

Estructura de la Materia 4

- 22/03 Introducción
- 29/03 Fenomenología Nuclear
- 31/03 Isospín
- 05/04 Grupos de Simetría
- 07/04 Modelo de quarks
- 12/04 Modelo de quarks (2)
- 19/04 Mesones y Color
- 21/04 Cuántica Relativista
- 26/04 Soluciones de la Ec. de Dirac
- 28/04 Fenomenología de la Ec. de Dirac
- 03/05 Covariancia de la Ec. de Dirac
- 05/05 Helicidad y Quiralidad
- 17/05 Teoría Lagrangiana de Campos
- 19/05 Teorema de Noether y 2^{da} cuantificación
- 24/05 Simetrías de Gauge
- 26/05 Gauge no abeliano
- 31/05 Cromodinámica Cuántica
- 02/06 Interacciones Débiles
- 07/06 Unificación Electro-débil
- 09/06 Ruptura Espontánea de la Simetría
- 14/06 Generación de masas en la teoría electro-débil
- 16/06 Oscilaciones de Neutrinos
- 21/06 Interacciones de partículas con la materia
- 23/06 Detectores y colisionadores
- 28/06 Descubrimiento del bosón de Higgs



Gustavo Otero y Garzón – UBA



22/03: Introducción

¡Bienvenidos a E4!

- **¿Será este el último cuatrimestre en cuarentena?**
 - A esta altura tenemos mejores herramientas para adecuarnos a esta situación
 - ¡Cualquier sugerencia es bienvenida!
 - Atentos porque podría ser que volvamos a la presencialidad

Estructura de la Materia 4 – 2do Cuatrimestre 2021

Prof. Gustavo Otero y Garzón

Search



Cronograma

17/08	Introducción General: de los átomos a las partículas.	
20/08	Fenomenología Nuclear: modelos del núcleo atómico.	Guía 1
24/08	Isospin nuclear.	Guía 1
27/08	Isospin en partículas, grupos de simetría.	Guía 2
31/08	Modelo de quarks: funciones de onda de SU(3).	Guía 2
03/09	Antiquarks, mesones, evidencias del color.	Guía 3
07/09	Cuántica Relativista: Ec. Klein Gordon y Dirac.	Guía 4
10/09	Soluciones Ec. Dirac. límite clásico.	Guía 5
14/09	Fenomenología de la Ec.de Dirac.	Guía 5

página de la materia

<http://materias.df.uba.ar/edlm4a2021c2/>

Página Principal > Dto de Física > 2021 > Primer Cuatrimestre > edlm4ba2021c1

Estructura de la Materia 4 B

Activar edición

NAVEGACIÓN

- Página Principal
- Área personal
- Páginas del sitio
- Curso actual
 - edlm4ba2021c1
 - Participantes
 - Insignias
 - General
 - 22 de March - 28 de March
 - 29 de March - 4 de April
 - 5 de April - 11 de April
 - 12 de April - 18 de April
 - 19 de April - 25 de April
 - 26 de April - 2 de May
 - 3 de May - 9 de May
 - 10 de May - 16 de May
 - 17 de May - 23 de May

22 de March - 28 de March

29 de March - 4 de April

5 de April - 11 de April

12 de April - 18 de April

19 de April - 25 de April

26 de April - 2 de May

AVISOS

4:41:34

1:17:20

38:18

24:02

1:16:34

1:38:05

BUSCAR EN LOS FOROS

Búsqueda avanzada

AVISOS RECIENTES

Añadir un nuevo tema...

(Aún no se han publicado noticias)

ADMINISTRADOR DE ARCHIVOS

Abrir el Administrador de Archivos

EVENTOS PRÓXIMOS

No hay eventos próximos

campus virtual

<https://campus.exactas.uba.ar/course/view.php?id=2600>

Estructura de la materia 4: Física de altas energías

Física Exactas UBA - 2 / 50

1 Estructura 4. Clase 14-04-20. Profesor: Gustavo Otero y Garzón

Física Exactas UBA

1:41:34

2 Estructura 4. Clase 16-04-20. Profesor: Gustavo Otero y Garzón

Física Exactas UBA

1:17:20

3 Estructura 4. Clase práctica 16-04-20 (1)

Física Exactas UBA

38:18

4 Estructura 4. Clase práctica 16-04-20 (2)

Física Exactas UBA

24:02

5 Estructura 4. Clase 21-04-20. Profesor: Gustavo Otero y Garzón

Física Exactas UBA

1:16:34

6 Estructura 4. Clase práctica 21-04-20

Física Exactas UBA

1:38:05

Estructura 4. Clase 23-04-20. Profesor:

clases en Youtube
(link próximamente)

Algunas formalidades

- **Recurran al material virtual de las páginas del curso**
 - En el campus virtual va a haber información y foros donde pueden consultar todo tipo de dudas
 - La página de la materia tiene bastante información útil sobre el curso
 - Las clases quedan grabadas
 - También tienen nuestros e-mails
- **¿Cómo se aprueba este curso?**
 - Este curso termina el 26/11 (ver [cronograma](#))
 - Van a haber dos parciales, uno a mitad y otro al final de cuatrimestre (con sus recuperatorios)
 - Quizás el final sea presencial

¡No duden en contactarnos!

El curso va a funcionar mejor cuanto más interacción tengamos

¿De qué se trata esta materia?

- **El propósito de este curso es presentarles un panorama de la física que uno encuentra a la escala de tamaños más pequeña posible (“fundamental”)**
- **En algún momento la motivación pudo haber sido responder a preguntas tales como:**
 - ¿Qué es lo que hace que un núcleo sea estable y otro no?
 - ¿Porqué al desintegrarse un núcleo la energía liberada es tan grande?
- **Sin embargo, es aún más interesante la física a nivel “sub-nuclear”**
 - Cuando uno intenta describir la física a escalas más pequeñas (¡energías más altas!) surge un panorama totalmente distinto a lo que vieron hasta el momento
 - Esta física no es una aplicación más sofisticada de cuántica o electro sino algo nuevo y radicalmente distinto
 - Por ejemplo, al intentar describir la estructura de un protón vamos a necesitar una descripción cuántica y relativista a la vez (la ecuación de Dirac, la versión relativista de la ecuación de Schrödinger)

Física a nivel fundamental

- **Vamos a ver que la ecuación de Dirac nos pone en contacto con nuevos conceptos físicos tales como:**
 - Existencia de antipartículas (antimateria)
 - La materia se crea y se aniquila
 - El vacío es un estado muy interesante del cual pueden surgir partículas muy variadas
- **El estudio de las interacciones entre las partículas nos va a llevar a un replanteo**
 - Vamos a formular al EM a nivel cuántico como una interacción mediada por el fotón
 - Esta formulación es consecuencia de que la naturaleza respeta una simetría un tanto abstracta de la cual **se deducen** las ecuaciones de Maxwell
 - La invariancia ante otro tipo de simetrías explica otras dos interacciones: la débil (responsable de que el sol funcione como lo hace) y la fuerte (la que mantiene la cohesión de los núcleos)
- **Pensar a las interacciones como una forma de la naturaleza de preservar una simetría y a la materia como excitaciones del vacío es un cambio significativo en la forma en que concebimos la naturaleza**

Evolución histórica

- Este cambio se inició en la década del '30 de la mano de la física nuclear y la formulación de la cuántica relativista
- En la década del '50 la tecnología permitió producir nuevas partículas en laboratorios
- Este “zoo” de partículas tiene patrones bien definidos que permiten clasificarlas en una nueva “tabla periódica”
- En los '60 se logro entender estas regularidades suponiendo que toda la materia era combinación de unas pocas partículas (fundamentales) que se agrupaban satisfaciendo algunos criterios de simetría
- En las décadas del '70 y del '80 se empezó a formar el área de la física de partículas elementales que explora la física a nivel fundamental utilizando experimentos gigantes y con mucho éxito se exploró la naturaleza a escalas $\sim 10^{-16}\text{m}$
- Desde entonces hubo muchos avances en el entendimiento de la naturaleza a nivel fundamental, el último de ellos fue el descubrimiento del bosón de Higgs (Nobel 2013) que explica el origen de la masa

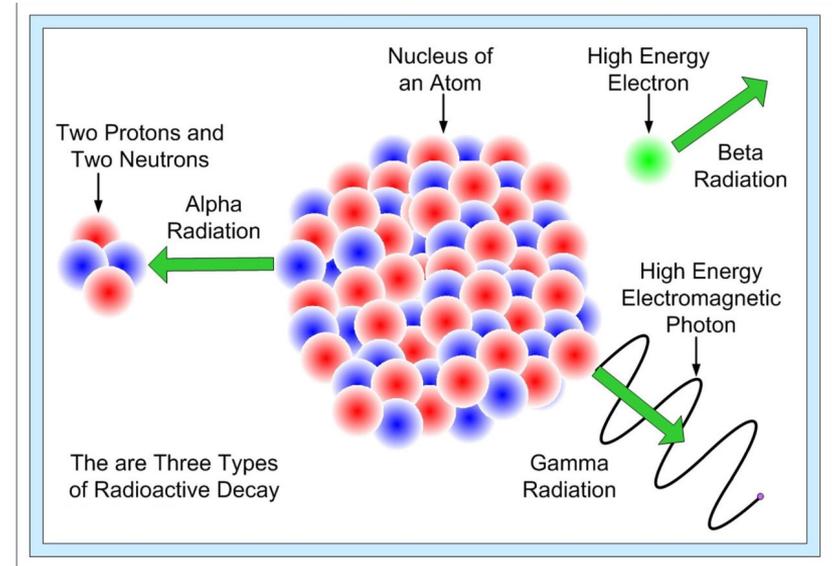
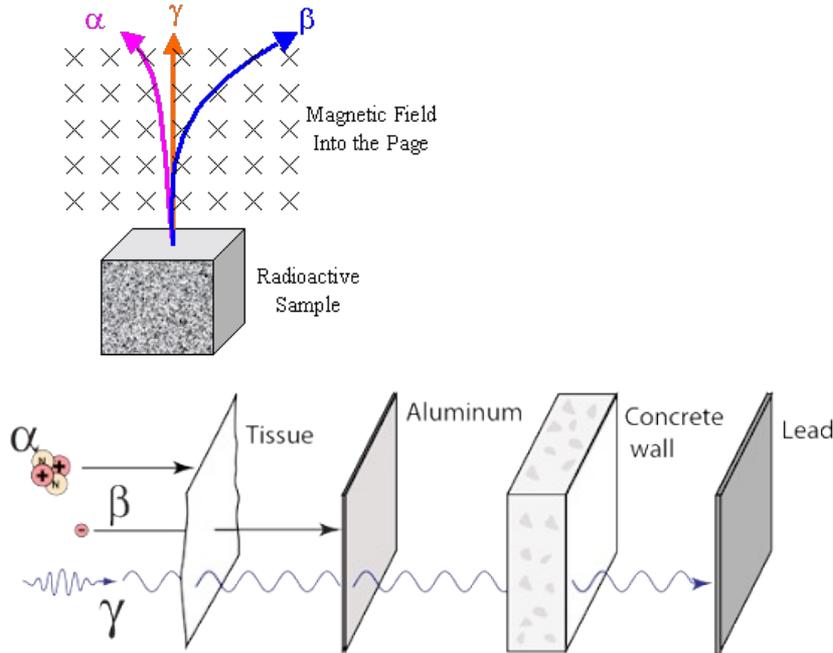
Hoja de ruta

- **En este curso vamos a recorrer el último siglo del camino hacia la “elementariedad”**
 - Por la diversidad de temas y la dificultad de algunos vamos a presentar los conceptos físicos más relevantes con el mínimo formalismo necesario
 - El énfasis va a estar puesto en entender los conceptos nuevos que cambien nuestra forma de entender la materia y sus interacciones
 - Entender que hay detrás de estos conceptos sin manejar totalmente la parte técnica que pueden ver, si les interesa, en materias optativas de teoría de campos y física de partículas
 - Vamos a abordar estos temas desde lo fenomenológico (la cosa medida y comprobada) más que lo especulativo
 - Por esto vamos a enfatizar todo aquello que tenga relevancia en el camino hacia la elementariedad (por ejemplo, ¡vamos a ver solo una clase de física nuclear!)
- **Bibliografía**
 - No hay un único texto que cubra todos los contenidos de este curso
 - No obstante, sugiero el “Halzen” o el “Griffits” de la [bibliografía sugerida en la página del curso](#)

Radioactividad, electrones, neutrones y protones (1896 – 1932)

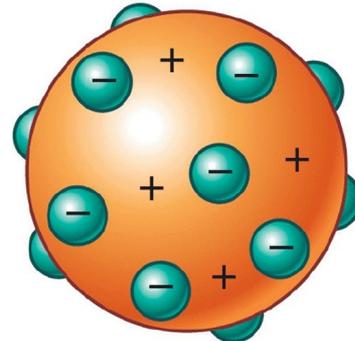
Radioactividad y estructura atómica (1896-1932)

- **¿Cómo era la imagen de elementalidad a principios del siglo XX?**
 - El inicio fue el descubrimiento (accidental) de la radioactividad
 - En 1896, Becquerel y los Curie identificaron tres tipos de emisiones que se distinguen según su comportamiento en presencia de campos EM



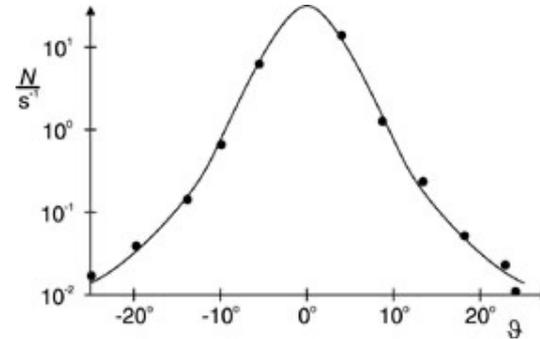
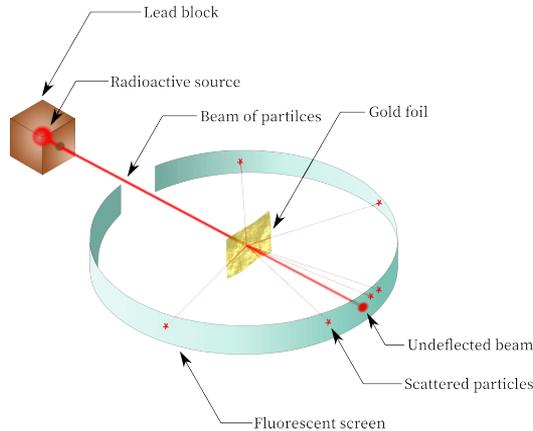
Hacia un modelo del átomo

- En 1897 J. J. Thomson, estudiando los rayos catódicos descubrió al electrón (Nobel 1906)
 - Los rayos catódicos se desviaban en presencia de campos magnéticos
 - Pensó que probablemente fuesen un flujo de partículas cargadas
 - Determinó el cociente q/m , que resultó ser mucho mayor que el medido para el resto de los iones conocidos
 - O bien la carga era muy grande o su masa muy pequeña (experimentalmente se determinó que era esto último)
 - Thomson intuyó que estos electrones eran constituyentes fundamentales de la materia
 - Propuso su famoso modelo atómico del “budín de pasas”
 - J. J. recibió el Nobel por demostrar que el electrón es una partícula, ¡su hijo lo recibió por demostrar su comportamiento ondulatorio!



Hacia un modelo del átomo

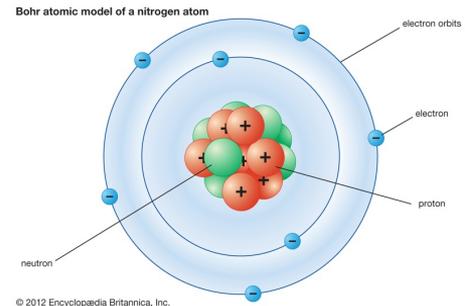
- El modelo de Thomson no duró mucho
- En 1911, Rutherford (Nobel 1908) hizo su famoso experimento de scattering y descubrió el núcleo atómico
 - La carga positiva (y casi toda la masa) de un átomo se concentra en una región muy pequeña (núcleo)



- También concluyó que había más de un tipo de núcleo (isótopos) para un mismo elemento y bautizó como “protón” al núcleo más liviano
- La masa de los núcleos era un múltiplo de la del hidrógeno

El modelo de Bohr

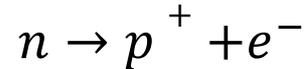
- **En 1914, Bohr (Nobel 1922) propone un modelo para el átomo**
 - Sobre una versión primitiva de la mecánica cuántica
 - Excelente descripción de la fenomenología del átomo de Hidrógeno
- **El éxito del modelo de Bohr y la evidencia del protón como constituyente nuclear invitaba a pensar que los núcleos más pesados tendrían simplemente más protones (ligados de alguna manera) con igual número de electrones orbitando**
 - Pero el siguiente elemento, el Helio, tenía dos electrones, dos protones pero la masa era cuatro veces la del Hidrógeno
- **En 1932, Chadwick (Nobel 1935) descubrió al neutrón**
 - Radiación penetrante sin carga eléctrica compuesta por partículas con masa similar a la del protón
- **Había entonces una imagen simpática de cómo estaba constituida la materia:**
 - Protones, electrones y neutrones a lo Bohr
 - Claro, faltaba explicar porqué el núcleo no explotaba...



Neutrinos, antipartículas y mesones (1930 – 1950)

Decaimiento β

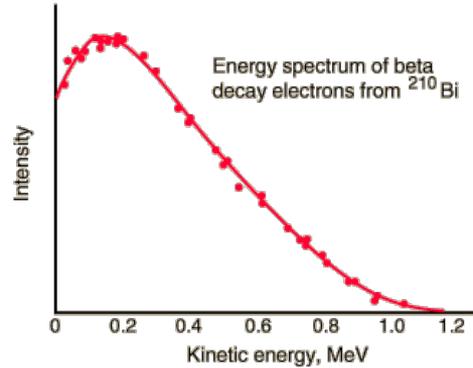
- Si bien la imagen que se tenía en los '30 parecía sólida y satisfactoria había indicios que pronto la cosa se iba a complicar
 - Ya se habían dado cuenta que había un problema con los decaimientos β
 - El decaimiento β^- era el responsable de la radiación β y se observaba para muchas transiciones nucleares (por ejemplo, ${}_{19}^{40}\text{K} \rightarrow {}_{20}^{40}\text{Ca}$, con $\begin{matrix} \text{número másico (A)} \\ \text{número atómico (Z)} \end{matrix} \text{Elemento}$)
 - en este proceso un neutrón se transforma en un protón y un electrón (para balancear la carga) que es en definitiva la “radiación β ”



- En cinemática relativista cada partícula se describe con su cuadri-impulso (Ei, \vec{p}_i)
- Si uno mira la reacción en el centro de masa $\vec{p}_n = \mathbf{0}$ y $\vec{p}_p = -\vec{p}_e$ por conservación de impulso
- Es decir que las variables son m_n (conocida), (Ep, \vec{p}_p) y $(Ee, -\vec{p}_p)$ de las cuales tres quedan fijas por conservación de la energía y las relaciones de dispersión ($c^4 m_{p(e)}^2 = \sqrt{E_{p(e)}^2 - \mathbf{p} \mathbf{p}_{(e)}^2}$)
- Es decir, ¡la energía con la que se produce el electrón debería estar fija!

Decaimiento β

- El tema es que la medición de la energía de estos electrones se da en todo un rango, no en un único valor

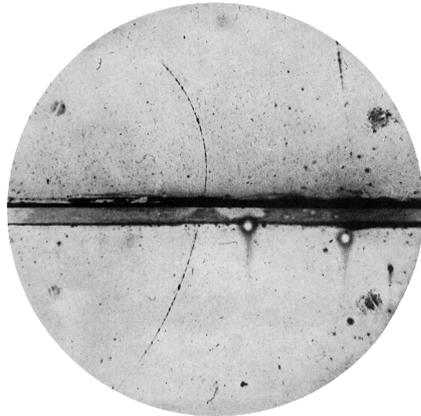


- Bohr ya estaba dispuesto a renunciar al principio de conservación de la energía cuando Pauli sugirió que había otra partícula entre los decaimientos que pasaba sin ser detectada
- Ahora el electrón y esta nueva partícula se reparten el impulso entre ellos
- Esta partícula (neutrino) no podía tener carga eléctrica (¿porqué?) y debía tener muy poca masa
- En 1933 Fermi propuso un modelo de la interacción débil donde incorporaba a los neutrinos y funcionaba muy bien si se les asignaba espín $\frac{1}{2}$ y masa ~ 0



Antipartículas

- **Otro aspecto misterioso en ese entonces eran las llamadas antipartículas**
 - En 1927 Dirac había propuesto una ecuación que era la versión relativista de la de Schrödinger que conciliaba la mecánica cuántica con la relatividad especial
 - El detalle es que esta ecuación además de describir correctamente el comportamiento de los fermiones postulaba la existencia de un objeto con la misma masa, espín y números cuánticos opuestos a los de las partículas (antipartículas)
 - Es decir que debería existir una partícula como el electrón pero con carga positiva
 - En 1931 Anderson (Nobel 1936) descubrió experimentalmente al positrón (anti-electrón) estudiando decaimientos de rayos cósmicos (con películas fotográficas)
 - El positrón también se observa en el decaimiento β^+ : $p \rightarrow n + e^+ + \nu$



C. Anderson, "The positive electron"
Phys. Rev 43 491

Fuerza fuerte: modelo de Yukawa

- **El tercer indicio de que la imagen simplificada del modelo atómico era incompleto estaba relacionado con la fuerza fuerte**
 - ¿Cómo era la fuerza fuerte que vencía a la EM dentro del núcleo, pero que no tenía ninguna manifestación a escala humana (como la EM y la gravitatoria)?
 - Una manera de entender esto es que la fuerza fuerte sea de corto alcance (la EM y la gravitatoria son de rango infinito ($\sim 1/r^2$))
 - Si la fuerza fuerte tuviera un mediador (como el fotón), debería tener una restricción para propagarse y una manera sería asignarle masa
 - En 1934 Yukawa (Nobel 1949) propuso un modelo para la interacción fuerte con un mediador masivo y para reproducir la fenomenología debería tener una masa de 150MeV (300 veces más que el electrón, 1/6 de la del protón)
 - En la década del '40 se descubrieron los mesones π (piones) y los μ (muones) con masas como las propuestas por Yukawa

$$\pi \rightarrow \mu + \nu$$

$$\mu \rightarrow e + 2\nu$$

Resumen 1930-1950

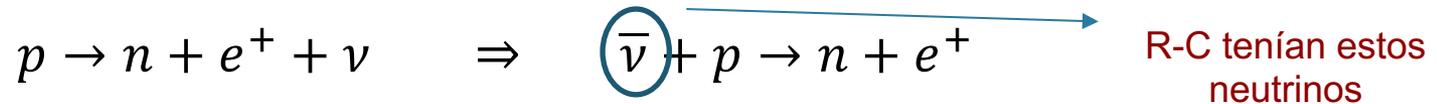
- **La imagen de simplicidad de Bohr & Co. en base a protones, neutrones y electrones se enturbió**
 - Se colaron las anti-partículas como consecuencia de la ecuación de Dirac (o la necesidad de una cuántica-relativista)
 - Aparecieron los neutrinos como una forma de mantener la conservación de la energía
 - Aparecieron los mesones como necesidad en la formulación de Yukawa y un mediador de la fuerza fuerte
 - El pión decaía en muones (que en principio no tenían nada que ver con la fuerza fuerte) y todo regado de neutrinos: un caos total

Proliferación (zoológico de partículas) (1950 – 1960)

Al recibir el Nobel en 1955, W. Lamb dijo: “a los que descubran nuevas partículas, en lugar de darles el Nobel ¡habría que ponerles una multa!”

Neutrinos

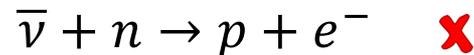
- **La década del '50 fue un período de efervescencia por razones tecnológicas**
 - Estaba claro que si algo había que entender pronto y bien era el tema de los neutrinos
 - ¡No existía evidencia experimental directa de los neutrinos!
 - Esto se debe a que los neutrinos interactúan solo vía la fuerza débil (¡un neutrino puede atravesar mil años luz de plomo!)
 - Los experimentos decisivos que sacaron a los neutrinos del ostracismo los realizaron Cowan y Reines (Nobel 1995) a mediados del '50 con flujos de 10^{18} 1/seg.cm² neutrinos generados en reactores nucleares (2 interacciones por hora)
 - Lo que hacían era colisionar (anti)neutrinos contra núcleos y medir positrones



- ¿Qué diferencia hay entre un neutrino y su anti-partícula?



- Pero probaron con el neutrino equivocado y no aparecieron electrones



La “alquimia”

- Para “explicar” este comportamiento uno puede inventar una regla de conservación de un nuevo número cuántico
 - Número leptónico (+1 para leptones como el electrón, -1 para las antipartículas)
 - La regla es que se conserva este número (“conservación de la carga leptónica”)

Reines-Cowan	$\bar{\nu} + p \rightarrow n + e^+$	$-1 + 0 = 0 - 1$	✓
Caso inverso	$\nu + n \rightarrow p + e^-$	$1 + 0 = 0 + 1$	✓
Neutrino equivocado	$\bar{\nu} + n \rightarrow p + e^-$	$-1 + 0 \neq 0 + 1$	✗
β^-	$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$	$0 = 0 - 1 + 1$	✓

La “alquimia”

- Esto también funciona con los decaimientos de los piones y los muones

$$\begin{array}{llll}
 \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu} & 0 = 1 - 1 & \mu^- \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu} & 1 = 1 + 1 - 1 \\
 \pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu & 0 = -1 + 1 & \mu^+ \rightarrow e^+ + \nu + \bar{\nu} & -1 = -1 + 1 - 1
 \end{array}$$

- Pero... uno puede proponer una reacción que no viola nada de lo anterior pero que no se observa en la naturaleza:

$$\text{¿} \mu^- \rightarrow e^- + \gamma \text{?}$$

- Esto sugiere ajustar esto definiendo un número electrónico y otro muónico:

$\mu^- \rightarrow e^- + \nu_\mu + \bar{\nu}_e$	$\mu^- \rightarrow e^- + \gamma$
$L_e=0, \quad L_e=1, \quad L_e=0, \quad L_e=-1,$ $L_\mu=1 \quad L_\mu=0 \quad L_\mu=1 \quad L_\mu=0$	$L_e=0, \quad L_e=1, \quad L_e=0,$ $L_\mu=1 \quad L_\mu=0 \quad L_\mu=0$
	

- Esto indicaba que los neutrinos existían y que los había de dos tipos y Fermi mostró que su modelo de las interacciones débiles funcionaba muy bien en este contexto

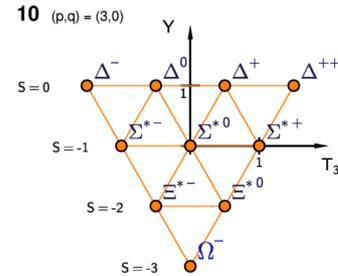
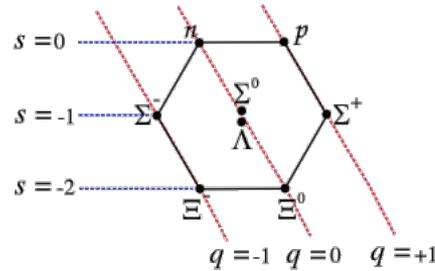
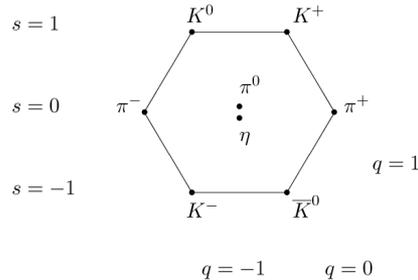
Situación con la interacción fuerte

- **Lo que si era más precario era el entendimiento de la fuerza fuerte**
 - La idea de Yukawa (interacción mediada por un mesón) era promisoria pero poco útil para entender los núcleos
 - Ahora sabemos cuál era el problema: era un problema de muchos cuerpos y los protones y neutrones no eran partículas elementales (es como tratar de entender el EM con fuerzas de Van der Waals)
- **De donde vino un empujón fue del lado de la observación de nuevas partículas**
 - Se conocían los bariones (protón y neutrón), los leptones (mucho más livianos) y algunos mesones (con masas intermedias como los piones)
 - Pero la gente se empezó a preguntar porqué los protones (pesados) no decaían
 - Para entonces estaban cancheros e inventaron el “número bariónico” (+1 para bariones, 0 para el resto) que se conservaba en reacciones fuertes
 - No obstante aparecieron bariones “extraños” que se producían de a pares por la fuerza fuerte pero decaían vía la fuerza débil
 - Estos bariones conservaban un nuevo número cuántico (extrañeza) en reacciones fuertes pero violaban esta conservación en interacciones débiles

La nueva tabla periódica (1961 – 1964)

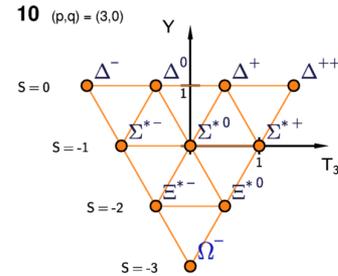
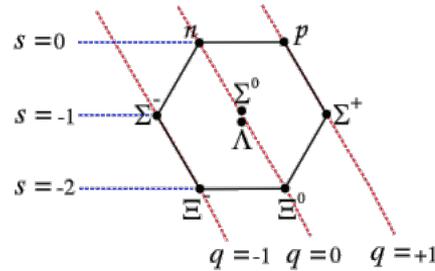
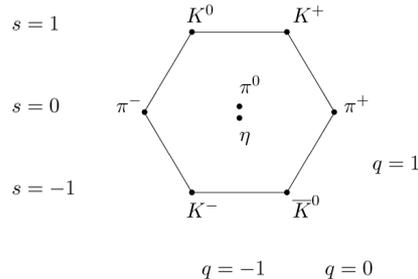
“Eightfold way”

- El descubrimiento de más y más partículas no parecía ayudar en nada
 - La cantidad que había hacía dudar que fueran realmente elementales
- Hicieron “la gran Mendeleiev”
 - Buscar patrones en base a las propiedades de bariones y mesones (masa, carga eléctrica, espín y extrañeza)
 - En 1961 Gell-Mann (Nobel 1969) y Newman “observaron” el siguiente ordenamiento:



“Eightfold way”

- El descubrimiento de más y más partículas no parecía ayudar en nada
 - La cantidad que había hacía dudar que fueran realmente elementales
- Hicieron “la gran Mendeleiev”
 - Buscar patrones en base a las propiedades de bariones y mesones (masa, carga eléctrica, espín y extrañeza)
 - En 1961 Gell-Mann (Nobel 1969) y Newman “observaron” el siguiente ordenamiento:



- En 1964 Gell-Mann se dio cuenta que estos gráficos no eran un capricho
 - Representaciones irreducibles del grupo SU(3), como los multipletes de espín (SU(2))
 - Como si hubiera 3 “espines” (quarks) cuyas distintas combinaciones dan estos espectros
- A partir de acá la descripción se vuelve más formal así que la clase que viene volvemos en el tiempo para comenzar a ver la física del núcleo

29/03: Fenomenología Nuclear

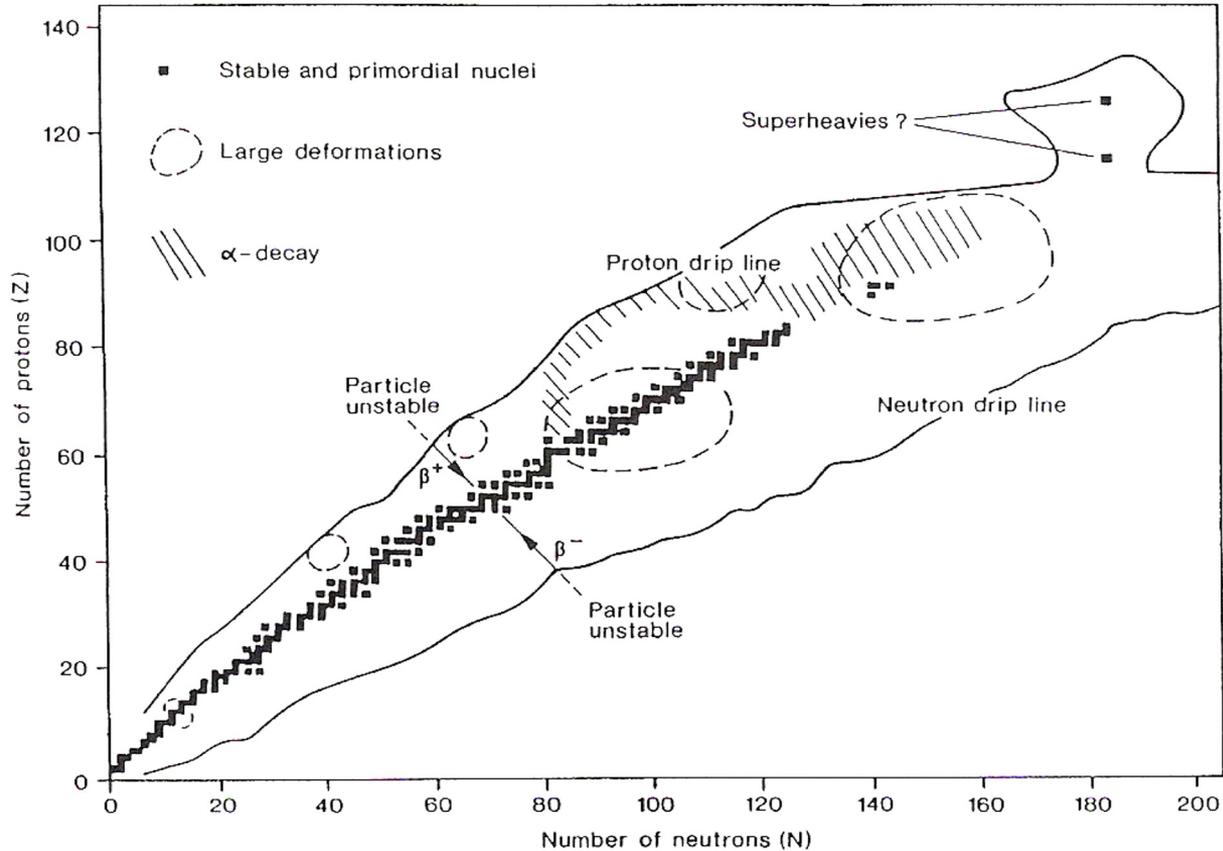
**¡Hoy te convertís
en físico nuclear!**



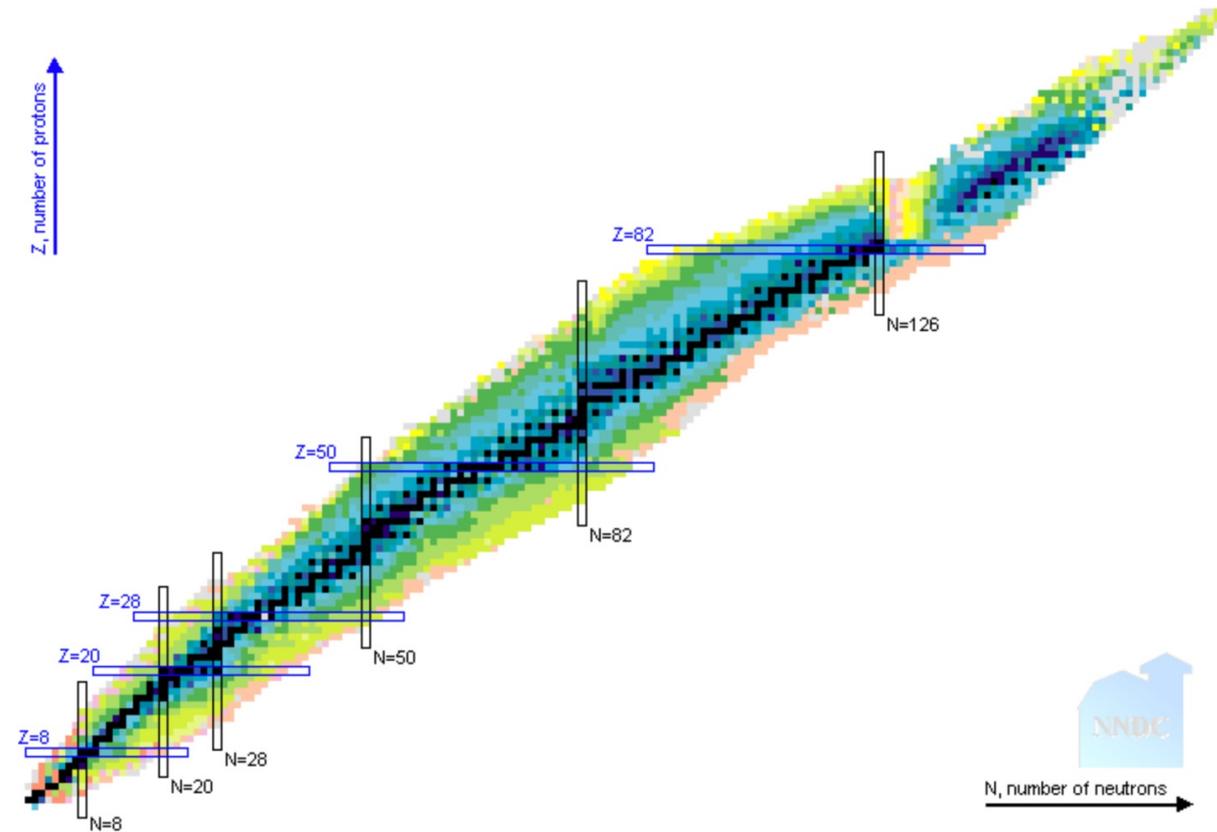
Fenomenología Nuclear

- **Visión del núcleo atómico en ~1930 → Z protones + $(A-Z)$ neutrones**
- **~270 núcleos estables y > 2000 inestables**
- **10^{-7} seg < τ < 10^{18} años → gran variedad de procesos fenómenos a describir**

Distribución de núcleos en términos de (Z,N)

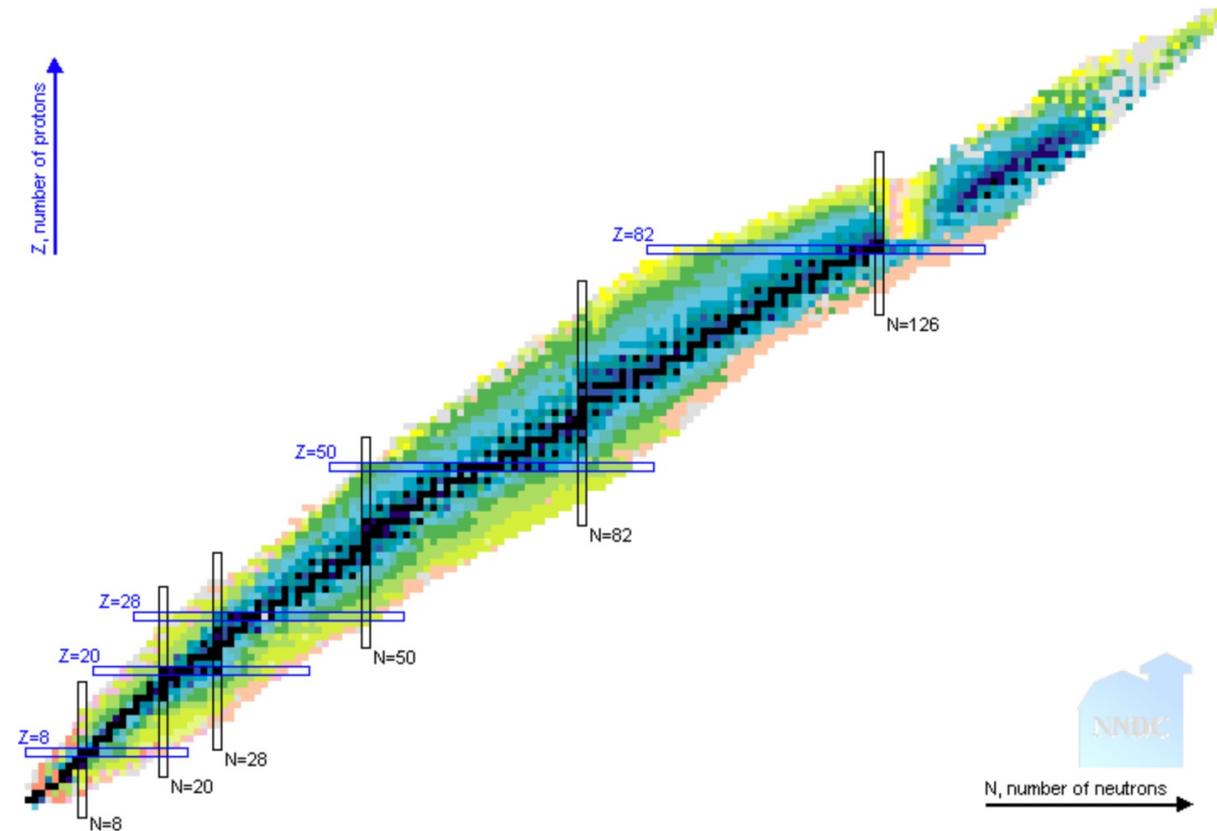


Distribución de núcleos (Z,N)



<https://www.nndc.bnl.gov/nudat2/>

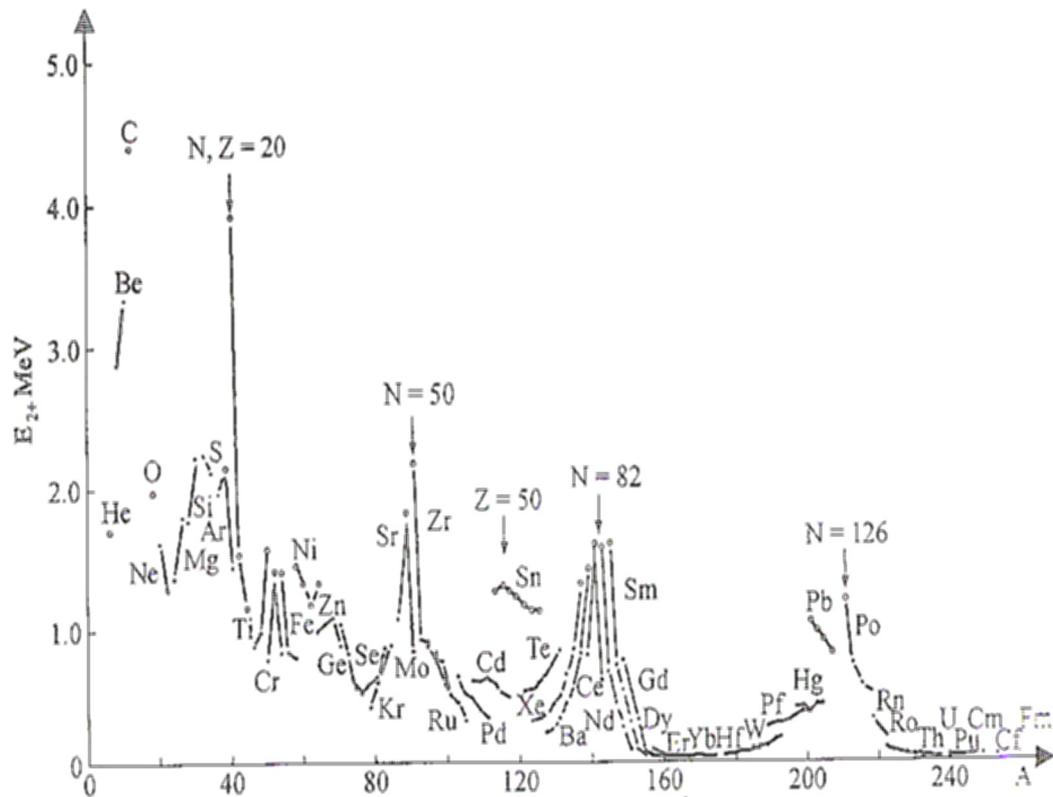
Distribución de núcleos (Z,N)



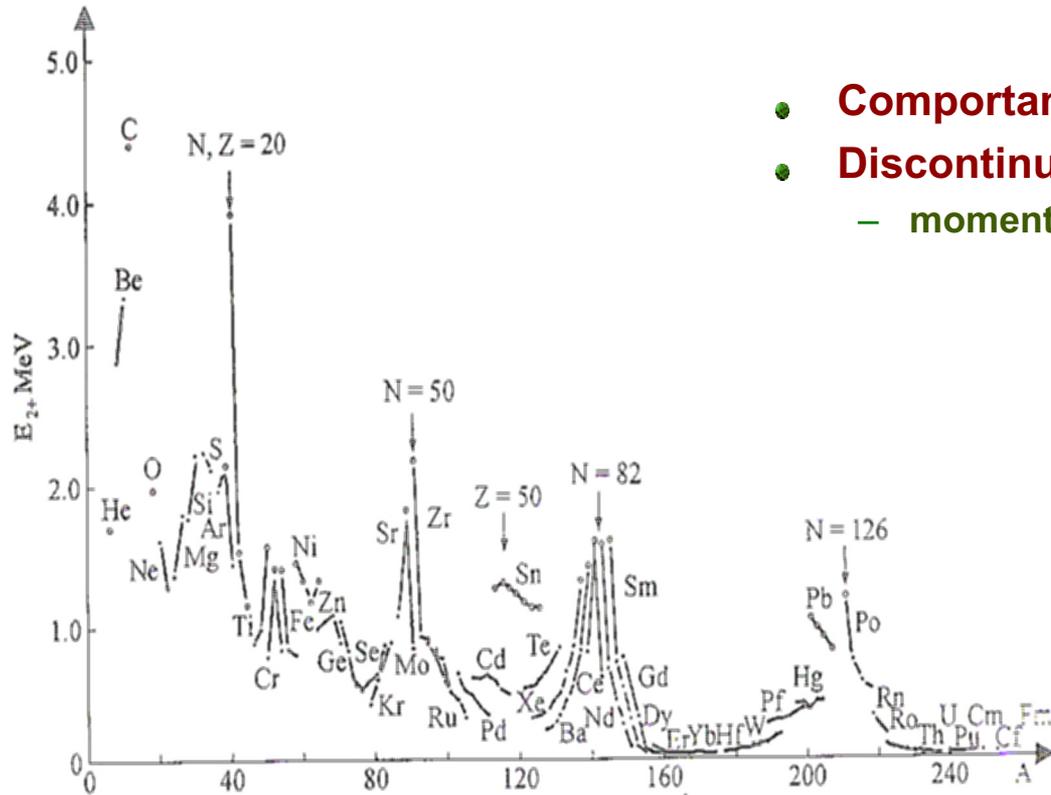
- Más isótopos estables para Z (o N) = 8, 20, 28, 50, 82, 126
– números “mágicos”
- Núcleos doblemente mágicos (en Z y N) son los más estables

<https://www.nndc.bnl.gov/nudat2/>

Energías de excitación en función de A



Energías de excitación en función de A



- Comportamiento suave vs. A
- Discontinuidades en los números mágicos
 - momentos cuadrupolares = 0 → simétricos

Masas nucleares: formula semi-empírica

- **Modelo de la masa nuclear en función de A, Z y N: parametrización fenomenológica a partir de consideraciones muy generales**

Masas nucleares: formula semi-empírica

- **Modelo de la masa nuclear en función de A, Z y N: parametrización fenomenológica a partir de consideraciones muy generales**

$$M = Zm_p + (A - Z)m_n$$

Masas nucleares: formula semi-empírica

- **Modelo de la masa nuclear en función de A, Z y N: parametrización fenomenológica a partir de consideraciones muy generales**

$$M = Zm_p + (A - Z)m_n - a_V A \rightarrow \text{Introducimos la fuerza fuerte}$$

Fuerza fuerte:

- **Constante dentro del núcleo**
- **De tan corto alcance que sólo afecta a sus vecinos**
- **¡Binding!**

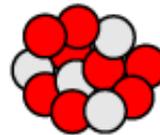
Masas nucleares: formula semi-empírica

- Modelo de la masa nuclear en función de A, Z y N: parametrización fenomenológica a partir de consideraciones muy generales

$$M = Zm_p + (A - Z)m_n - a_V A \rightarrow \text{Introducimos la fuerza fuerte}$$

Fuerza fuerte:

- Constante dentro del núcleo
- De tan corto alcance que sólo afecta a sus vecinos
- ¡Binding!



Contamos de más

“Corrección a la corrección”
que va como
Superficie / Volumen
(como una gota líquida)

$$\frac{4\pi r^3}{3} = \frac{4\pi}{3} r_0^3 A \quad \Rightarrow \quad A^{1/3} \sim r$$

Masas nucleares: formula semi-empírica

- **Modelo de la masa nuclear en función de A, Z y N: parametrización fenomenológica a partir de consideraciones muy generales**

$$M = Zm_p + (A - Z)m_n - \underbrace{a_V A - a_S A^{-1/3}}_{\text{Modelo de F. fuerte}} \rightarrow \text{Corrección superficial de la fuerza fuerte}$$

Masas nucleares: formula semi-empírica

- **Modelo de la masa nuclear en función de A, Z y N: parametrización fenomenológica a partir de consideraciones muy generales**

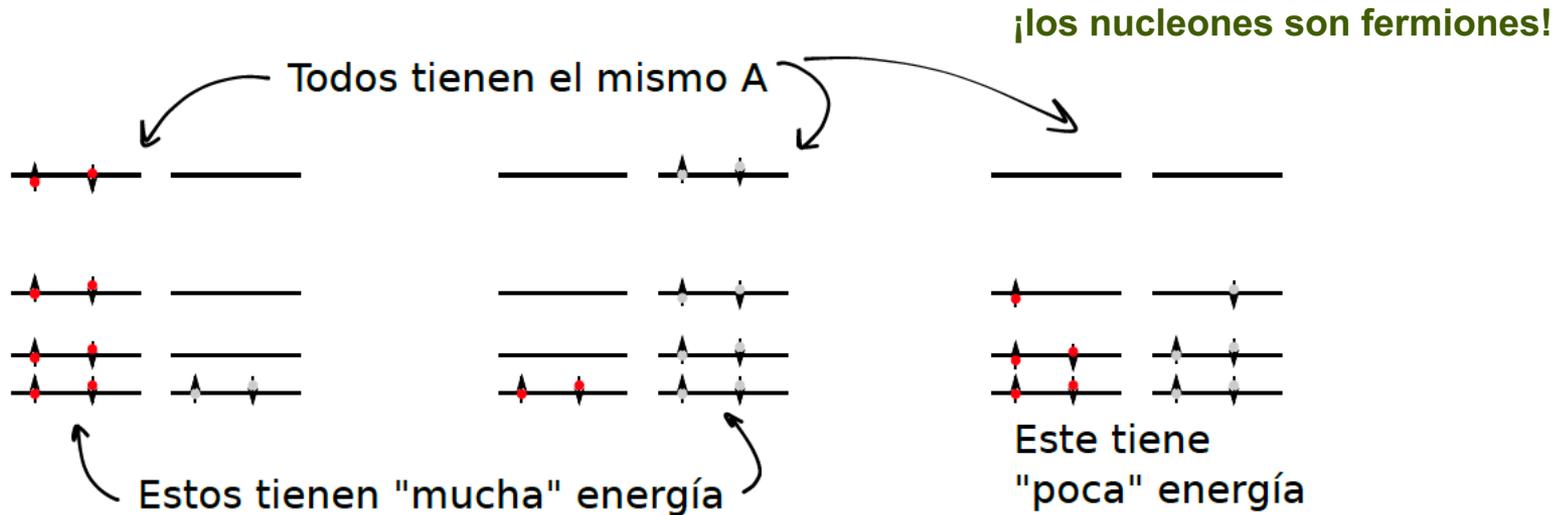
$$M = Zm_p + (A - Z)m_n - a_V A - a_S A^{-1/3} + a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} \rightarrow \text{Coulomb}$$

↑
repulsión electrostática
entre los protonoes

Masas nucleares: formula semi-empírica

- Modelo de la masa nuclear en función de A, Z y N: parametrización fenomenológica a partir de consideraciones muy generales

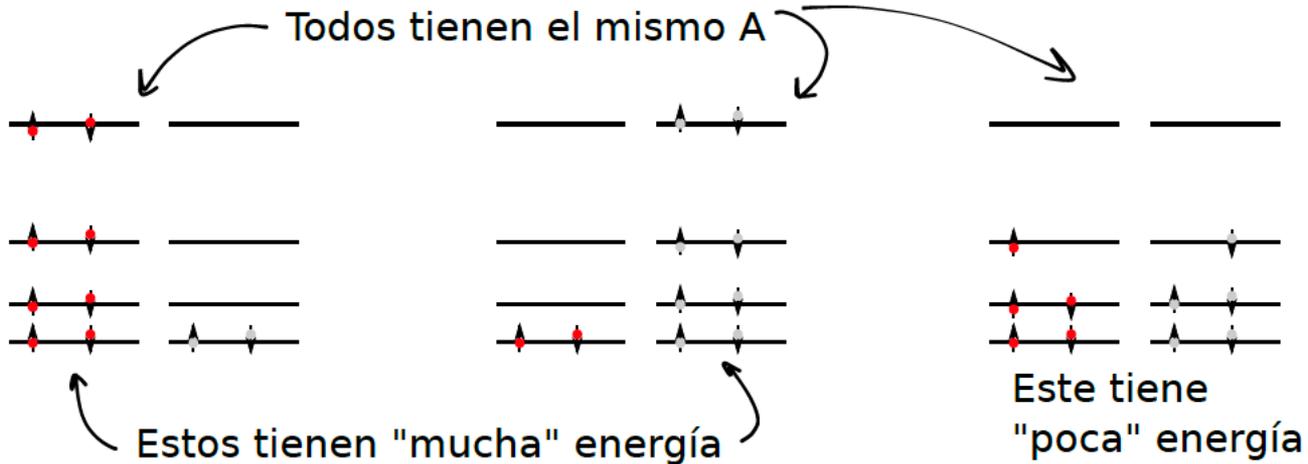
$$M = Zm_p + (A - Z)m_n - a_V A - a_S A^{-1/3} + a_C \frac{Z(Z - 1)}{A^{1/3}}$$



Masas nucleares: formula semi-empírica

- Modelo de la masa nuclear en función de A, Z y N: parametrización fenomenológica a partir de consideraciones muy generales

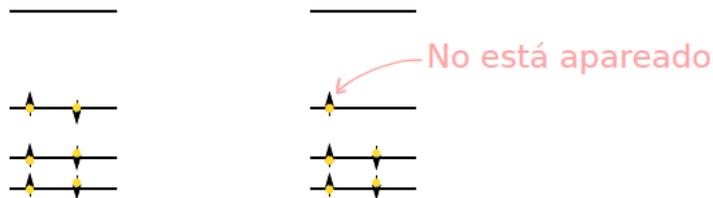
$$M = Zm_p + (A - Z)m_n - a_V A - a_S A^{-1/3} + a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} + a_A \frac{(Z - (A - Z))^2}{A} \rightarrow \text{Fermiones}$$



Masas nucleares: formula semi-empírica

- Modelo de la masa nuclear en función de A, Z y N: parametrización fenomenológica a partir de consideraciones muy generales

$$M = Zm_p + (A - Z)m_n - a_V A - a_S A^{-1/3} + a_C \frac{Z(Z - 1)}{A^{1/3}} + a_A \frac{(Z - (A - Z))^2}{A}$$

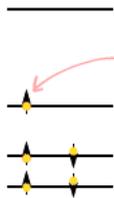
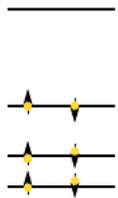


La fuerza fuerte es de corto alcance y hay diferencia cuando las funciones de onda espaciales están superpuestas

Masas nucleares: formula semi-empírica

- Modelo de la masa nuclear en función de A , Z y N : parametrización fenomenológica a partir de consideraciones muy generales

$$M = Zm_p + (A - Z)m_n - a_V A - a_S A^{-1/3} + a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} + a_A \frac{(Z - (A - Z))^2}{A}$$



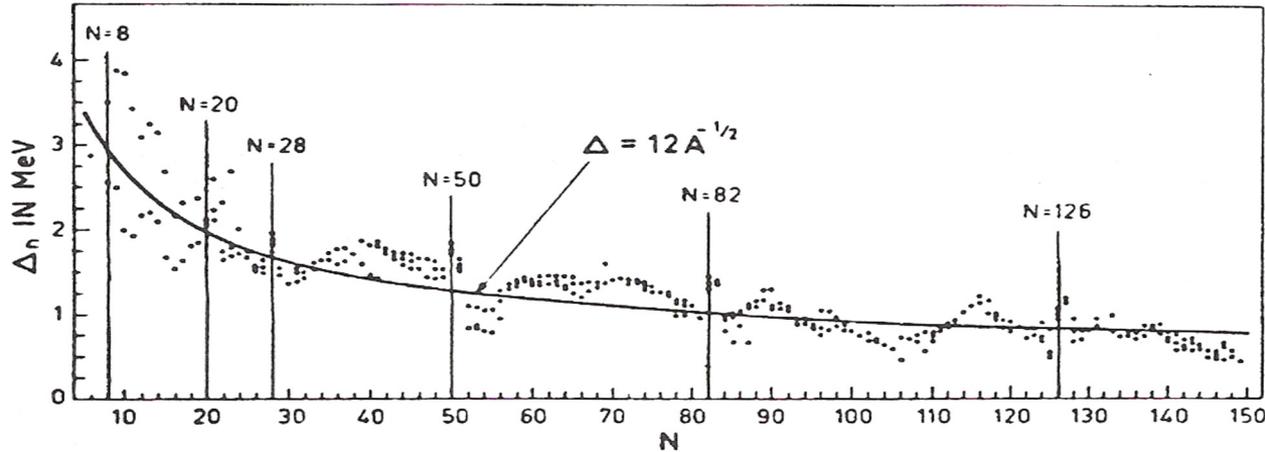
No está apareado

$$\begin{aligned} \text{si } A \text{ es par } \rightarrow & \begin{cases} Z \text{ y } N \text{ impares } \Rightarrow +\Delta \\ Z \text{ y } N \text{ pares } \Rightarrow -\Delta \end{cases} \\ \text{si } A \text{ es impar } \rightarrow & \begin{cases} \text{Si } Z \text{ es par y } N \text{ es impar } \Rightarrow 0 \\ \text{Si } Z \text{ es impar y } N \text{ es par } \Rightarrow 0 \end{cases} \end{aligned}$$

Masas nucleares: formula semi-empírica

- Modelo de la masa nuclear en función de A, Z y N: parametrización fenomenológica a partir de consideraciones muy generales

$$M = Zm_p + (A - Z)m_n - a_V A - a_S A^{-1/3} + a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} + a_A \frac{(Z - (A - Z))^2}{A} + \Delta$$



$$\Delta \sim \sqrt{A}$$

Masas nucleares: formula semi-empírica

- **Modelo de la masa nuclear en función de A, Z y N: parametrización fenomenológica a partir de consideraciones muy generales**

$$M = Zm_p + (A - Z)m_n - a_V A - a_S A^{-1/3} + a_C \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} + a_A \frac{(Z - (A - Z))^2}{A} + \Delta$$

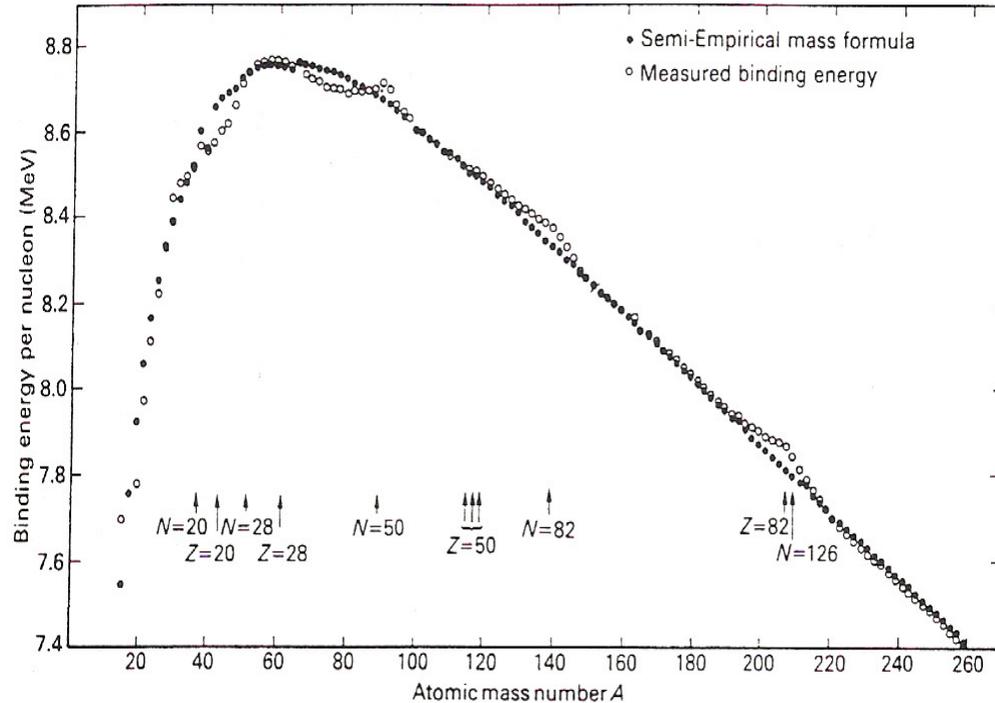
- **Ahora hay que ajustar utilizando resultados experimentales los valores de**

$$a_V, a_S, a_C \text{ y } a_A$$

Binding Energy

$$B \stackrel{\text{def}}{=} - (M - Zm_p - Nm_n) \rightarrow \text{Binding energy}$$

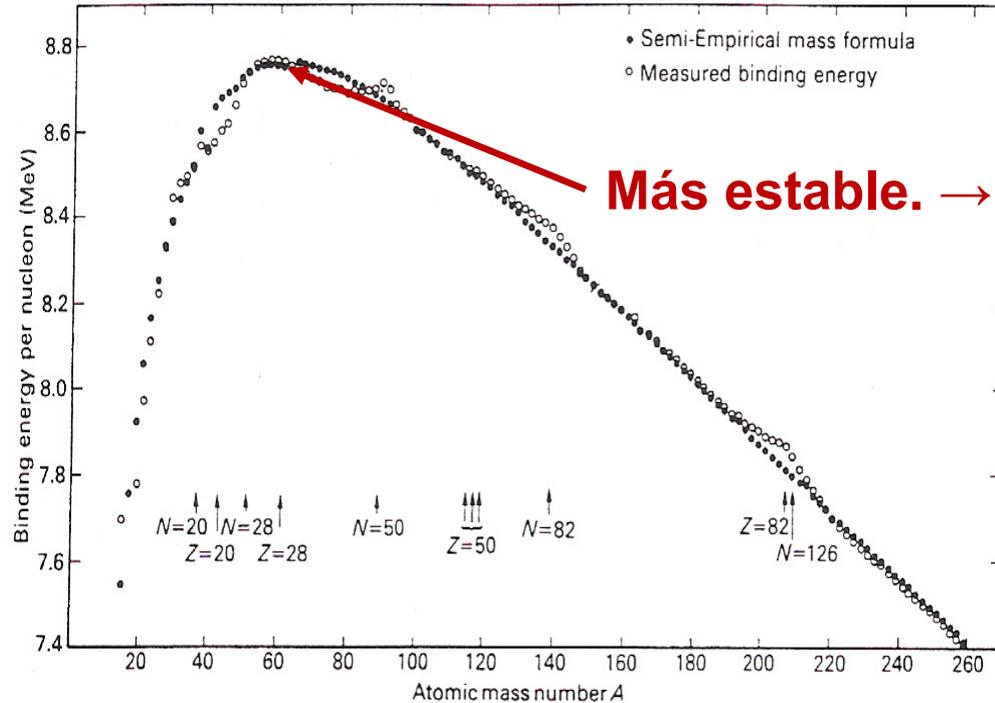
B/A →



Binding Energy

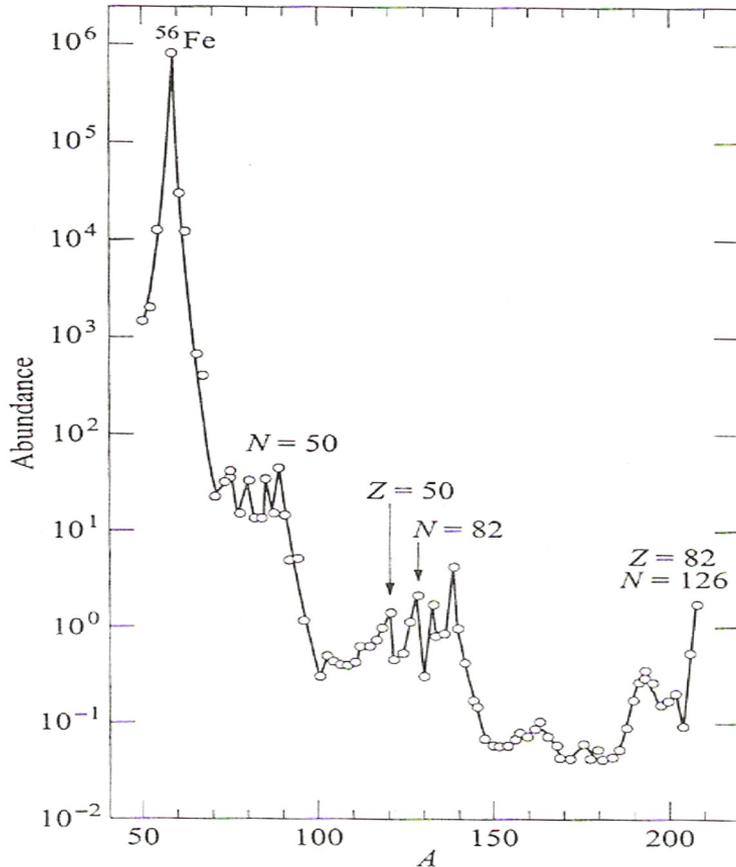
$$B \stackrel{\text{def}}{=} - (M - Zm_p - Nm_n) \rightarrow \text{Binding energy}$$

B/A →



Más estable. → más abundante

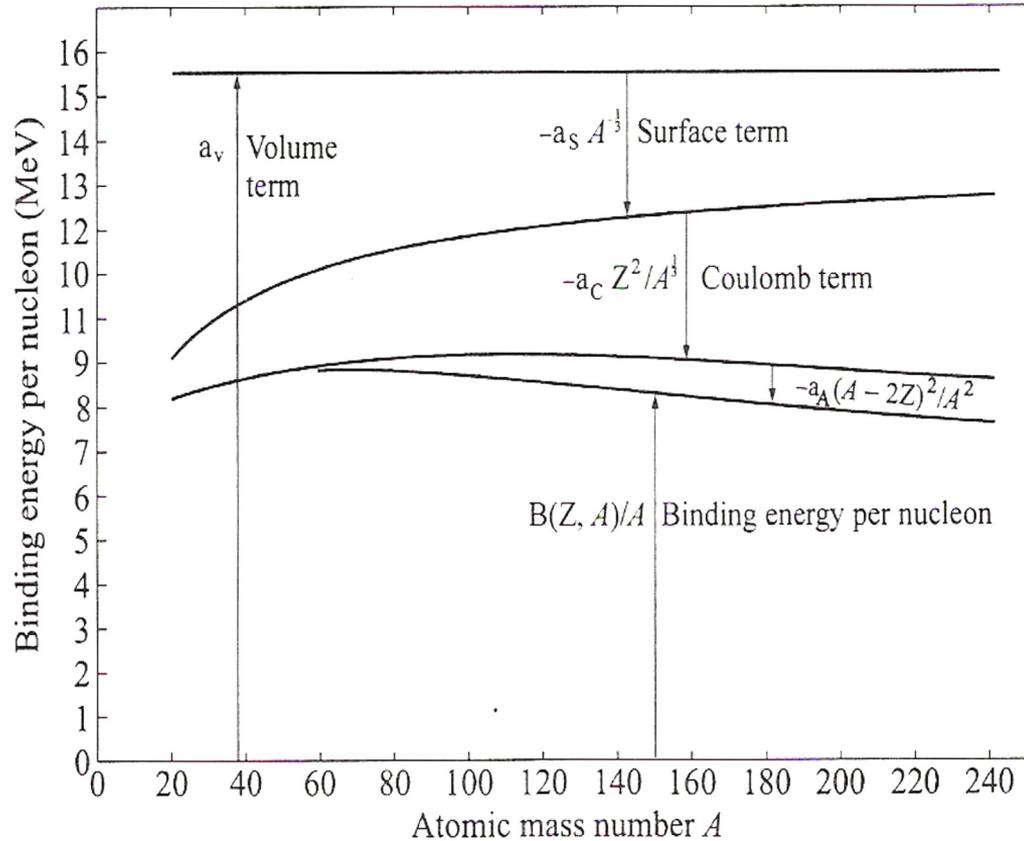
Abundancia vs. A



• **Todos los núcleos se formaron ~ al mismo tiempo (al morir una estrella)**

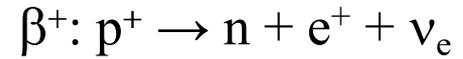
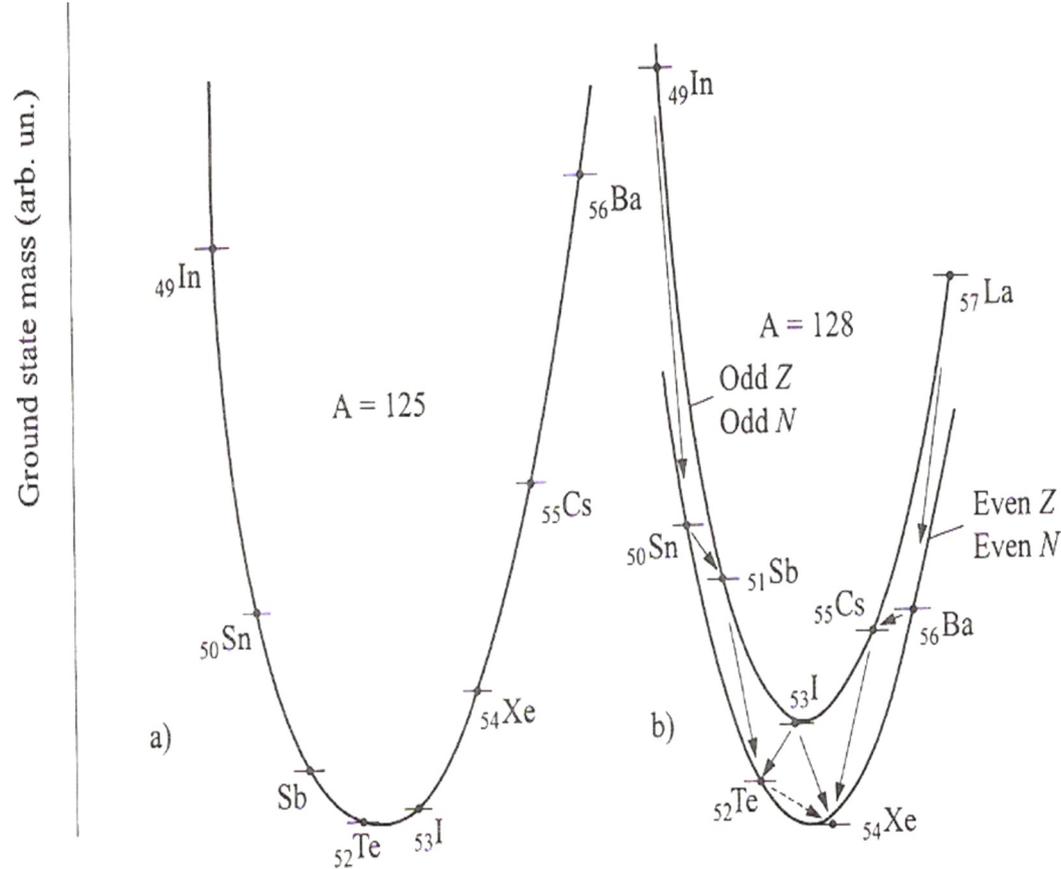
- Los de mayor binding son los más abundantes
- ¿Porqué son más estables?
- Todo esto pide a gritos un modelo cuántico análogo al del átomo de Hidrógeno

Importancia relativa de cada término



**Contribuciones al binding
para núcleos con $Z=50$**

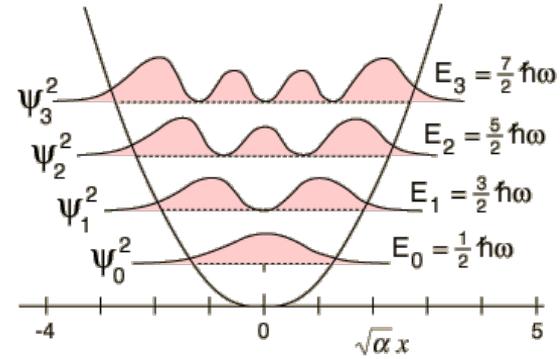
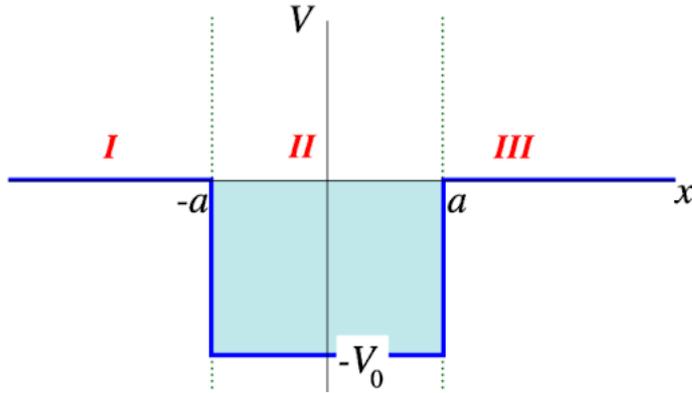
Masas para A fijo vs. Z



Modelo de Capas

- **La fórmula semi-empírica describe razonablemente el comportamiento global de los núcleos**
 - Pero no dice nada sobre los "números mágicos" y no describe bien a los núcleos con estos números
- **Semejanza con la física atómica:**
 - Capas cerradas de electrones para $Z=2, 10, 18, \dots$
 - En estos casos: altas energías de ionización
 - Potencial central (coulombiano)
 - Estados discretos de impulso angular con estructura de capas
- **En el caso nuclear se puede describir con algún tipo de potencial efectivo para un nucleón en presencia de otros**
 - Potencial central \rightarrow estados con el mismo L son degenerados $(2L+1)$, $\times 2$ si considero el spin

¿Qué potencial nuclear proponer?



- **Potencial de corto alcance**
- **Genera un conjunto de capas que se cierran en los números mágicos**

$N=2(n-1)+1$	n, l	nombre	estados con l_z	estados totales	suma
0	$n=1, l=0$	1s	1	2	2
1	$n=1, l=1$	1p	3	6	8
2	$n=1, l=2$	1d	5	10	20

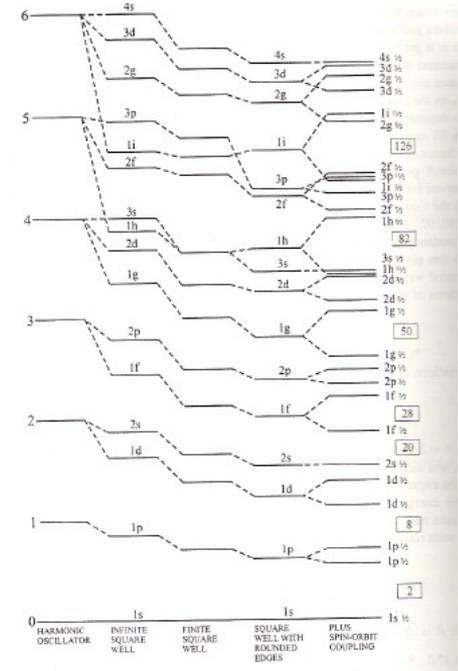
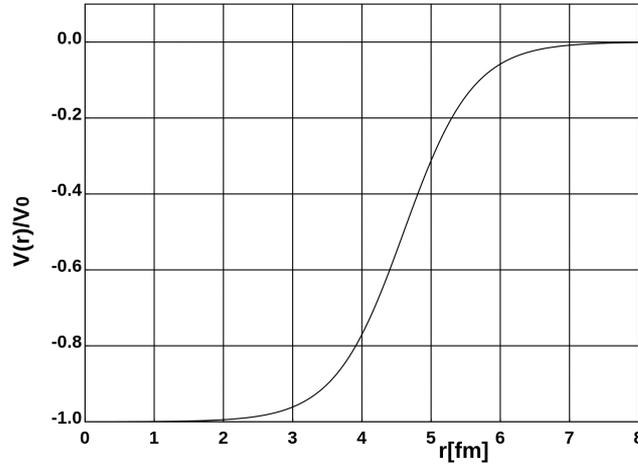
Ejemplo para un oscilador armónico en 3D: $V(r) \sim r^2$

Potencial de Woods-Saxon

$$V(r) = -\frac{V_0}{1 + \exp\left(\frac{r-R}{a}\right)}$$

$$\psi_{nlm_\ell}(r, \theta, \phi) = R_{nl}(r)Y_{\ell m_\ell}(\theta, \phi)$$

- $n = 1, 2, 3, 4, \dots$
- $\ell = 0, 1, 2, 3, \dots, n-1$
- $m_\ell = -\ell, -\ell+1, \dots, 0, 1, \dots, \ell-1, \ell$



- **Potencial de corto alcance**
- **Genera un conjunto de capas que se cierran en los números mágicos**

**¡Hoy te
convertís en
físico nuclear!**



31/03: Isospín

Repaso de Fenomenología Nuclear

- **La clase pasada vimos el panorama que uno encuentra cuando se quiere comenzar a describir a los núcleos atómicos**
 - Bastante regularidad en muchas propiedades nucleares (en función de A , Z)
 - Modelo de masas nucleares describe bien la dependencia con A , Z
 - Fórmula semi-empírica
 - Falla en la vecindad de los “números mágicos”
 - Desviaciones de comportamientos globales en los números mágicos recuerda el llenado de orbitales en la física atómica
- **Modelo de capas: cada nucleón percibe una interacción efectiva debido al resto de los nucleones**
 - Potencial de Woods-Saxon (pozo cuadrado con “puntas redondeadas”, de corto alcance)
 - Espectro de niveles que se completan en los números mágicos
 - Capa cerrada $\rightarrow J=0$, simétrico, máximo solapamiento entre funciones de onda \rightarrow más estable

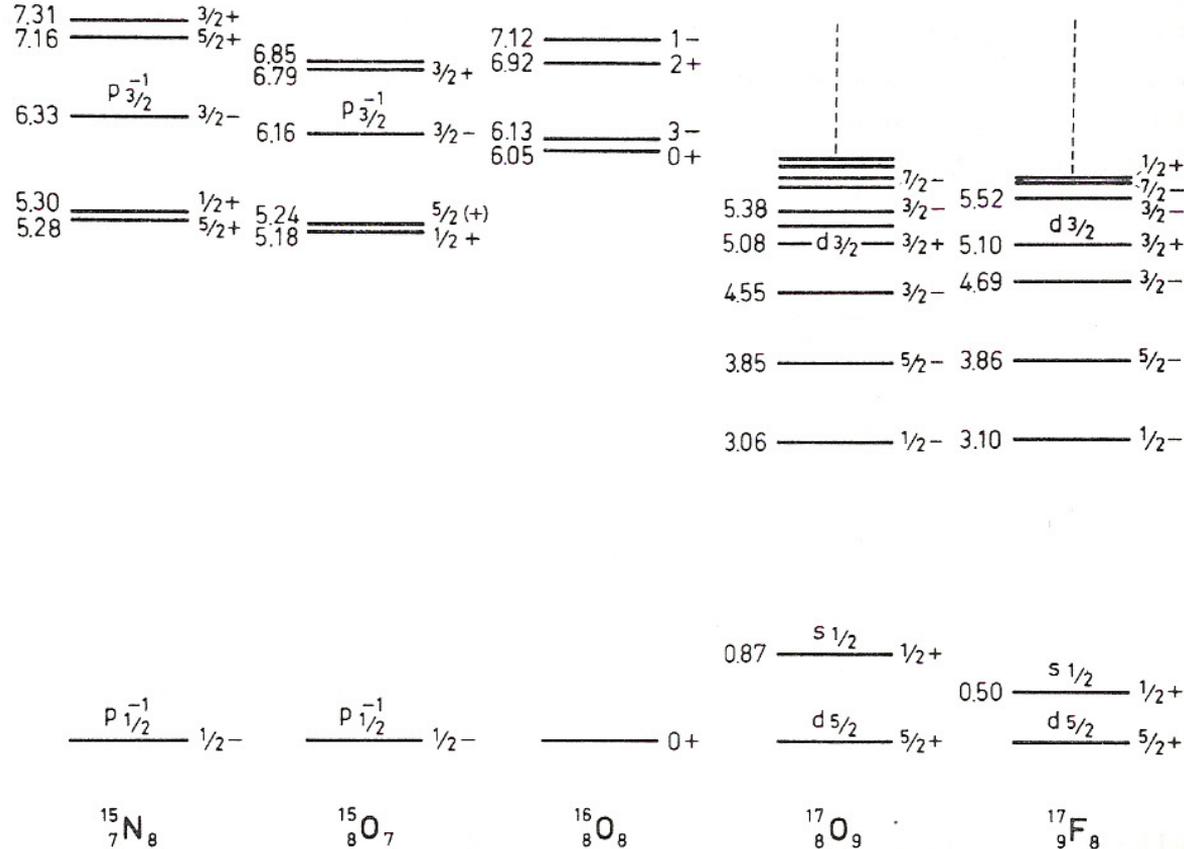
“Núcleos Espejo”

- **Los distintos estados se van llenando con protones y neutrones**
 - Cuando se cierra una capa $\rightarrow J=0, P=+ (-1^J)$
 - El siguiente nucleón va a ser el responsable de todo el impulso angular del núcleo
 - En este último caso, la excitación del núcleo implica trepar las capas cerradas sin cambiarlas y excitar el último nucleón, en el primer caso el núcleo prefiere rotar o vibrar



- **Notar que se observa que las propiedades de núcleos espejo son muy parecidas**
 - ¿Da lo mismo que haya un neutrón más o un protón más?

Espectros de Núcleos Espejo



Isospín

- **Hay varios fenómenos nucleares donde protón y neutrón parecen más estados de una partícula que dos partículas distintas**
 - Sus masas difieren en $\sim 10^{-3}$
 - La diferencia de carga eléctrica se vuelve irrelevante si consideramos que la fuerza fuerte es mucho más intensa que la electromagnética
- **El carácter de protón o neutrón puede ser una variable dinámica cuántica**
 - Se parece mucho al caso del spin del electrón \rightarrow ISOSPIN
 - Debe existir un operador asociado, relaciones de conmutación
 - Misma álgebra que el spin (SU(2))

$$|p^+\rangle = \left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle_I \quad |n\rangle = \left| \frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right\rangle_I$$

Acoplamiento de isospines

- Cuando 2 nucleones se acoplan, lo hacen análogamente a como lo hacen dos espines

$$|p^+ p^+\rangle = |1,1\rangle_I$$

$$|n n\rangle = |1,-1\rangle_I$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |p^+ n + n p^+\rangle = |1,0\rangle_I$$

triplete

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |p^+ n - n p^+\rangle = |0,0\rangle_I$$

singlete

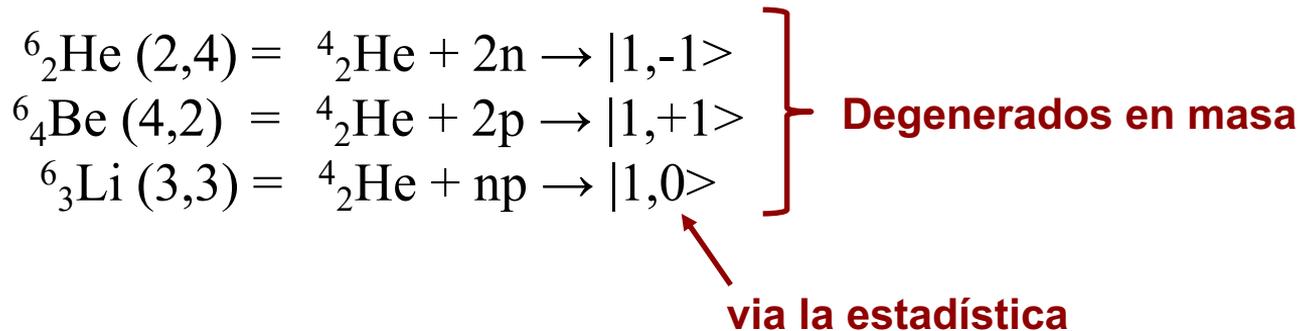
- Dos nucleones fuera de capa los podemos pensar entonces como:

$$|\psi\rangle = |J,M\rangle |I,I_3\rangle$$

- La condición de simetría de la función de onda total correlaciona la simetría del impulso angular (medible) con la simetría de la parte de isospín ¡medido un J, queda determinado el I_T !

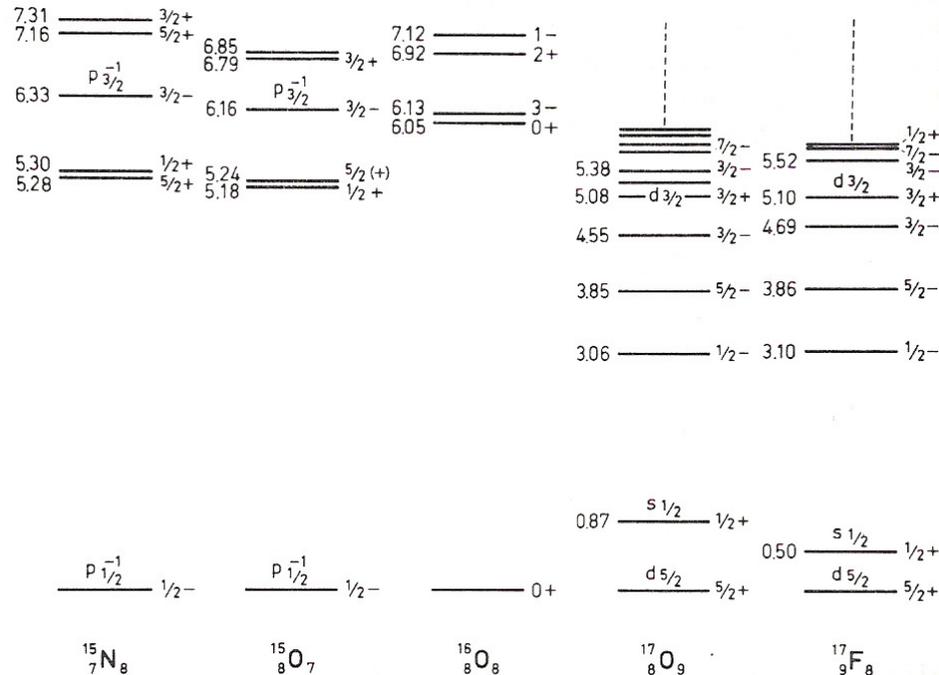
Acoplamiento de isospines

- **Lo anterior es una buena especulación**
 - Sería relevante si hubiera una interacción que distinga estados con distinto valor de Isospín
 - ¡Pero eso es precisamente lo que hace la interacción fuerte! → igual interacción entre dos nucleones sin importar que son con tal que acoplen al mismo isospín total
- **Ejemplo:**
 - El binding entre núcleos que pertenecen al mismo multiplete de isospín es el mismo



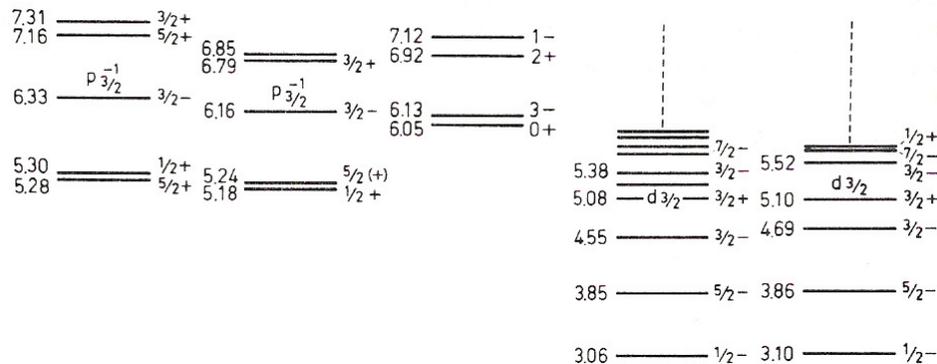
Otra vez los núcleos espejo...

- Cambiar protones por neutrones en núcleos espejo no cambia las masas ni los espectros
- Pero la interacción fuerte no es ciega al carácter de protón o neutrón

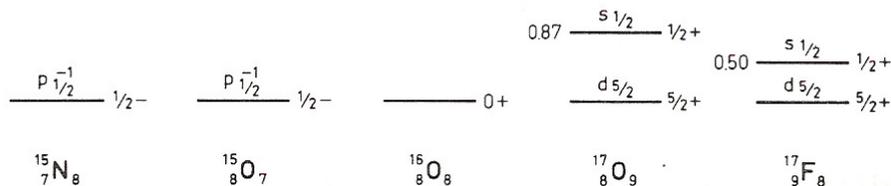


Otra vez los núcleos espejo...

- Cambiar protones por neutrones en núcleos espejo no cambia las masas ni los espectros
- Pero la interacción fuerte no es ciega al carácter de protón o neutrón



Pero $^{15}_9\text{Fe}_6$ es bien distinto!



Isospín en partículas

- Lo anterior sugirió del hecho que el protón y el neutrón tienen masas similares y se parecen mucho si uno desprecia la interacción electromagnética frente a la fuerte
- Existen otros conjuntos (¡multipletes!) de partículas con masas similares
 - Podemos probar la idea de isospín en estos casos también

$\pi^+ \pi^0 \pi^-$	$135 \text{ MeV} < m_\pi < 139 \text{ MeV}$	$I=1$ (?)
$\kappa^+ \kappa^0$	$493 \text{ MeV} < m_\kappa < 497 \text{ MeV}$	$I=1/2$ (?)
$\Delta^{++} \Delta^+ \Delta^0 \Delta^-$	$1234 \text{ MeV} < m_\Delta < 1234 \text{ MeV}$	$I=3/2$ (?)
$\Sigma^+ \Sigma^0 \Sigma^-$	$1187 \text{ MeV} < m_\Sigma < 1189 \text{ MeV}$	$I=1$ (?)

- Estos multipletes de partículas sugieren simetrías que son invariantes mientras se acoplen al mismo valor

Operaciones de simetría

- **Decimos que una transformación es una simetría si transformamos estados pero las probabilidades de transición son invariantes**
 - El operador de la transformación debe ser unitario

$$|\psi'\rangle = \hat{U} |\psi\rangle \qquad \langle\varphi'|\psi'\rangle = \langle\varphi|\hat{U}^\dagger \hat{U}|\psi\rangle = \langle\varphi|\psi\rangle$$

- Si los autovalores de la energía no cambian ante estas transformaciones:

$$\langle\varphi'|\hat{H}|\psi'\rangle = \langle\varphi|\hat{U}^\dagger \hat{H} \hat{U}|\psi\rangle = \langle\varphi|\hat{H}|\psi\rangle \quad \rightarrow \quad \text{si} \quad [\hat{H}, \hat{U}] = 0$$

- En SU(2):

$$\hat{U} = e^{i\theta\hat{J}} \quad \rightarrow \quad \text{U conmuta con H si} \quad \rightarrow \quad [\hat{H}, \hat{J}^2] = 0 \quad \text{y} \quad [\hat{H}, \hat{J}_z] = 0$$

Isospín e Interacción Fuerte

- **Si el hamiltoniano de la interacción fuerte es invariante ante rotaciones en el espacio de isospín, debe conmutar con I^2 e I_3**
 - Esto no es del todo verdad porque $m_p \neq m_n$ pero cuando lo que domina es la interacción fuerte es una muy buena aproximación
 - Si la interacción fuerte domina:

$$\hat{U} = e^{i \hat{H} t} \quad \langle I', I_z' | \hat{U} | I, I_z \rangle = \delta_{I, I'} \delta_{I_z, I_z'}$$

$$\begin{aligned} \langle I, I_z | \hat{U}_{tmp} | I, I_z \rangle &= \langle I, I_z | \hat{U}_{tmp} \hat{I} | I, I_z \rangle = \langle I, I_z | \hat{U}_{tmp} (\hat{U}_{rot}^\dagger \hat{U}_{rot}) | I, I_z \rangle = \langle I, I_z | \hat{U}_{rot}^\dagger \hat{U}_{tmp} \hat{U}_{rot} | I, I_z \rangle = \\ &= \langle I, I_z' | \hat{U}_{tmp} | I, I_z' \rangle \end{aligned}$$

- Si conocemos la probabilidad de transición para un estado con cierta proyección de isospín entonces la conocemos para cualquier otra
- Podemos relacionar probabilidades de procesos distintos “por simetría”

Ejemplo de lo anterior

- El deuterio es un núcleo que tiene un protón y un neutrón
 - ¿A qué estado de isospín acopla?

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |p^+ n + n p^+\rangle = |1,0\rangle_I$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} |p^+ n - n p^+\rangle = |0,0\rangle_I$$

Ejemplo de lo anterior

- **El deuterio es un núcleo que tiene un protón y un neutrón**
 - ¿A qué estado de isospín acopla ?
 - Si fuera parte del triplete deberían haber núcleos similares con 2 protones o 2 neutrones, cosa que no ocurre → el deuterio es el $|0,0\rangle$

Ejemplo de lo anterior

- **El deuterio es un núcleo que tiene un protón y un neutrón**
 - ¿A qué estado de isospín acopla ?
 - Si fuera parte del triplete deberían haber núcleos similares con 2 protones o 2 neutrones, cosa que no ocurre → el deuterio es el $|0,0\rangle$
 - El deuterio se puede producir en colisiones entre nucleones:

$$\text{A:} \quad p^+ + p^+ \rightarrow d^+ + \pi^+ \quad P(A) = {}_I\langle 1,1 | \hat{U}_{tmp} | 1,1 \rangle_I$$

$$\text{B:} \quad n + n \rightarrow d^+ + \pi^- \quad P(B) = {}_I\langle 1, -1 | \hat{U}_{tmp} | 1, -1 \rangle_I$$

$$\text{C:} \quad p^+ + n \rightarrow d^+ + \pi^0$$

$$P(C) = \left(\frac{1}{\sqrt{2}} {}_I\langle 0,0 | + \frac{1}{\sqrt{2}} {}_I\langle 1,0 | \right) \hat{U}_{tmp} | 1,0 \rangle_I = \frac{1}{\sqrt{2}} P(A) + \frac{1}{\sqrt{2}} {}_I\langle 0,0 | \hat{U}_{tmp} | 1,0 \rangle_I$$

- ¡La sección eficaz del proceso “C” ($\sim |M_C|^2$) medida es efectivamente la mitad que la de “A” o “B”!

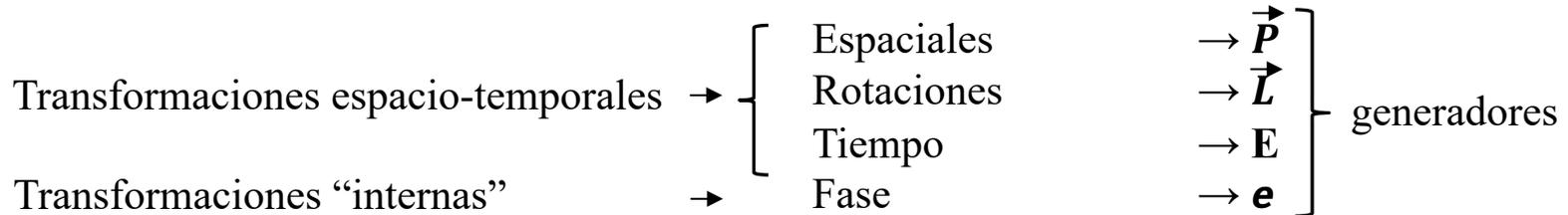
05/04: Grupos de Simetría

Repaso de Isospín

- **La clase pasada introdujimos el concepto de isospín como simetría subyacente de las interacciones fuertes a nivel nuclear**
 - A nivel nuclear: protón y neutrón como estados de una nueva variable dinámica
 - Cuando los nucleones acoplan al mismo isospín total se verifica que esos estados son degenerados: a la interacción fuerte “solo le interesa” el isospín total
 - Se entiende si el operador de isospín conmuta con el Hamiltoniano de la fuerza fuerte
- **El paso siguiente fue generalizar la asignación como estados de isospín al resto de la partículas**
 - Simetría a nivel de las masas en multipletes de partículas
 - Asignando $|I, I_3\rangle$ a cada partícula según el multiplete se observa que las predicciones de este “modelo” describen correctamente relaciones entre secciones eficaces de producción (vía la fuerza fuerte) medidas experimentalmente
- **Hoy vamos a formalizar la idea de grupo de simetría y sus representaciones**

Simetrías

- **Vimos que si logramos clasificar estados (partículas) como autoestados de una variable dinámica que genera una simetría ahorramos cuentas y logramos un poder predictivo**
- **La física de partículas está plagada de simetrías**
 - las interacciones son versiones retorcidas de simetrías abstractas
 - las partículas se dan en multipletes de simetría
- **Si hay una simetría, el teorema de Noether (que se extiende a la Cuántica Relativista también) establece que existe una cantidad conservada**



Grupo de transformaciones

- Estas transformaciones cumplen una serie de propiedades y por eso se les da el nombre de “Grupo” de transformaciones
 - Clausura: dada una ley de composición (“ \cdot ”), si R_i y $R_j \in G \Rightarrow R_i \cdot R_j \in G$
 - Identidad: existe I tal que $I \cdot R = R$
 - Inversa: existe R^{-1} tal que $R^{-1} \cdot R = I$
 - Asociatividad: $(R_i \cdot R_j) \cdot R_k = R_i \cdot (R_j \cdot R_k)$
 - Si se satisface además la conmutatividad ($R_i \cdot R_j = R_j \cdot R_i$) los grupos se llaman “abelianos”
 - Los grupos pueden ser continuos o discretos
 - Muchos tienen representación matricial
- Ejemplos de grupos:
 - $U(n)$: transformaciones unitarias de dimensión “ n ” ($U(1)$: transformación de fase compleja)
 - $SU(n)$: ídem pero con determinante = 1 ($SU(2)$ de espín)
 - $O(n)$: matrices ortogonales
 - $SO(n)$: matrices ortogonales de determinante 1 ($SO(3)$: rotaciones en 3D)

Representaciones de Grupos

- Cada grupo tiene infinitas representaciones
 - la de menor dimensión se llama “representación fundamental”
- Ejemplo: SU(2) tiene como representación fundamental:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (\text{espines "up" y "down"})$$

- Los generadores de este grupo en esta representación son las matrices de Pauli (notar que satisfacen las propiedades de un grupo), transforman los elementos de la base

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \quad [\sigma_i, \sigma_j] = 2\varepsilon_{ijk}\sigma_k$$

- Los generadores tienen sus reglas de conmutación (grupo no abeliano)
- Las transformaciones generan rotaciones de estos estados

$$U = e^{i\theta \cdot \sigma}$$

Representaciones de mayor dimensión

- **Combinando dos espines $\frac{1}{2}$ (elementos de la representación fundamental) obtenemos un triplete de estados de spin 1 (y un singlete de spin 0)**

- Representación de dimensión 3 del grupo SU(2)

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

- En esta base podemos fabricar 3 generadores (matrices de 3x3) que tienen las mismas relaciones de conmutación que las de Pauli y que generan transformaciones del grupo SU(2) en una dimensión mayor
- También generamos el estado singlete que es la representación trivial

$$\text{Combinación de dos espines} \rightarrow 2 \otimes 2 = \underbrace{3 \oplus 1}_{\text{Multipletes}}$$

- **Combinando 3 espines $\frac{1}{2}$:**

- Generamos una representación de SU(2) de dimensión 4 (estados de espín 3/2) y otras dos representaciones de dimensión 2

$$\text{Combinación de 3 espines} \rightarrow 2 \otimes 2 \otimes 2 = 4 \oplus 2 \oplus 2$$

Se plantea un dilema...

- **La clase pasada asignamos al protón y al neutrón, la representación fundamental de SU(2)**

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \rightarrow \text{Protón}$$

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \rightarrow \text{Neutrón}$$

- **Pero acabamos de ver que también podemos tener representaciones de SU(2) de dimensión 2**
 - generadas como producto de tres objetos de la representación fundamental de SU(2)
 - ¡protón y neutrón podrían no ser la representación fundamental de SU(2) de isospín!
 - recuerden que existen las Δ s: Δ^{++} , Δ^+ , Δ^0 , Δ^- (multiplete de dimensión 4)

El grupo SU(3)

- **Grupo definido por matrices unitarias de 3x3**
 - Representación fundamental de 3 elementos $\left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$
- **La representación fundamental de SU(3) tiene 8 generadores**
 - El número de generadores de SU(N) es N^2-1 (¿porqué?)
 - En la representación fundamental: matrices de Gell-Mann

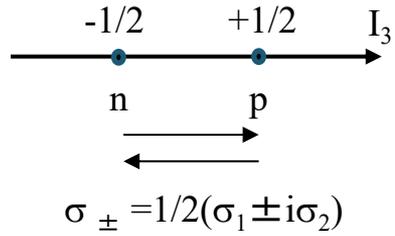
$$\begin{aligned}
 \lambda_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \lambda_2 &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \lambda_3 &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} & \lambda_4 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 \lambda_5 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & -i \\ 0 & 0 & 0 \\ i & 0 & 0 \end{bmatrix} & \lambda_6 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} & \lambda_7 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -i \\ 0 & i & 0 \end{bmatrix} & \lambda_8 &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\left[\frac{\lambda_i}{2}, \frac{\lambda_j}{2} \right] = i f_{ijk} \frac{\lambda_k}{2}$$

Constantes de estructura del grupo

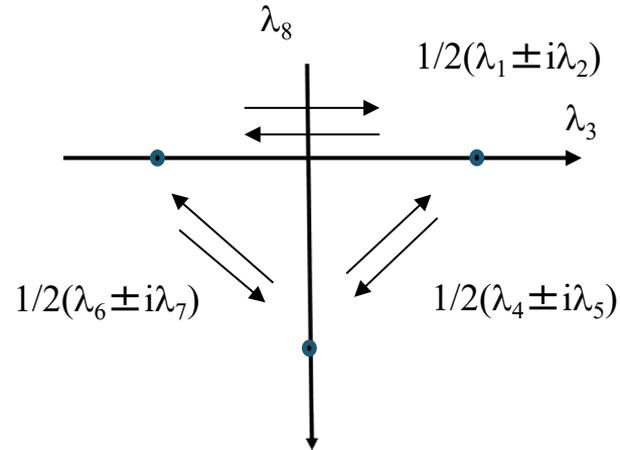
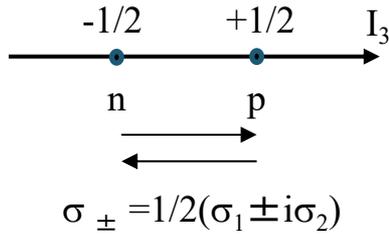
$$f^{123} = 1, \quad f^{147} = f^{165} = f^{246} = f^{257} = f^{345} = f^{376} = \frac{1}{2}, \quad f^{458} = f^{678} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$$

El grupo SU(2)



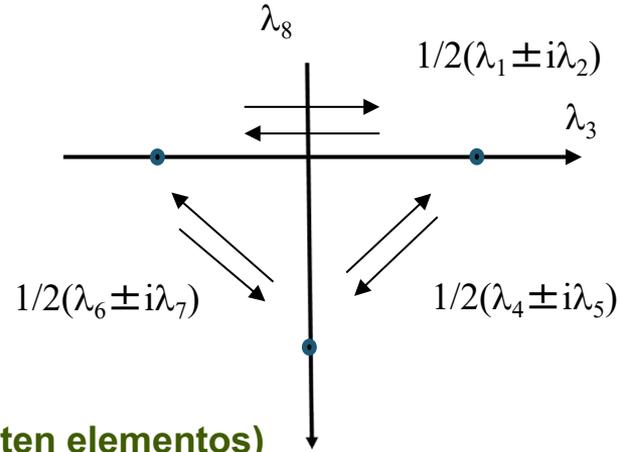
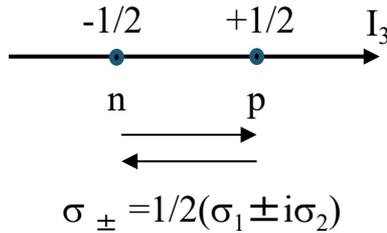
El grupo SU(3)

- El grupo SU(3) se lo puede pensar como 3 grupos SU(2) superpuestos
 - Los generadores incluyen las matrices de Pauli agregando ceros
 - Las tres primeras matrices de Gell-Mann “contienen” la representación fundamental de SU(2)



El grupo SU(3)

- El grupo SU(3) se lo puede pensar como 3 grupos SU(2) superpuestos
 - Los generadores incluyen las matrices de Pauli agregando ceros
 - Las tres primeras matrices de Gell-Mann “contienen” la representación fundamental de SU(2)



- Los 3 SU(2) no son independientes (comparten elementos)

- Combinando objetos de SU(3) obtenemos representaciones de dimensión superior

$$3 \otimes 3 = 6 \oplus 3$$

↙
↘

tripletes de SU(2) singletes de SU(2)

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1$$

↙
↘

cuadruptes de SU(2)

Representaciones conjugadas

- **¿Cómo asignarles multipletes a las antipartículas?**
 - Las antipartículas tienen los números cuánticos invertidos (lo vamos a demostrar más adelante)
 - Uno estaría tentado de decir

$$\left\{ \begin{array}{l} p \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ n \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \bar{p} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \bar{n} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{array} \right.$$


Representaciones conjugadas

- **¿Cómo asignarles multipletes a las antipartículas?**

- Las antipartículas tienen los números cuánticos invertidos (lo vamos a demostrar más adelante)
- Uno estaría tentado de decir

$$\begin{cases} p \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ n \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{p} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \bar{n} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases}$$

- Por ejemplo, ante una rotación en π alrededor de I_2 :

$$\begin{bmatrix} p' \\ n' \end{bmatrix} = e^{-i\pi\sigma_z} \begin{bmatrix} p \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -n \\ p \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{n}' \\ \bar{p}' \end{bmatrix} = e^{-i\pi\sigma_z} \begin{bmatrix} \bar{n} \\ \bar{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{p} \\ \bar{n} \end{bmatrix} \quad \text{Esto no puede ser} \rightarrow \begin{cases} \begin{cases} p' = -n \\ n' = p \end{cases} \\ \begin{cases} \bar{p}' = \bar{n} \\ \bar{n}' = -\bar{p} \end{cases} \end{cases}$$

Representaciones conjugadas

- **¿Cómo asignarles multipletes a las antipartículas?**

- Las antipartículas tienen los números cuánticos invertidos (lo vamos a demostrar más adelante)
- Uno estaría tentado de decir
- **No obstante, hay que agregar una fase adicional para poder usar los mismos coeficientes de Clebsch-Gordan**
- Por ejemplo, ante una rotación en π alrededor de I_2 :

$$\begin{cases} p \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \\ n \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \bar{p} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \bar{n} \rightarrow \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \bar{p} \rightarrow \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \bar{n} \rightarrow \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} p' \\ n' \end{bmatrix} = e^{-i\pi\sigma_z} \begin{bmatrix} p \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -n \\ p \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \bar{n}' \\ \bar{p}' \end{bmatrix} = e^{-i\pi\sigma_z} \begin{bmatrix} \bar{n} \\ \bar{p} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\bar{p} \\ \bar{n} \end{bmatrix}$$

Esto no puede ser \rightarrow
$$\begin{cases} \begin{cases} p' = -n \\ n' = p \end{cases} \\ \begin{cases} \bar{p}' = \bar{n} \\ \bar{n}' = -\bar{p} \end{cases} \end{cases}$$

Así está bien \rightarrow
$$\begin{cases} \begin{cases} p' = -n \\ n' = p \end{cases} \\ \begin{cases} \bar{p}' = -\bar{n} \\ \bar{n}' = \bar{p} \end{cases} \end{cases}$$

Representaciones conjugadas

- Con esta fase cambiada el aspecto del multiplete partícula-antipartícula es:

$$2 \otimes \bar{2} = 3 \oplus 1$$

$$3 \rightarrow \begin{cases} |11\rangle = -p\bar{n} \\ |10\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(p\bar{p} - n\bar{n}) \\ |1-1\rangle = n\bar{p} \end{cases} \quad 1 \rightarrow |00\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(p\bar{p} + n\bar{n})$$

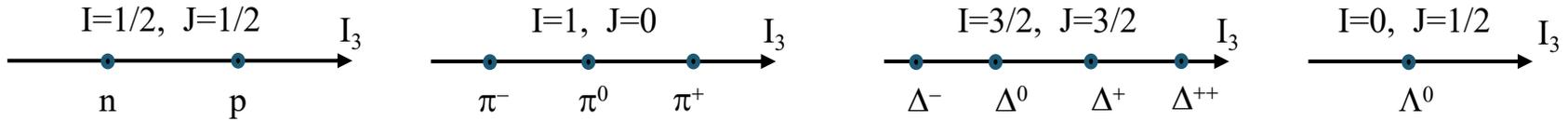
07/04: Modelo de quarks

Repaso de Grupos de Simetría

- **La clase pasada discutimos qué es una transformación de simetría**
 - Pueden ser descritas por Grupos de Simetría
 - Existen varias representaciones de un grupo de transformaciones
 - La representación de dimensión menor se denomina ‘fundamental’
 - Combinando elementos de la representación fundamental se obtienen representaciones de orden superior de la MISMA simetría
 - Vimos detalles de los grupos SU(2) y SU(3)
- **Esto nos hace pensar acerca de la asignación de estados de isospín para el protón y el neutrón**
 - Sólo necesitábamos que fueran los estados $|1/2, 1/2\rangle$ y $|1/2, -1/2\rangle$ de isospín
 - Pero eso lo conseguimos con la representación fundamental o multipletes de orden superior. ¿Cuál entonces? ¿Qué implicancias físicas tiene esta elección?
- **Hoy vamos a discutir este dilema con el Modelo de Quarks (Nobel de M. Gell-Mann)**

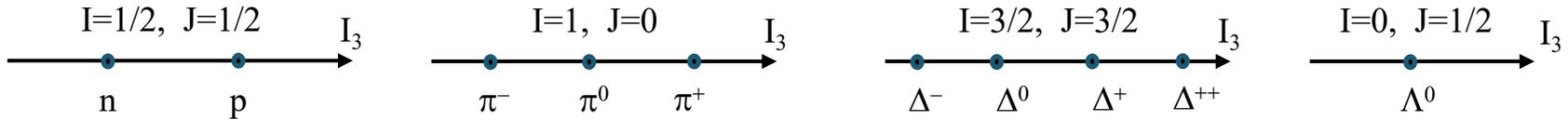
Clasificación de partículas

- **El concepto de isospín funciona muy bien para nucleones o partículas**
 - A nivel nuclear, asignando al protón y al neutrón como elementos de la representación fundamental de $SU(2)$, se describían muy bien características de distintos núcleos
 - La extensión a otros multipletes de partículas también reproducía relaciones entre secciones eficaces de producción



Clasificación de partículas

- **El concepto de isospín funciona muy bien para nucleones o partículas**
 - A nivel nuclear, asignando al protón y al neutrón como elementos de la representación fundamental de SU(2), se describían muy bien características de distintos núcleos
 - La extensión a otros multipletes de partículas también reproducía relaciones entre secciones eficaces de producción



- **Observemos que hay cierta relación entre la carga eléctrica y la proyección de isospín**
 - En principio no tiene nada que ver con la simetría
 - $Q = e \cdot (I_3 + 1/2)$ funciona muy bien para los nucleones ($Q_n=0, Q_p=1$)
 - También funciona para las Δ s pero no para los piones (ni los mesones en general), pero esto se “arregla” introduciendo un “número bariónico”

$$Q = e \cdot (I_3 + B/2)$$

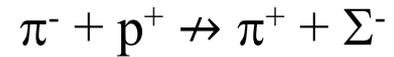
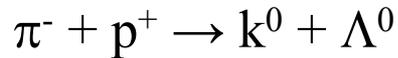
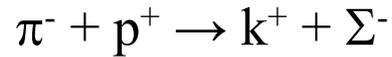
$\begin{cases} B=1 \text{ para bariones} \\ B=0 \text{ para mesones} \end{cases}$

Partículas “extrañas”

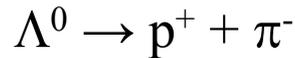
Bariones extraños

- Se producen con mucha facilidad ~ con alta sección eficaz (característico de la fuerza fuerte)
- Decaen en tiempos característicos cortos (fuerza débil) comparados con la interacción fuerte ($\tau_{\text{débil}} \sim 10^{-8}$ seg, $\tau_{\text{fuerte}} \sim 10^{-20}$ seg)

- Se producen de a pares



- Se conserva la “extrañeza” en interacciones fuertes
- Pero se viola la “extrañeza” en decaimientos de la interacción débil



- Aparentemente las interacciones fuertes, responsables de la producción de partículas extrañas, no violan la extrañeza pero las débiles, responsables de los decaimientos, sí
- Definiendo un nuevo número cuántico de extrañeza (S) entonces:

$$Q = e \left(I_3 + \frac{B + S}{2} \right)$$

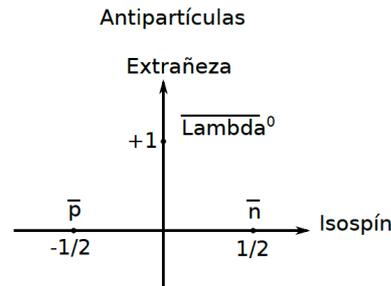
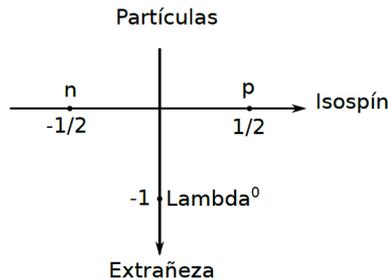
Modelo de Sakata

De alguna manera todo lo anterior está relacionado

- Isospín, números bariónico, extrañeza, carga eléctrica
- Además, la diferencia de masas entre miembros de un multiplete de isospín era pequeña ($\sim 1\text{MeV}$)
- Pero cada unidad de extrañeza agregaba $\sim 150\text{MeV}$
- O sea que no es una simetría real, o si lo es, está rota (¿Por qué?)

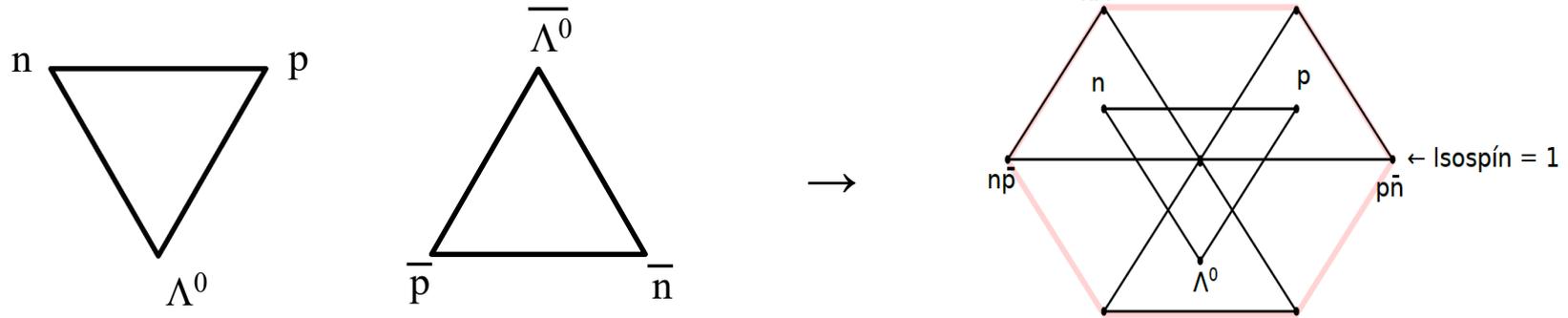
En 1956, Sakata propone un modelo para implementar una simetría que incluyera la extrañeza

- [Progress of Theo. Phys., Volume 16, 1956](#) (¡dos páginas!)
- Propone la base (p, n, Λ^0) como la representación fundamental de $SU(3)$
- Combinaba partícula con anti-partícula para obtener el espectro de mesones



Modelo de Sakata

- Combinando un elemento de la base de partículas con uno de la de anti-partículas:



- Obtenemos un octete de mesones ($B=0$)
- La línea horizontal tiene $S=0$ e $I=1$, o sea los tres piones
- Desgraciadamente este modelo esta mal
 - El problema esta con los bariones que se forman con $3 \otimes 3 \otimes \bar{3}$
 - $\bar{p}n\Lambda \rightarrow B=1, S=-1 \rightarrow \text{OK}$ $pn\bar{\Lambda} \rightarrow B=1, S=+1 \rightarrow \text{no OK}$
 - La masa de los piones es menor que la del protón

Modelo de Quarks

- **El modelo de Sakata estaba equivocado pero la idea es interesante y tiene puntos a favor**
 - La idea de composición
 - El uso de SU(3) como simetría subyacente
 - El ordenamiento en multipletes de bariones y mesones
- **En 1964 Gell Mann propone el modelo de quarks**
 - [Phys. Lett. 8 \(3\): 214, 1964](#) (también dos paginas ¡Y estas recibieron el Nobel!)
 - Existen 3 partículas fundamentales ("quarks") que conforman la base de SU(3) de "sabor"
 - u, d, s (up, down, strange)
 - Los bariones resultan de la combinación de 3 quarks
 - $3 \otimes 3 \otimes 3 = 10 \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1$
 - Los mesones resultan de la combinación de 1 quark y 1 anti-quark
 - $3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$

Modelo de Quarks

- **Reproduce el espectro de partículas conocidas pero hay que aceptar que:**
 - Existen los quarks, que nunca nadie “vio” y que tienen carga eléctrica fraccionaria
 - No existen quarks aislados
 - Solo se combinan de a 3, o partícula y anti-partícula
 - esto se consigue definiendo números cuánticos para estos quarks

	Q	I_3	S	B	Espín
u	$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
d	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$
s	$-\frac{1}{3}$	0	-1	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

- Con esta asignación uno puede combinar estos objetos para formar los espectros de hadrones (bariones y mesones)

Espectros de bariones y mesones

			I_3	Q	S	B	Candidatos conocidos	
$SU(2) \rightarrow$	$\left. \begin{array}{l} uuu \\ uud \\ udd \\ ddd \\ dds \\ dss \end{array} \right\} \leftarrow SU(2)$	uuu	uuu	$3/2$	2	0	1	Δ^{++}
		uud	uud	$1/2$	1	0	1	p, Δ^+
		udd	udd	$-1/2$	0	0	1	n, Δ^0
		ddd	ddd	$-3/2$	-1	0	1	\vdots
		dds	dds	-1	-1	-1	1	
		dss	dss	$-1/2$	-1	-2	1	
$SU(2) \rightarrow$	$\left. \begin{array}{l} sss \\ ssu \\ suu \\ uds \end{array} \right\}$	sss	sss	0	-1	-3	1	
		ssu	ssu	$1/2$	0	-2	1	
		suu	suu	1	1	-1	1	
		uds	uds	0	0	-1	1	

	I_3	Q	S	B	Candidatos
$u\bar{u}$	0	0	0	0	π^0
$u\bar{d}$	1	1	0	0	π^+
$\bar{u}d$	-1	-1	0	0	π^-
$d\bar{d}$	0	0	0	0	π^0

¿Cómo obtener estos estados?

- La descomposición de estos estados en representaciones con simetría definida es laboriosa
 - Vamos a construirlas “a mano” para SU(2) y SU(3)
 - Empecemos con SU(2)

Simétrico (triplete con $I = 1$) Antisimétrico (singlete con $I = 0$)

$$\begin{array}{l} \left\{ \begin{array}{l} uu \\ ud \\ du \\ dd \end{array} \right. \end{array} \quad \begin{array}{l} uu \\ \frac{ud+du}{\sqrt{2}} \\ dd \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \frac{ud-du}{\sqrt{2}} \\ \end{array}$$

$$2 \otimes 2 = 3_S \oplus 1_A$$

2 ⊗ 2 ⊗ 2

Simétricos (cuadruplete)

Mixto antisimétrico (doblete)

Mixto simétrico (doblete)

uuu

uuu

uud

udu

duu

ddu

dud

udd

ddd

$$\frac{uud+udu+duu}{\sqrt{3}}$$

$$\frac{(ud-du)u}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{3}} \left[\left(\frac{ud+du}{\sqrt{2}} \right) u - \sqrt{2}uud \right]$$

$$\frac{ddu+dud+udd}{\sqrt{3}}$$

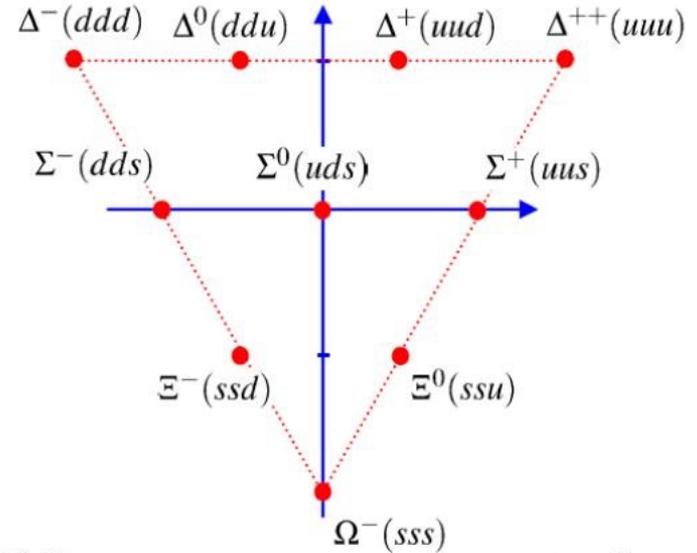
$$\frac{(du-ud)d}{\sqrt{2}}$$

Ídem arriba cambiando $u \leftrightarrow d$

$$2 \otimes 2 \otimes 2 = 4_S \oplus 2_{MS} \oplus 2_{MA}$$

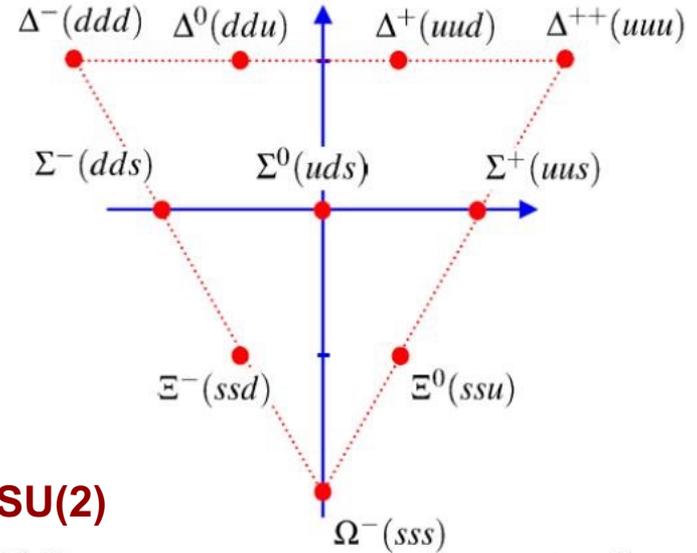
El decuplete de $3 \otimes 3 \otimes 3$

- La idea es replicar $2 \otimes 2 \otimes 2$ (que ya tenemos). Para el decuplete 10_s :
 - Partimos del SU(2) para “u” y “d” y vamos permutando con “s”
 - En el medio agregamos el “uds” totalmente simetrizado
 - Todos estos estados tienen spin total 3/2 (experimentalmente)



El decuplete de $3 \otimes 3 \otimes 3$

- La idea es replicar $2 \otimes 2 \otimes 2$ (que ya tenemos). Para el decuplete 10_S :
 - Partimos del SU(2) para “u” y “d” y vamos permutando con “s”
 - En el medio agregamos el “uds” totalmente simetrizado
 - Todos estos estados tienen spin total 3/2 (experimentalmente)

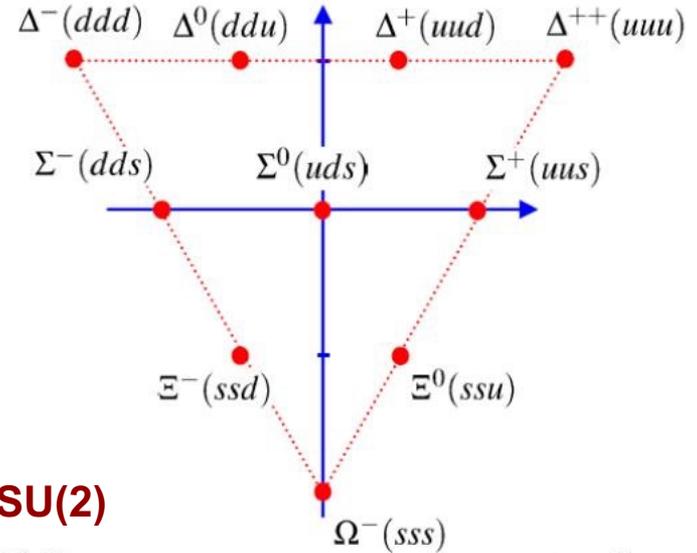


- La función de onda de espín es simplemente la 4_S de SU(2)

$$\begin{aligned}
 |3/2, 3/2\rangle &= |\uparrow\uparrow\uparrow\rangle \\
 |3/2, 1/2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}[|\downarrow\uparrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\uparrow\rangle + |\uparrow\uparrow\downarrow\rangle] \\
 |3/2, -1/2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}[|\uparrow\downarrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\downarrow\uparrow\rangle] \\
 |3/2, -3/2\rangle &= |\downarrow\downarrow\downarrow\rangle
 \end{aligned}$$

El decuplete de $3 \otimes 3 \otimes 3$

- La idea es replicar $2 \otimes 2 \otimes 2$ (que ya tenemos). Para el decuplete 10_S :
 - Partimos del SU(2) para “u” y “d” y vamos permutando con “s”
 - En el medio agregamos el “uds” totalmente simetrizado
 - Todos estos estados tienen spin total 3/2 (experimentalmente)



- La función de onda de espín es simplemente la 4_S de SU(2)

$$\begin{aligned}
 |3/2, 3/2\rangle &= |\uparrow\uparrow\uparrow\rangle \\
 |3/2, 1/2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}[|\downarrow\uparrow\uparrow\rangle + |\uparrow\downarrow\uparrow\rangle + |\uparrow\uparrow\downarrow\rangle] \\
 |3/2, -1/2\rangle &= \frac{1}{\sqrt{3}}[|\uparrow\downarrow\downarrow\rangle + |\downarrow\uparrow\downarrow\rangle + |\downarrow\downarrow\uparrow\rangle] \\
 |3/2, -3/2\rangle &= |\downarrow\downarrow\downarrow\rangle
 \end{aligned}$$

$$|\psi\rangle = |\text{sabor (quarks)}\rangle |\text{espín}\rangle$$

Esto es inesperado. ¡Son fermiones y tienen una función de onda simétrica!

Los octetes de $3 \otimes 3 \otimes 3$

- En la misma tónica que para la construcción del decuplete, las funciones MS y MA de SU(2) son buenas candidatas para el protón y el neutrón
 - Pero con ninguna de ellas por separado podemos formar una función de onda con simetría definida y con spin $\frac{1}{2}$
 - Es simple ver que las únicas combinaciones de spin $\frac{1}{2}$ con simetría ante permutaciones definida es:

$$|\psi\rangle_S = \frac{1}{\sqrt{2}} |\phi_{sab}\rangle_{MS} \otimes |\chi_{spin}\rangle_{MS} + \frac{1}{\sqrt{2}} |\phi_{sab}\rangle_{MA} \otimes |\chi_{spin}\rangle_{MA}$$

$$|\psi\rangle_A = \frac{1}{\sqrt{2}} |\phi_{sab}\rangle_{MS} \otimes |\chi_{spin}\rangle_{MA} - \frac{1}{\sqrt{2}} |\phi_{sab}\rangle_{MA} \otimes |\chi_{spin}\rangle_{MS}$$

- ¿Cuál usamos?
 - ¡Lo veremos la clase que viene!

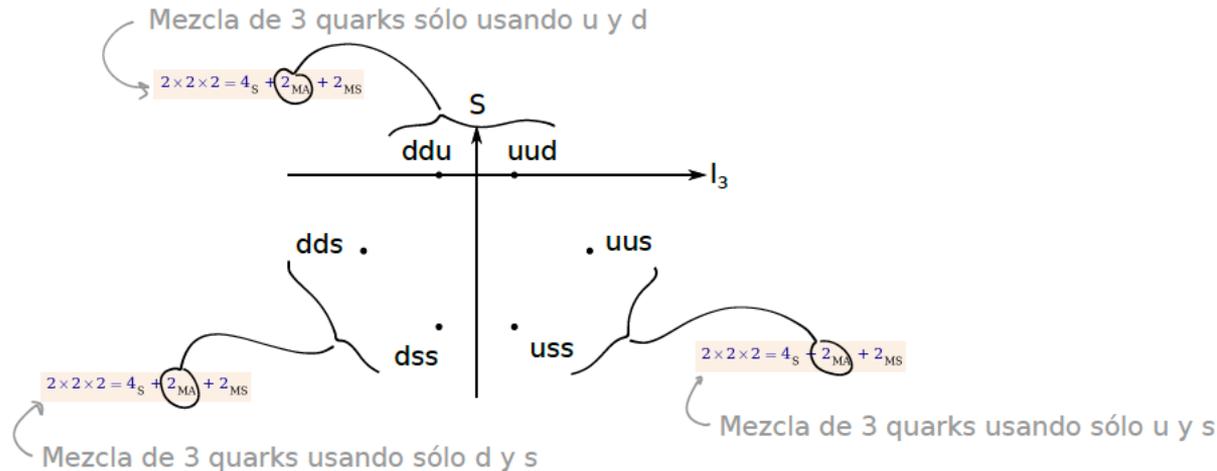
12/04: Modelo de quarks (2)

Repaso de Modelo de Quarks

- **La clase pasada introdujimos el Modelo de Quarks**
 - Intento de clasificar los hadrones conocidos usando el grupo SU(3)
 - Incorpora SU(2) de Isospín y añade las regularidades de la “extrañeza”
 - Asocia la representación fundamental de SU(3) con tres quarks
 - Asigna carga eléctrica fraccionaria, números bariónico, extrañeza e isospín a los quarks
 - Los bariones resultan de la combinación de 3 quarks
 - $3 \otimes 3 \otimes 3 = 10_S \oplus 8 \oplus 8 \oplus 1$
 - Los mesones resultan de la combinación de 1 quark y 1 anti-quark
 - $3 \otimes \bar{3} = \bar{8} \oplus 1$
- **Descomposición en multipletes**
 - Construimos explícitamente $2 \otimes 2 \otimes 2 = 4_S \oplus 2_{MS} \oplus 2_{MA}$ (combinar 3 spines 1/2)
 - En este caso, el cuadruplete corresponde a estados de spin 3/2
 - Las cuatro combinaciones restantes dan dos dobletes con simetría mixta ante permutaciones
 - El decuplete se genera con facilidad replicando los 3 cuadrupletes y agregando “uds” simretrizado
 - Los estados del decuplete son simétricos de spin y sabor (¿?)

No hablamos de los octetes...

- Para los octetes de bariones la idea de replicar es la misma pero más compleja
 - Los 4_S de $2 \otimes 2 \otimes 2$ fueron a parar al 10_S de $3 \otimes 3 \otimes 3$
 - Los 2_{MS} y 2_{MA} de $2 \otimes 2 \otimes 2$ son buenos candidatos a multipletes de protón-neutrón
 - Los estados “uud” y “ddu” con la simetrización mixta que querramos, tendrán sus correspondientes “uus”, “dds”, etc
 - Si los ordenamos según sus proyecciones de isospín y extrañeza:



- Falta agregar el estado “uds” en el medio con la misma simetría (son 2 estados → octete)

Funciones de onda de sabor

- **Para construir las funciones de onda del multiplete podemos usar los operadores de subida y bajada de SU(3)**
 - En SU(2) los operadores son:

$$\sigma_{\pm} = \frac{\sigma_1 \pm i\sigma_2}{\sqrt{2}} \quad \begin{cases} \sigma_+ |\downarrow\rangle = |\uparrow\rangle \\ \sigma_- |\downarrow\rangle = 0 \end{cases}$$

- Pero cuando tenemos un producto $2 \otimes 2 \otimes 2$ lo pensamos actuando sobre cada componente:

$$\sigma_+^{2 \times 2 \times 2} = \sigma_+ \mathbb{1} \mathbb{1} + \mathbb{1} \sigma_+ \mathbb{1} + \mathbb{1} \mathbb{1} \sigma_+$$

- ¿Cómo funciona esto sobre los estados del 2_{MS} o 2_{MA} ?

Operadores de subida/bajada en $2 \otimes 2 \otimes 2$

- **Veamos que pasa si aplicamos el operador de bajada a nuestro candidato a protón de la 2_{MS}**

$$\left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} [(ud + du)u - 2tud] \rightarrow \text{Esto lo vimos la clase pasada}$$

- **Vamos a ver que si aplicamos el operador de bajada al estado con $I_z=1/2$ de 2_{MS} $2 \otimes 2 \otimes 2$ (candidato a ser el protón) obtenemos el estado con $I_z=-1/2$ del mismo multiplete**
- **los operadores de subida y bajada nos mueven dentro del mismo multiplete**

Operadores de subida/bajada en $2 \otimes 2 \otimes 2$

- Veamos que pasa si aplicamos el operador de bajada a nuestro candidato a protón de la 2_{MS}

$$\left| \frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{6}} [(ud + du)u - 2uud] \rightarrow \text{Esto lo vimos la clase pasada}$$

$$\begin{aligned} \hat{\sigma}_-^{(2 \otimes 2 \otimes 2)} |p^+\rangle_{MS} &= \hat{\sigma}_-^{(2 \otimes 2 \otimes 2)} \left(\frac{1}{\sqrt{6}} |u d u\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}} |d u u\rangle - \frac{2}{\sqrt{6}} |u u d\rangle \right) = \\ &= \hat{\sigma}_-^{(2 \otimes 2 \otimes 2)} \left(\frac{1}{\sqrt{6}} |u d u\rangle \right) + \hat{\sigma}_-^{(2 \otimes 2 \otimes 2)} \left(\frac{1}{\sqrt{6}} |d u u\rangle \right) - \hat{\sigma}_-^{(2 \otimes 2 \otimes 2)} \left(\frac{2}{\sqrt{6}} |u u d\rangle \right) = \\ &= \frac{1}{\sqrt{6}} \hat{\sigma}_-^{(2 \otimes 2 \otimes 2)} |u d u\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}} \hat{\sigma}_-^{(2 \otimes 2 \otimes 2)} |d u u\rangle - \frac{2}{\sqrt{6}} \hat{\sigma}_-^{(2 \otimes 2 \otimes 2)} |u u d\rangle = \\ &= \frac{1}{\sqrt{6}} |d d u\rangle + 0 + \frac{1}{\sqrt{6}} |u d d\rangle + 0 + \frac{1}{\sqrt{6}} |d d u\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}} |d u d\rangle - \frac{2}{\sqrt{6}} |d u d\rangle - \frac{2}{\sqrt{6}} |u d d\rangle - 0 = \\ &= \frac{2}{\sqrt{6}} |d d u\rangle - \frac{1}{\sqrt{6}} |u d d\rangle - \frac{1}{\sqrt{6}} |d u d\rangle = -\frac{1}{\sqrt{6}} [(|u d\rangle + |d u\rangle) \otimes |d\rangle - 2 |d d u\rangle] = |n\rangle_{MS} \end{aligned}$$

Operadores de subida/bajada en $3 \otimes 3 \otimes 3$

- Lo anterior se extiende trivialmente a $SU(3)$

$$\hat{I}_{\pm} = \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_{\pm} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} = \frac{1}{2} (\hat{\lambda}_1 \pm i \hat{\lambda}_2) \quad \rightarrow \quad \text{Isospín (u, d)}$$

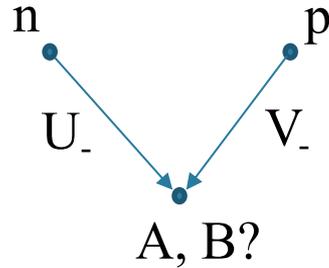
$$\hat{U}_{\pm} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \hat{\sigma}_{\pm} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} (\hat{\lambda}_6 \pm i \hat{\lambda}_7) \quad \rightarrow \quad \text{“U-espín” (d, s)}$$

$$\hat{V}_{\pm} = \begin{pmatrix} [\hat{\sigma}_{\pm}]_{11} & 0 & [\hat{\sigma}_{\pm}]_{12} \\ 0 & 0 & 0 \\ [\hat{\sigma}_{\pm}]_{21} & 0 & [\hat{\sigma}_{\pm}]_{22} \end{pmatrix} = \frac{1}{2} (\hat{\lambda}_4 \pm i \hat{\lambda}_5) \quad \rightarrow \quad \text{“V-espín” (u, s)}$$

- El único cuidado que hay que tener es que estos operadores son “proyectores”

Proyectores en $3 \otimes 3 \otimes 3$

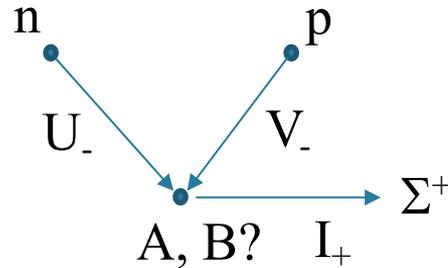
- **Estos operadores son proyectores**
 - Nos pasean por estados del mismo multiplete
 - Nos "tiran" en la dirección correcta pero no necesariamente nos llevan al estado correcto
 - Por ejemplo: si aplicamos V_- al protón obtenemos un estado, pero si aplicamos U_- al neutrón ¡obtenemos otro distinto! Justamente porque en el medio hay dos estados distintos



Proyectores en $3 \otimes 3 \otimes 3$

- Estos operadores son proyectores

- Nos pasean por estados del mismo multiplete
- Nos "tiran" en la dirección correcta pero no necesariamente nos llevan al estado correcto
- Por ejemplo: si aplicamos V_- al protón obtenemos un estado pero si aplicamos U_- al neutrón ¡obtenemos otro distinto! Justamente porque en el medio hay dos estados distintos



$$\begin{cases} U_- n = \alpha A + \beta B \\ V_- p = \gamma A + \delta B \end{cases}$$

- Uno puede trabajar con una combinación lineal de estos estados tal que aplicando I_+ de Σ_+ (miembro del triplete de isospín) y llamamos Σ^0 a este estado
- El estado ortogonal debe ser el singlete de isospín ($I_{+/-} |B\rangle = 0$) que corresponde al Λ^0
- La diferencia entre estos estados "uds" es a que estado de isospín acoplan (1 o 0)
- El protón y la Δ^+ son estados "uud" pero acoplan a $I=3/2$ o $I=1/2$

Simetría de la función de onda

- **Acá se nos plantea un problema:**
 - tenemos dos tipos de función de onda de SU(3) (2_{MS} y 2_{MA}) y hay sólo un protón
 - ¿Cuál usamos?
- **¿Y qué pasa con la descripción del espín?**
 - Los bariones del octete tienen (experimentalmente) espín $\frac{1}{2}$
 - Para los bariones del octete, la parte de espín viene de $2 \otimes 2 \otimes 2$
 - De nuevo, ¿de qué multiplete? ¿El 2_{MS} o 2_{MA} de espín?

Simetría de la función de onda

- **Acá se nos plantea un problema:**
 - tenemos dos tipos de función de onda de SU(3) (MS y MA) y hay sólo un protón
 - ¿Cuál usamos?
- **¿Y qué pasa con la descripción del espín?**
 - Los bariones del octete tienen (experimentalmente) espín $\frac{1}{2}$
 - Para los bariones del octete, la parte de espín viene de $2 \otimes 2 \otimes 2$
 - De nuevo, ¿de qué multiplete? ¿El 2_{MS} o 2_{MA} de espín?
- **La respuesta viene por el lado de la estadística**
 - La única manera de generar funciones de onda de $SU(3)_{\text{sabor}} \otimes SU(2)_{\text{spín}}$ con simetría definida ante permutaciones es combinando las mixtas de la siguiente manera

$$|\psi\rangle_S = \frac{1}{\sqrt{2}} |\phi_{sab}\rangle_{MS} \otimes |\chi_{spin}\rangle_{MS} + \frac{1}{\sqrt{2}} |\phi_{sab}\rangle_{MA} \otimes |\chi_{spin}\rangle_{MA}$$

$$|\psi\rangle_A = \frac{1}{\sqrt{2}} |\phi_{sab}\rangle_{MS} \otimes |\chi_{spin}\rangle_{MA} - \frac{1}{\sqrt{2}} |\phi_{sab}\rangle_{MA} \otimes |\chi_{spin}\rangle_{MS}$$

¡Ejercicio para la noche de un viernes de cuarentena!

Función de onda (sabor \otimes espín) del protón

- ¿Cuál de las dos opciones ($|\phi\rangle_{MS}$ o $|\phi\rangle_{MA}$) usamos?
 - **Spoiler alert:** La respuesta la da la naturaleza y es la simétrica, igual que para los bariones del dcuplete
- Reemplazando en $|\phi\rangle_{MS}$ y distribuyendo:

$$|p \uparrow, \text{simétrica}\rangle = \frac{1}{\sqrt{18}} [ud\uparrow(\uparrow\downarrow\uparrow - \downarrow\uparrow\uparrow - 2\uparrow\uparrow\downarrow) + udu(\uparrow\uparrow\downarrow + \downarrow\uparrow\uparrow - 2\uparrow\downarrow\uparrow) + \dots \\ \dots + duu(\uparrow\downarrow\uparrow + \uparrow\uparrow\downarrow - 2\downarrow\uparrow\uparrow)]$$

- ¡Diviértanse haciéndolo explícitamente!
- La solución está en la página de la materia en este [link](#)

- Muy bonito pero, ¿para qué queremos las funciones de onda de $SU(3)_{\text{sabor}} \otimes SU(2)_{\text{spín}}$?

Momento magnético del protón

- Las funciones de onda (sabor \otimes espín) del protón u otro barión permite calcular observables y chequear el modelo
 - Si los quarks existen entonces los bariones heredan sus propiedades
 - Una de estas propiedades es el momento magnético
 - Para una partícula fundamental:

$$\mu = \frac{e}{2m}$$

- El momento magnético apunta en la dirección del espín (es una magnitud vectorial)
- Pero para el protón y el neutrón esto no vale ($\mu_n^{\text{exp}} \neq 0$) ¡porque no son fundamentales!
- Pero esto es válido para los quarks:

$$\mu_i = \frac{e_i}{2m_i} \rightarrow \text{Momento magnético de un quark}$$

Momento magnético del protón

- Entonces, el momento magnético del protón es la suma del de sus quarks

$$\begin{aligned}\langle \mu_{p\uparrow} \rangle &= \sum_i \langle p \uparrow | \underline{\mu}_i \underline{\sigma}_3 | p \uparrow \rangle \\ &\vdots \\ &= \frac{4\mu_u - \mu_d}{3}\end{aligned}$$

→ Momento magnético en el eje “z”

- Como $m_u \sim m_d \Rightarrow \mu_u \sim 2/3 \mu_d$ y la expresión del momento magnético del protón es proporcional a μ_d

Momento magnético del protón

- Entonces, el momento magnético del protón es la suma del de sus quarks

$$\begin{aligned} \langle \mu_{p\uparrow} \rangle &= \sum_i \langle p \uparrow | \underline{\mu}_i \underline{\sigma}_3 | p \uparrow \rangle \\ &\vdots \\ &= \frac{4\mu_u - \mu_d}{3} \end{aligned}$$

↙ Momento magnético en el eje “z”

- Como $m_u \sim m_d \Rightarrow \mu_u \sim 2/3 \mu_d$ y la expresión del momento magnético del protón es proporcional a μ_d
- Podemos hacer lo mismo para la función de onda del neutrón y tomar el cociente entre ambos resultados y esto lo podemos hacer para las funciones de onda simétrica y antisimétrica

Predicciones teóricas →

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} \mu_n \\ \mu_p \end{array} \right]_{\text{Funciones simétricas}} = -\frac{2}{3} \\ \left[\begin{array}{l} \mu_n \\ \mu_p \end{array} \right]_{\text{Funciones antisimétricas}} = 2 \end{cases}$$

Momento magnético del protón

- Entonces, el momento magnético del protón es la suma del de sus quarks

$$\begin{aligned} \langle \mu_{p\uparrow} \rangle &= \sum_i \langle p \uparrow | \underline{\mu}_i \underline{\sigma}_3 | p \uparrow \rangle \\ &\vdots \\ &= \frac{4\mu_u - \mu_d}{3} \end{aligned}$$

↙ Momento magnético en el eje “z”

- Como $m_u \sim m_d \Rightarrow \mu_u \sim 2/3 \mu_d$ y la expresión del momento magnético del protón es proporcional a μ_d
- Podemos hacer lo mismo para la función de onda del neutrón y tomar el cociente entre ambos resultados y esto lo podemos hacer para las funciones de onda simétrica y antisimétrica

Predicciones teóricas →

$$\begin{cases} \left[\frac{\mu_n}{\mu_p} \right]_{\text{Funciones simétricas}} = -\frac{2}{3} \\ \left[\frac{\mu_n}{\mu_p} \right]_{\text{Funciones antisimétricas}} = 2 \end{cases} \quad \left[\frac{\mu_n}{\mu_p} \right]_{\text{exp}} = -0.68497945 \pm 0.00000058$$

Momento magnético del protón

- Entonces, el momento magnético del protón es la suma del de sus quarks

$$\begin{aligned} \langle \mu_{p\uparrow} \rangle &= \sum_i \langle p \uparrow | \underline{\mu}_i \underline{\sigma}_3 | p \uparrow \rangle \\ &\vdots \\ &= \frac{4\mu_u - \mu_d}{3} \end{aligned}$$

↙ Momento magnético en el eje “z”

- Como $m_u \sim m_d \Rightarrow \mu_u \sim 2/3 \mu_d$ y la expresión del momento magnético del protón es proporcional a μ_d

- Podemos hacer lo mismo para la función de onda del neutrón y tomar el cociente entre ambos resultados y esto lo podemos hacer para las funciones de onda simétrica y antisimétrica

Predicciones teóricas →

$$\begin{cases} \left[\frac{\mu_n}{\mu_p} \right]_{\text{Funciones simétricas}} = -\frac{2}{3} \\ \left[\frac{\mu_n}{\mu_p} \right]_{\text{Funciones antisimétricas}} = 2 \end{cases} \quad \left[\frac{\mu_n}{\mu_p} \right] \exp = -0.68497945 \pm 0.00000058$$

¡Tenemos que elegir la función simétrica!

Para terminar...

- **No dijimos nada de la masa de los quarks!**
 - La similitud de las masas del protón (“uud”) y el neutrón (“udd”) hace pensar que las masas de los quarks “u” y “d” son muy parecidas
 - A orden cero, las masas del “u” y el “d” serían $m_p/3 \sim 300$ MeV
 - Para los piones (ud, du) esperaríamos masa de 600 MeV pero en realidad uno observa 140 MeV

 - En realidad las masas de estos quarks tienen cotas experimentales de 4 MeV
 - O sea que la mayor parte de la masa del protón es energía de interacción entre los quarks (interacción fuerte), o sea que son ultra-relativistas en el protón
 - Para ver esto necesitamos una teoría de la fuerza fuerte, ¡que el modelo de quarks no da!

- **Queda un tema importante a discutir: la simetría de la función de onda**
 - Tanto para el decuplete como para el octete de bariones, la función de onda sabor-espín correcta es simétrica
 - ¡Pero son fermiones! Nos esta faltando algo para que todo esto funcione

19/04: Mesones y Color

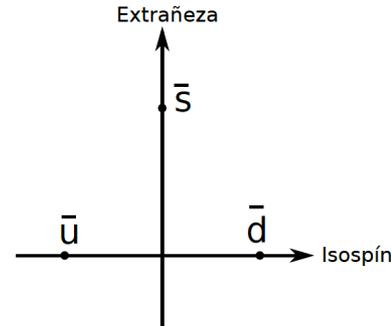
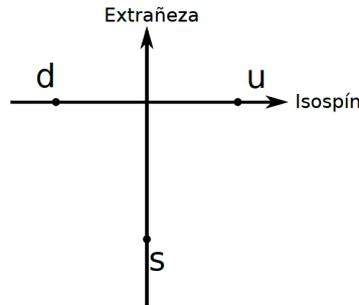
Repaso: Modelo de Quarks

- **La clase pasada construimos el octete de bariones**
 - De 2_{MS} y 2_{MA} de $2 \otimes 2 \otimes 2$ sacamos buenos candidatos a multipletes de protón-neutrón
 - Vimos que podemos generalizar los operadores de subida y bajada de $SU(2)$ a $SU(3)$ usando las matrices de Gell-Mann
 - Recordar que estos operadores son “proyectors”: nos llevan en la dirección correcta pero no siempre dan el autoestado correcto
 - Usando estos operadores podemos generar el octete de bariones partiendo de una función de onda de sabor dada (ya teníamos la de neutrón y protón!)
- **Simetría de la función de onda**
 - Pero construimos dos octetes uno MS y otro MA (venían del 2_{MS} y 2_{MA} de $SU(2)$)
 - Combinando las funciones de onda $SU(3)$ de sabor y la $SU(2)$ de espín vimos que se pueden generar una función completamente simétrica y otra completamente antisimétrica
 - ¿Cuál usamos?
 - La función de onda de sabor-espín permite calcular observables (vimos el ejemplo del momento magnético)
 - La naturaleza se describe con la combinación simétrica para los bariones **¿¿PORQUE?!**

Mesones

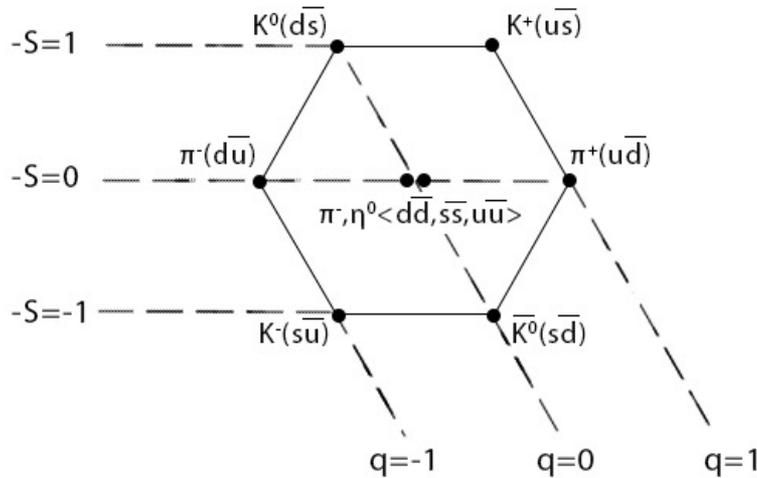
● Modelo de quarks y mesones

- Lo que estuvimos viendo sobre el Modelo de Quarks se refirió a los bariones (partículas con masas del orden o mayores que los nucleones)
- Vamos a ver que pasa con los mesones: partículas menos masivas como piones y kaones que se conocían como partículas de espín 0 o 1 y que también se agrupan en octetes
- El modelo de Sakata fue el primer intento de describirlos: como combinación de partícula y antipartícula de una simetría SU(3) (con base {p, n, Λ^0 })
- La idea era interesante pero la base y simetría equivocadas
- Gell-Mann propone la misma idea pero con el modelo de quarks: $3 \otimes \bar{3} = 8 \oplus 1$



Funciones de onda de sabor de mesones

- Análogamente a lo que vimos con el modelo de Sakata, podemos generar el octete de mesones con el Modelo de Quarks
 - Seis estados se obtienen de manera inmediata



$$|\pi^+\rangle = |1,1\rangle = |u\bar{d}\rangle$$

$$|\pi^0\rangle = |1,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\bar{u}\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |d\bar{d}\rangle$$

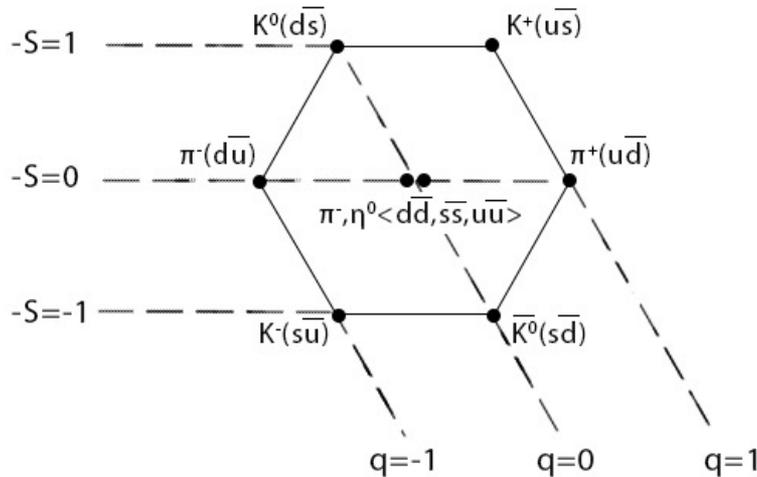
$$|\pi^-\rangle = |1,-1\rangle = |d\bar{u}\rangle$$

$$|0,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\bar{u}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |d\bar{d}\rangle$$

- Quedan 3 de los 9 estados posibles a generar a partir de combinaciones ortogonales de $u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$
- Para ver la pinta de las funciones del centro del octete usamos las de SU(2)

Funciones de onda de sabor de mesones

- Análogamente a lo que vimos con el modelo de Sakata, podemos generar el octete de mesones con el Modelo de Quarks
 - Seis estados se obtienen de manera inmediata



$$|\pi^+\rangle = |1,1\rangle = |u\bar{d}\rangle$$

$$|\pi^0\rangle = |1,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\bar{u}\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |d\bar{d}\rangle$$

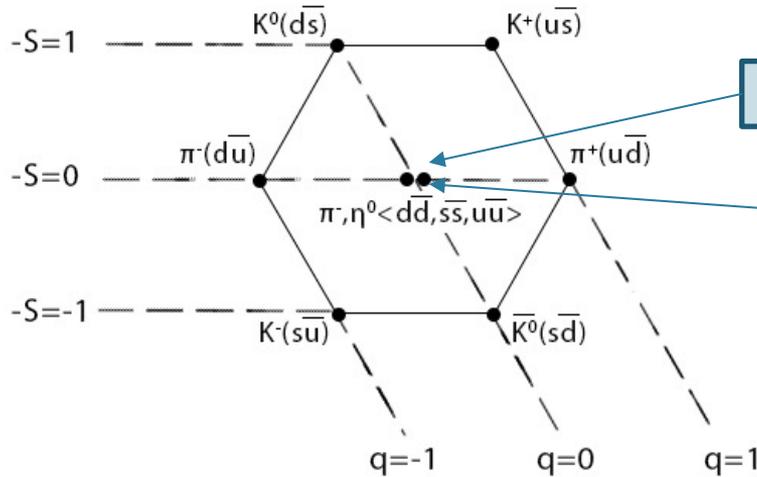
$$|\pi^-\rangle = |1,-1\rangle = |d\bar{u}\rangle$$

$$|0,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\bar{u}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |d\bar{d}\rangle \longrightarrow |\eta^0\rangle = (u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})/\sqrt{3}$$

- Quedan 3 de los 9 estados posibles a generar a partir de combinaciones ortogonales de $u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$
- Para ver la pinta de las funciones del centro del octete usamos las de SU(2)

Funciones de onda de sabor de mesones

- Análogamente a lo que vimos con el modelo de Sakata, podemos generar el octete de mesones con el Modelo de Quarks
 - Seis estados se obtienen de manera inmediata



$$|\pi^+\rangle = |1,1\rangle = |u\bar{d}\rangle$$

$$|\pi^0\rangle = |1,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\bar{u}\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |d\bar{d}\rangle$$

$$|\pi^-\rangle = |1,-1\rangle = |d\bar{u}\rangle$$

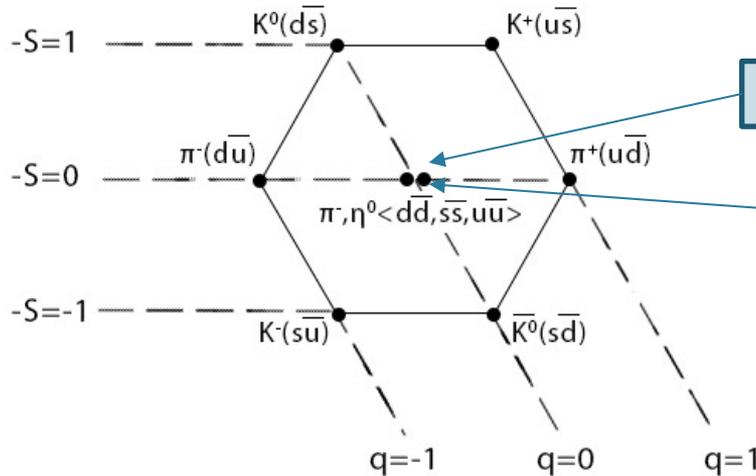
$$|0,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\bar{u}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |d\bar{d}\rangle$$

$$|\eta^0\rangle = (u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})/\sqrt{3}$$

- Quedan 3 de los 9 estados posibles a generar a partir de combinaciones ortogonales de $u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$
- Para ver la pinta de las funciones del centro del octete usamos las de SU(2)

Funciones de onda de sabor de mesones

- Análogamente a lo que vimos con el modelo de Sakata, podemos generar el octete de mesones con el Modelo de Quarks
 - Seis estados se obtienen de manera inmediata



$$|\pi^+\rangle = |1,1\rangle = |u\bar{d}\rangle$$

$$|\pi^0\rangle = |1,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\bar{u}\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |d\bar{d}\rangle$$

$$|\pi^-\rangle = |1,-1\rangle = |d\bar{u}\rangle$$

$$|0,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\bar{u}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |d\bar{d}\rangle$$

$$|\eta^0\rangle = (u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})/\sqrt{3}$$

$$(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})/\sqrt{6}$$

Singlete ρ^0
(ortogonal a π^0 y η^0)

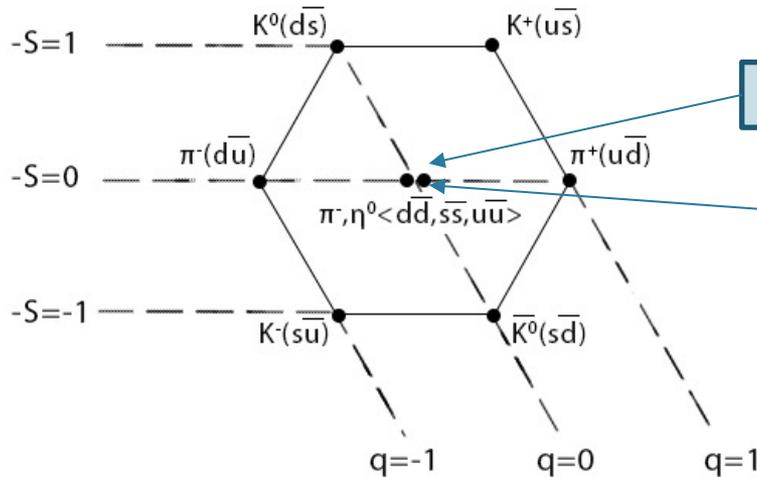
- Quedan 3 de los 9 estados posibles a generar a partir de combinaciones ortogonales de $u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$
- Para ver la pinta de las funciones del centro del octete usamos las de SU(2)

Funciones de onda de sabor de mesones

- Análogamente a lo que vimos con el modelo de Sakata, podemos generar el octete de mesones con el Modelo de Quarks

– Seis estados se obtienen de manera inmediata

$$3 \otimes \bar{3} = 8_S \oplus 1_A$$



$$|\pi^+\rangle = |1,1\rangle = |u\bar{d}\rangle$$

$$|\pi^0\rangle = |1,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\bar{u}\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |d\bar{d}\rangle$$

$$|\pi^-\rangle = |1,-1\rangle = |d\bar{u}\rangle$$

$$|0,0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |u\bar{u}\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |d\bar{d}\rangle$$

$$|\eta^0\rangle = (u\bar{u} + d\bar{d} + s\bar{s})/\sqrt{3}$$

$$(u\bar{u} + d\bar{d} - 2s\bar{s})/\sqrt{6}$$

Singlete ρ^0
(ortogonal a π^0 y η^0)

- Quedan 3 de los 9 estados posibles a generar a partir de combinaciones ortogonales de $u\bar{u}, d\bar{d}, s\bar{s}$
- Para ver la pinta de las funciones del centro del octete usamos las de SU(2)

Características del octete de mesones

- **Los estados del octete tienen los mismos números cuánticos que los medidos para los mesones conocidos**
 - Número bariónico $B=0$ (quark y anti-quark)
 - El triplete de isospín $I=1$ vienen en tres versiones con carga $Q=-1, 0, +1$ que se corresponden con los piones
 - Tienen spin 0
 - Función de onda antisimétrica (sabor: simétrica, spin: antisimétrica)
 - La asignación de números cuánticos de isospín, extrañeza, etc, es consistente con lo observado en reacciones y mediciones de secciones eficaces
- **¿Porqué los quarks “eligen” combinarse de a tres (funciones simétricas de sabor-espín) o quark-antiquark? ¿Porqué no de a 4 o 5 quarks?**
 - El hecho que la función de onda de bariones sea simétrica impide, por ejemplo, que la Δ^{++} (uuu) tenga espín $\frac{1}{2}$ o que el protón tenga espín $\frac{3}{2}$
 - Si es cierto lo de la composición de los hadrones (bariones y mesones) entonces tiene que haber una razón para esto

Simetría de Color

- **Nos está faltando algo**
 - La simetría de isospín surgió del análisis nuclear, como propiedad de la interacción fuerte
 - Esta simetría se extendió fuera de los núcleos en reacciones entre hadrones
 - Se volvía a ver en la composición de hadrones: la interacción entre quarks es la fuerte
 - La “elección” de qqq o q -anti q debe ser entonces también una característica de la fuerza fuerte

Simetría de Color

- **Nos está faltando algo**
 - La simetría de isospín surgió del análisis nuclear, como propiedad de la interacción fuerte
 - Esta simetría se extendió fuera de los núcleos en reacciones entre hadrones
 - Se volvía a ver en la composición de hadrones: la interacción entre quarks es la fuerte
 - La “elección” de qqq o q -anti q debe ser entonces también una característica de la fuerza fuerte
- **Una manera sencilla de conciliar esto es asignando un nuevo grado de libertad a los quarks: número cuántico de COLOR**
 - Cada quark puede estar en uno de tres estados de color (**R**, **G**, **B**)
 - Simetría $SU(3)_{\text{color}}$

$$3 \otimes 3 \otimes 3 = 10_S \oplus 8_{MS} \oplus 8_{MA} \oplus \boxed{1_A}$$

$$|\varphi\rangle_{\text{color}} = \frac{1}{\sqrt{6}} |RGB\rangle - \frac{1}{\sqrt{6}} |RBG\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}} |BRG\rangle - \frac{1}{\sqrt{6}} |BGR\rangle + \frac{1}{\sqrt{6}} |GRB\rangle - \frac{1}{\sqrt{6}} |GBR\rangle$$

SU(3) de color

- **Grado de libertad de los quarks (3 estados)**
 - Los hadrones están en estados incoloros
 - Singlete anti-simétrico de $3 \otimes 3 \otimes 3$ de color
 - Los mesones tienen quarks con color y anti-color
 - La función de onda total es ahora completamente anti-simétrica para los bariones del decuplete y el octete
 - No funcionan los estados con 4, 5, ... quarks
 - De algún modo, la interacción fuerte es tal que “exige” que los estados de menor energía sean singletes de color (estados incoloros)
 - Cualquier otro estado de color requiere tanta más energía que lo hace muy inestable: es más conveniente generar un par de quarks del vacío para generar nuevos hadrones incoloros

$$p^+ p^+ \rightarrow deut. \pi^+$$

$$\Rightarrow p^+ \rightarrow n \pi^+$$



Evidencias del grado de libertad de color

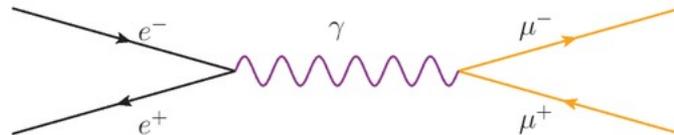
- **$SU(3)_{\text{color}}$ provee una solución a los problemas que estuvimos viendo**
 - Soluciona el problema de la simetría de las funciones de onda de los bariones
 - En una ligadura nuclear uno podría pensar que los nucleones intercambian piones para bajar su energía con pares (incolores) de quark-antiquark del vacío
 - Por más delirante que parezca, en 1970 se demostró que es posible construir una teoría basada en $SU(3)_{\text{color}}$ que describe notablemente las características de la interacción fuerte: Cromodinámica Cuántica (QCD, lo veremos en la segunda parte del curso)
 - Hubo que esperar 30 años de evidencia experimental para otorgar el Nobel a esta idea (1999 y 2004)
- **Previo a la formulación completa de QCD hubo evidencias de la existencia de color**
 - Entre ellas, vamos a ver la producción de hadrones en colisiones electrón-positrón

Producción de hadrones en colisiones e^+e^-

- **Un proceso muy estudiado fue la aniquilación de pares electrón-positrón en pares de muones**
 - Aceleraban electrostáticamente e^- y e^+ y se lograba aniquilarlos en un fotón
 - Si la energía cinética es considerable, el fotón es capaz de decaer en un par partícula-antipartícula
 - La sección eficaz de este proceso se puede calcular de manera sencilla en cuántica-relativista
 - En el caso que el fotón decaiga a un par $\mu^+\mu^-$ el cálculo da:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-) = \frac{\pi\alpha^2}{2E^2}$$

- Además uno puede medir experimentalmente este observable



Producción de hadrones en colisiones e^+e^-

- Además de a un par de muones, el fotón puede decaer a cualquier par de partículas cargadas
 - Podría decaer a un par de quarks *up*, o *down*, o *strange*
 - El cálculo de la sección eficaz es idéntico con la salvedad que hay que multiplicar por Q^2 (el cuadrado de la carga eléctrica del decaimiento)

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrones}) = \frac{\pi\alpha^2}{2E^2} |Q_{\text{de los quarks}}|^2$$

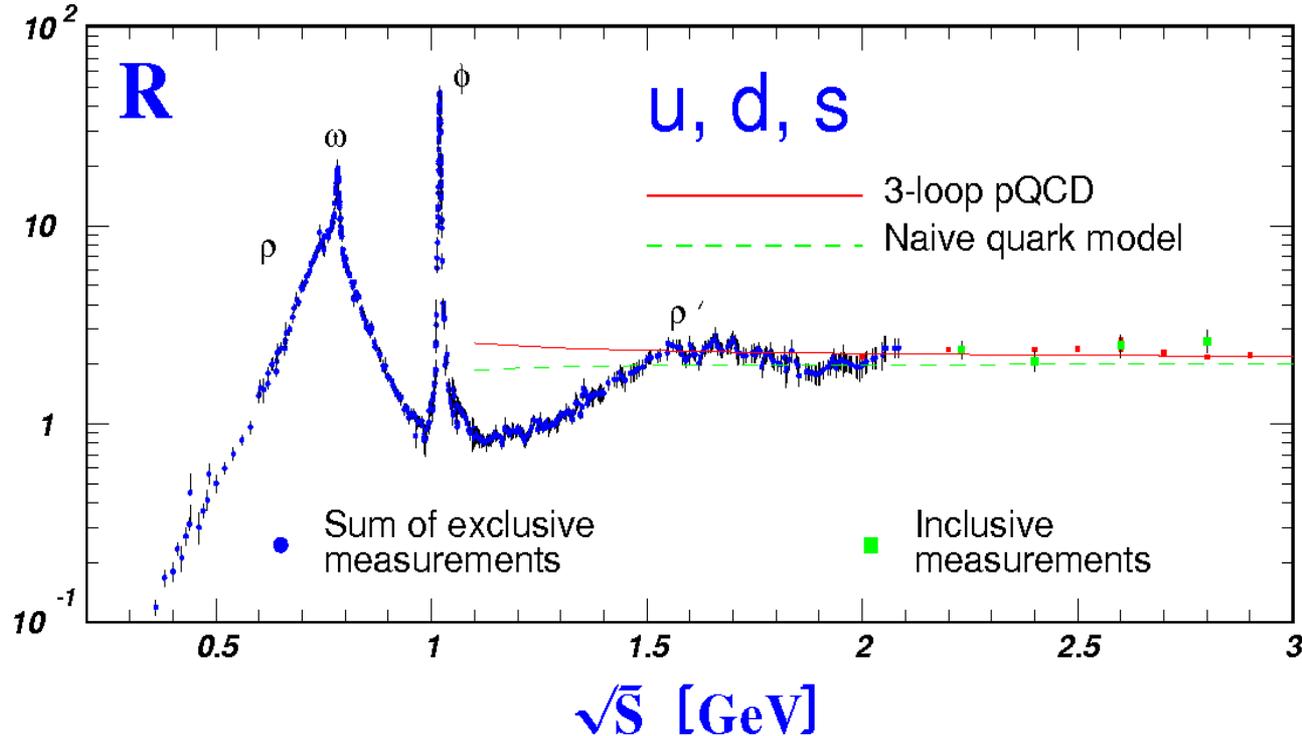
- El cociente de secciones eficaces es entonces:

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow \text{hadrones})}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = Q_u^2 + Q_d^2 + Q_s^2 = \frac{2}{3}$$

- ¡Observable que además se puede medir!

Producción de hadrones en colisiones e^+e^-

Pero cuando uno va y mide el resultado da 2, no 2/3. ¿Qué pasó?



¿Qué pasó?

- **Nos olvidamos de incluir el hecho de que cada quark puede tener alguno de los tres estados de color**
 - **Nos faltó multiplicar por 3**

$$R = (Q_u^2 + Q_d^2 + Q_s^2) \times 3 \equiv 2 \rightarrow \text{Cuando tenemos en cuenta el color}$$

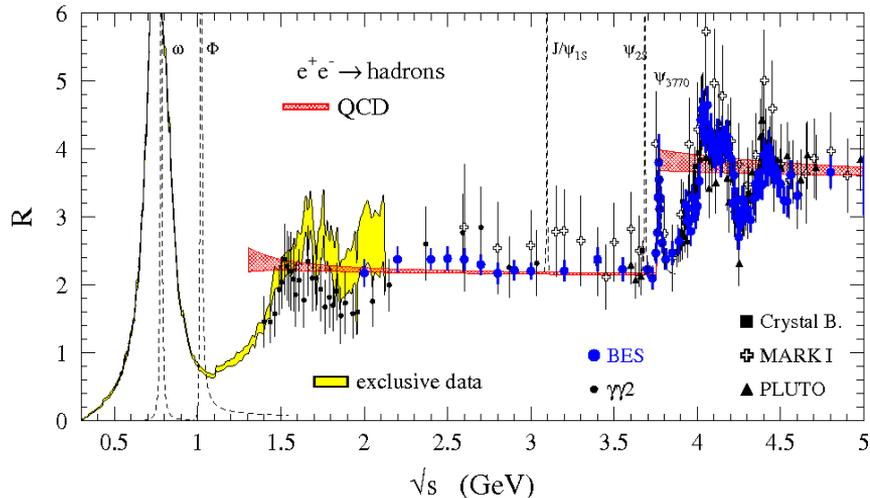
¿Qué pasó?

- Nos olvidamos de incluir el hecho de que cada quark puede tener alguno de los tres estados de color

– Nos faltó multiplicar por 3

$$R = (Q_u^2 + Q_d^2 + Q_s^2) \times 3 \equiv 2 \rightarrow \text{Cuando tenemos en cuenta el color}$$

- Ya que estamos viendo este proceso, en 1974 todo parecía ir sobre ruedas con SU(3) de sabor cuando el valor de R a energías mayores paso de 2 a 3.5



- Entrada en escena de un nuevo quark (“charm”) tan masivo (1.6 GeV) que no se podía producir a energías bajas
- Si fuese el “compañero” del quark strange tendría carga +2/3 (como el par *up* y *down*)

$$R = 2 + \frac{4}{9} + \frac{4}{9} + \frac{4}{9} = \frac{10}{3} \cong 3,33 \cong 3,5$$

Familias de quarks

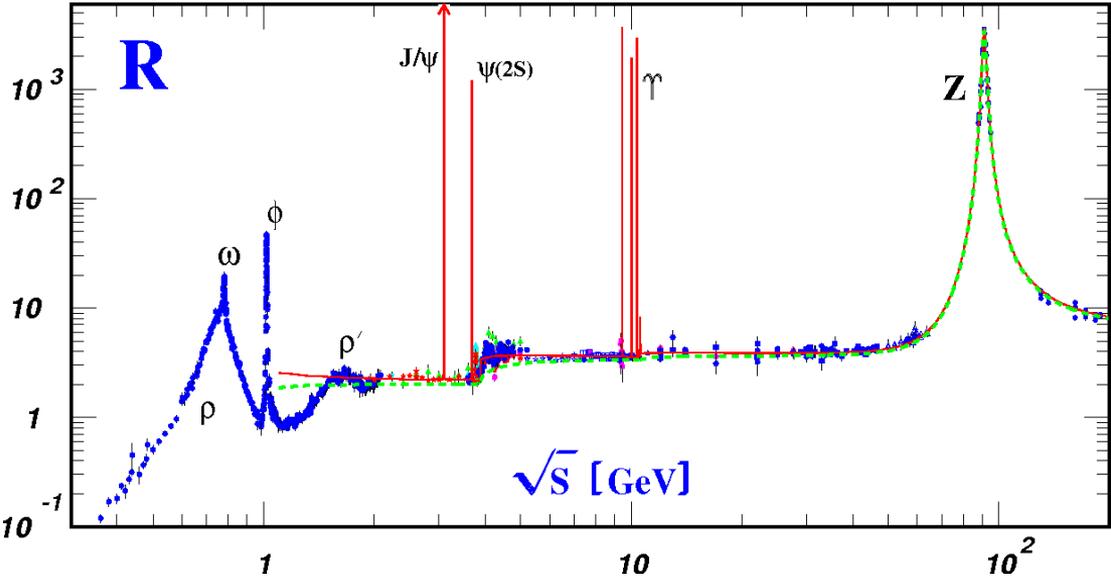
- Esta historia continuó y hoy sabemos que hay 6 quarks ($SU(6)_{\text{sabor}}$)
 - 3 familias de quarks: up-down, strange-charm, bottom-top
 - La única diferencia entre familias es la masa de los quarks

Standard Model of Elementary Particles

	three generations of matter (fermions)			interactions / force carriers (bosons)	
	I	II	III		
mass	$\approx 2.2 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 1.28 \text{ GeV}/c^2$	$\approx 173.1 \text{ GeV}/c^2$	0	$\approx 124.97 \text{ GeV}/c^2$
charge	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	$\frac{2}{3}$	0	0
spin	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	0
QUARKS	u up	c charm	t top	g gluon	H higgs
	$\approx 4.7 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 96 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 4.18 \text{ GeV}/c^2$	0	
	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3}$	0	
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
	d down	s strange	b bottom	γ photon	
	$\approx 0.511 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 105.66 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 1.7768 \text{ GeV}/c^2$	$\approx 91.19 \text{ GeV}/c^2$	
	-1	-1	-1	0	
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
LEPTONS	e electron	μ muon	τ tau	Z Z boson	
	$< 1.0 \text{ eV}/c^2$	$< 0.17 \text{ MeV}/c^2$	$< 18.2 \text{ MeV}/c^2$	$\approx 80.39 \text{ GeV}/c^2$	
	0	0	0	± 1	
	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1	
	ν_e electron neutrino	ν_μ muon neutrino	ν_τ tau neutrino	W W boson	

SCALAR BOSONS

GAUGE BOSONS
VECTOR BOSONS



21/04: Ecuación de Dirac