando la contribución izquierda y derecha y muestre que pueden escribirse en esta forma:

$$\boxed{L_{int}^{Dirac/B/W} = -g'\bar{\Psi}_R\gamma^\mu B_\mu \frac{Y_R}{2}\Psi_R - \bar{\Psi}_L\gamma^\mu(g'B_\mu\frac{Y_L}{2} + gW_\mu^3\frac{\sigma_3}{2})\Psi_L - g\bar{\Psi}_L\gamma^\mu(W_\mu^1\frac{\sigma_1}{2} + W_\mu^2\frac{\sigma_2}{2})\Psi_L}$$

3. Los campos B_μ y W_μ^3 pueden escribirse en términos de una combinación lineal definida por:

$$\begin{aligned} A_\mu &\equiv cos(\theta_W)B_\mu + sen(\theta_W)W_\mu^3 \\ Z_\mu &\equiv -sen(\theta_W)B_\mu + cos(\theta_W)W_\mu^3 \end{aligned}$$

θ es por ahora un parámetro arbitrario que define esta nueva combinación. Este se llama *ángulo de Weinberg*. El lagrangiano del modelo estandar contiene estos términos que dan la parte cinética y de autointeracción para los campos B y W:

$$L^{\text{Campos de Gauge}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}(B)F^{\mu\nu}(B) - \frac{1}{4}G_{a\mu\nu}G^{a\mu\nu}$$

siendo $F_{\mu\nu}(B) = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu$ y $G_{\mu\nu}^a$ la expresión usual vista en la guia enterior para los campos de gauge (los W) de $SU(2)$ en la base $T_a = \frac{\sigma_a}{2}$.

(a) Muestre que la suma de los términos cineticos para B y W^3 (es decir, la suma de los términos cuadraticos) es igual a la suma de los mismos para los campos A y Z, para todo valor de θ_W. En particular, ver que no hay terminos cuadraticos cruzados entre Z y A. La moraleja de este ejercicio es que, en lo que toca a los términos cuadraticos, el lagrangiano es una suma de términos como el de Maxwell para A y Z.

(b) Hay cierta redundancia en los parametros g,g' y los valores de la hipercarga. Fijando $Y_L = -\text{Id}$ para los dobletes de leptones, y dado que A_μ se identificara con el campo electromagnetico y que la diferencia de cargas electricas (acoplamientos con A_μ entre el miembro del doblete superior e inferior es e, muestre que se debe cumplir: $gsen(\theta) = e$.

(c) Muestre además que $g'cos(\theta_W) = e$ (usando que el electrón debe tener carga $-e$) y por tanto $tan(\theta_W) = g/g'$. Halle el valor de la matriz de hipercarga izquierda para los dobletes de quarks, usando los valores conocidos de sus cargas electricas .

(d) Halle las matrices de hipercarga derecha Y_R para cada doblete (asignando 0 a la correspondiente al neutrino derecho que no existe) teniendo en cuenta que el acoplamiento con el campo A_μ es el mismo para la parte izquierda y derecha

4. Reescriba los términos de interacción con los campos A y Z, para cada doblete, en la forma:

$$\boxed{L_{int}^{\text{Dirac/A/Z}} = -\bar{\Psi} Q \gamma^{\mu} A_{\mu} \Psi - \bar{\Psi}_R \gamma_{\mu} Z_{\mu} C_R \Psi_R - \bar{\Psi}_L \gamma^{\mu} Z_{\mu} C_L \Psi_L}$$

siendo C_R y C_R matrices diagonales, diferentes para la parte derecha e izquierda. Muestre que estas matrices son:

$$\begin{aligned} C_L &= e\left(-tan(\theta_W)\frac{Y_L}{2} + cot(\theta_W)\frac{\sigma_3}{2}\right) \\ C_R &= -e\, tan(\theta_W)\frac{Y_R}{2} \end{aligned}$$

Si llega a lo mismo a menos de un signo global, recuerde que e es el modulo de la carga del electrón, es decir, la carga del positrón. Recuerde también que esta C_R se reduce a un número en el caso de los dobletes de leptones.

5. Este ejercicio puede considerarse un caso particular del anterior para el doblete de neutrino/electrón. Recuerde ahora que el doblete right es en realidad un singlete, contiendo solamente al campo de Dirac del electrón/positrón. Muestre que el Z^0 se acopla a las componentes right y left de la corriente de electrones con distintas constantes

$$\frac{e}{\cos\theta_W \sin\theta_W}\left(\left(-\frac{1}{2} + \sin^2\theta_W\right)\bar{e}_L \gamma^{\mu} e_L + \left(\sin^2\theta_W\right)\bar{e}_R \gamma^{\mu} e_R\right) Z_{\mu}^0$$

y que el término de acoplamiento con los neutrinos es de la forma

$$\frac{e}{2\cos\theta_W \sin\theta_W}\bar{\nu}_L \gamma^{\mu} \nu_L Z_{\mu}^0$$

6. Hasta ahora nos hemos focalizado en los términos de interacción con los campos Z y A. Los términos de interacción con los W_1 y W_2 son mas simples, dado que solo aparecen en la parte left y no hay angulos de mezcla. Sin embargo, los campos observados (con carga electrica definida) no son los W_1 y W_2 sino estas combinaciones complejas:

$$\begin{aligned} W_{\mu}^{+} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W_{\mu}^1 - iW_{\mu}^2) \\ W_{\mu}^{-} &= \frac{1}{\sqrt{2}}(W_{\mu}^1 + iW_{\mu}^2) \end{aligned}$$

No hay un typo aquí. Los signos menos y mas son los correctos. Reescriba la parte de la derivada covariante que contiene a los campos $W^{\pm}$ y muestre que los términos de interacción de los fermiones con ellos son de la forma:

$$\boxed{L_{int}^{Fermino/W^{pm}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}(\bar{\psi}_L^{up}\gamma^\mu W_\mu^+ \psi_L^{down} + \bar{\psi}_L^{down}\gamma^\mu W_\mu^- \psi_L^{up})}$$

"down" y "up" aqui se refiere a las componentes superiores e inferiores de cada doblete.

7. (Importante!!) Dibuje los diagramas de Feynman correspondientes a cada vertice de interacción para el doblete de electrones y el de quarks con todos los bosones da gauge A_μ, Z_μ y W^+ y W^-.

8. **Conservación de número leptonico** Dejando de lado por el momento los dobletes de quarks (cuyos terminos de interacción estaran modificados por el ángulo de Cabibbo), la interacción débil solo introduce mezcla entre los fermiones superiores e inferiores de cada uno. Esto lleva a una ley de conservación. Formule esa ley en término de suma de numero de particulas menos antiparticulas de cada especie. Recordando lo visto en guas pasadas, con que simetría global esta asociada esta ley de conservación?

9. Los dos campos reales W^1 y W^2 se han redefinido en términos de un campo complejo W^+, que tiene por tanto un complejo conjugado $W^- \neq W^+$. La cuantización de este único campo complejo da lugar a particulas y antiparticulas (que podemos llamar entre nosotros w^+ y w^- en miniscula para distinguirla del campo). Se afirma que $w^\pm$ tienen cargas opuestas iguales en modulo a las del positrón.

   Una forma de ver esto es usando la relación entre la carga relativa entre campos y la fase relativa por la que hay que multiplicar a cada uno para que el lagrangiano quede invariante.

   (a) Escriba los terminos cubicos y cuarticos de interacción de los campos W, partiendo del término $-1/2Tr(G^2)$ para la parte de $SU(2)$. Será fundamental aqui usar los generadores J_+ y J_- y calcular las trazas de productos de a pares. No interesa en esta parte el detalle de los coeficientes, sino solo saber que campos aparecen mezclados en cada término.

   (b) Verifique que el lagrangiano completo (incluyendo los términos cineticos) queda invariante ante multiplicar a cada campo por $e^{in\alpha}$ siendo n un factor que pesa la carga de la particula asociada medida en términos de la del electrón, de forma tal que si elige $n = -1$ para el el campo de Dirac asociado al electrón, $n = -1$ debe ser 1 para W^+, $\frac{2}{3}$ para el campo asociado a el quark u, 0 para el neutrino, etc. Concluya también que Z tiene carga 0.

10. Teniendo en cuenta solo lagrangiano del modelo electrodebil (sin considerar aun los efectos de las mezclas dadas por el angulo de Cabbibo), indique cuáles de los siguientes procesos son posibles y cuáles no. Justifique utilizando diagramas de Feynman y leyes de conservación.

(a)	e^-e^+	$\to$	$\mu^-\bar{\nu}_\mu$	(b)	$e^-\nu_e$	$\to$	$\mu^-\bar{\nu}_\mu$	(c)	e^-	$\to$	$\mu^-\bar{\nu}_\mu\nu_e$
(d)	μ^-	$\to$	$e^-\bar{\nu}_e\nu_\mu$	(e)	e^-e^-	$\to$	e^-e^-	(f)	μ^+e^-	$\to$	μ^+e^-
(g)	τ^+e^-	$\to$	$\nu_\tau\nu_e$	(h)	τ^+e^-	$\to$	$\nu_\mu\nu_e$	(i)	μ^+e^-	$\to$	γ
(j)	$\gamma\gamma$	$\to$	$\nu_e\nu_e$	(k)	$e^-\bar{\nu}_e$	$\to$	$\mu^-\bar{\nu}_\mu$	(l)	e^+e^-	$\to$	$\gamma\gamma\gamma$
(m)	$u\bar{u}$	$\to$	$d\bar{d}$	(n)	$s\bar{d}$	$\to$	$c\bar{c}$	(o)	$\nu_e s$	$\to$	e^-c
(p)	c	$\to$	$de^+\nu_e$	(q)	$\gamma\gamma$	$\to$	$\nu_e\bar{\nu}_e$	(r)	e^-u	$\to$	$s\nu_e$

11. Si, para simplificar, se consideran sólo las dos primeras generaciones de fermiones, incluir el ángulo de Cabibbo $\theta_c = 13^\circ$ modifica los términos de interacción que involucran a quarks. A la luz de esta modificación de la teoría diga como cambian los resultados de los ítems (m) a (r) del problema anterior.

12. Considere los siguientes decaimientos. Diga cuáles pueden ocurrir al tomar en cuenta la interacción fuerte y la electrodébil. Justifique utilizando diagramas de Feynman y leyes de conservación.

$$(a) \quad \Sigma^- \rightarrow n\pi^- \qquad (b) \quad \pi^0 \rightarrow \gamma\gamma \qquad (c) \quad K^- \rightarrow \pi^-\pi^0$$

13. Muestre que para un ángulo de Cabibbo $\theta_c = 13^\circ$ se predice la siguiente relación entre los decaimientos del D^0: $K^-\pi^+ : \pi^-\pi^+ : K^+\pi^- \simeq 360 : 19 : 1$

14. Como es evidente, el modelo standard, aún en esta version simplificada, consta de varios terminos. Es muy fácil marearse y perder la versión de conjunto. Escriba a su manera, de la forma más compacta y clara posible, esta versión del modelo standard: sin campo de Higgs, ignorando en una primera versión el angulo de cabbibo para simplificar.

15. **Ejercicio para pensar en el colectivo** Imagine como sería el mundo en presencia de gravedad (y ausencia de higgs), considerando que apaga:

    (a) La interacción electrodebil

    (b) La interacción fuerte

    Es decir, piense en que cosas que hoy observa dejaria de observar. Se considero incluir la gravedad para poder tener materia aglutinada de forma tal que puedan iniciarse ciertos procesos.

16. **Cosas a decir para desaprobar automaticamente el segundo parcial, basado en hecho reales. Algunas frases sea han exagerado con fines dramaticos.**

    (a) El campo de Dirac del neutrino se acopla con A_μ. Claro, el neutrino tiene carga electrica, pese a su nombre desafortunado que parece indicar que es neutro.

    (b) Z tiene carga electrica.

    (c) Los leptones se acoplan a los gluones, solo que más débilmente.

    (d) El grupo $SU(3)$ de sabor (visto en la guia 4) es el $SU(3)$ cuyo gaugeo da lugar a los gluones.

    (e) Los quarks no se acoplan a Z y a W. Solo interactuan via la fuerza fuerte.

    (f) El acoplamiento derecho e izquierdo con A_μ es en general diferente. Claro, es bien sabido que la interacción electromagnetica viola paridad.

    (g) Las antiparticulas tienen todos los numeros opuestos a los de las partículas. Su masa y energía son negativas. Por eso cuando se encuentran se aniquilan.