

Estructura de la Materia 4

- 22/03 Introducción
- 29/03 Fenomenología Nuclear
- 31/03 Isospín
- 05/04 Grupos de Simetría
- 07/04 Modelo de quarks
- 12/04 Modelo de quarks (2)
- 19/04 Mesones y Color
- 21/04 Cuántica Relativista
- 26/04 Soluciones de la Ec. de Dirac
- 28/04 Fenomenología de la Ec. de Dirac
- 03/05 Covariancia de la Ec. de Dirac
- 05/05 Helicidad y Quiralidad
- 17/05 Teoría Lagrangiana de Campos
- 19/05 Teorema de Noether y 2^{da} cuantificación
- 24/05 Simetrías de Gauge
- 26/05 Gauge no abeliano
- 31/05 Cromodinámica Cuántica
- 02/06 Interacciones Débiles
- 07/06 Unificación Electro-débil
- 09/06 Ruptura Espontánea de la Simetría
- 14/06 Generación de masas en la teoría electro-débil
- 16/06 Oscilaciones de Neutrinos
- 21/06 Interacciones de partículas con la materia
- 23/06 Detectores y colisionadores
- 28/06 Descubrimiento del bosón de Higgs



Gustavo Otero y Garzón – UBA



31/05: Cromodinámica Cuántica

Resumen de gauge no abeliano

- **La clase pasada generalizamos la idea de simetrías de gauge**
 - Partimos de lo aprendido sobre simetrías de gauge generadas por el grupo U(1) (abeliano)
 - Consideramos el lagrangiano que depende de varios campos de Dirac ($\psi_1(x) \dots \psi_N(x)$) y un grupo G de transformaciones unitarias que transforman esos campos en combinaciones lineales de los otros
 - Nos restringimos a una transformación donde además de unitaria es de determinante 1, nos referimos a transformaciones del grupo SU(N) (no abeliano, los generadores no conmutan)

$$U(\boldsymbol{\alpha}(x)) = e^{ig\alpha_a(x)T_a} \quad [T_a, T_b] = if_{abc}T_c$$

- Con N^2-1 funciones $\alpha_a(\mathbf{x})$ que mezclan los campos $\psi_1(x) \dots \psi_N(x)$ de manera arbitraria

$$\Phi \rightarrow \Phi' = U\Phi = e^{ig\alpha_a(x)T_a}\Phi \quad D_\mu = \partial_\mu - igT^a W_\mu^a$$

- Obtuvimos la manera en que deben transformar los N^2-1 campos de gauge

$$(W_\mu^a)' = \partial_\mu \alpha_a(x) + W_\mu^a - g\alpha_b f_{abc} W_\mu^c$$

Resumen de gauge no abeliano

- También determinamos la forma del término invariante de gauge y Lorentz que depende únicamente de los campos de gauge que puede ser agregado al lagrangiano de Dirac

$$\begin{aligned}G_{\mu\nu} &= T^a [(\partial_\mu W^a_\nu - \partial_\nu W^a_\mu) + gf^{abc}W^b_\mu W^c_\nu] \\ &= T^a G^a_{\mu\nu}\end{aligned}$$

- Juntando todas las partes construimos el lagrangiano de Yang-Mills

$$\mathcal{L}_{\text{Yang-Mills}} = \underbrace{\bar{\Phi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \Phi}_{\text{Espinores libres}} + \underbrace{g\bar{\Phi}\gamma^\mu T^a \Phi W^a_\mu}_{\text{Interacción}} - \underbrace{\frac{1}{2}G^a_{\mu\nu}G^{\mu\nu}_a}_{\text{Campos de gauge libres}}$$

Resumen de gauge no abeliano

- También determinamos la forma del término invariante de gauge y Lorentz que depende únicamente de los campos de gauge que puede ser agregado al lagrangiano de Dirac

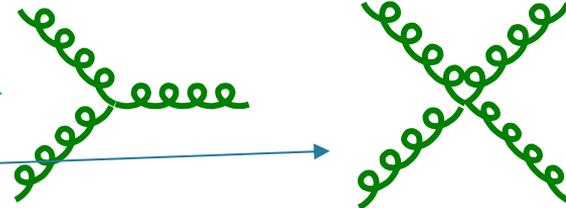
$$\begin{aligned} G_{\mu\nu} &= T^a [(\partial_\mu W^a_\nu - \partial_\nu W^a_\mu) + gf^{abc}W^b_\mu W^c_\nu] \\ &= T^a G^a_{\mu\nu} \end{aligned}$$

- Juntando todas las partes construimos el lagrangiano de Yang-Mills

$$\mathcal{L}_{\text{Yang-Mills}} = \underbrace{\bar{\Phi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \Phi}_{\text{Espinores libres}} + \underbrace{g\bar{\Phi}\gamma^\mu T^a \Phi W^a_\mu}_{\text{Interacción}} - \underbrace{\frac{1}{2} G^a_{\mu\nu} G^a{}^{\mu\nu}}_{\text{Campos de gauge libres}}$$

- Este lagrangiano es análogo al de QED pero ahora tenemos N^2-1 campos de gauge que se acoplan con los campos de Dirac con algo parecido al acoplamiento de QED (la parte espinorial es la misma pero cambia la parte de T_a que es no-diagonal y conecta ψ_i con ψ_j)
- Sin embargo, la diferencia más espectacular estaba en la dinámica de los campos de gauge que ahora se acoplan también entre ellos

$$\left\{ \begin{array}{l} (\partial_\mu W^a_\nu - \partial_\nu W^a_\mu)^2 \\ g(\partial_\mu W^a_\nu - \partial_\nu W^a_\mu) f_{abc} W^b_\mu W^c_\nu \\ g^2 W W W W \end{array} \right.$$



Características de QCD

- Los gluones (bosones de gauge de SU(3)) llevan color y anti-color y los quarks tienen color
- Pero recuerden que los hadrones se observan como conjuntos de 3 quarks o quark-antiquark, no se observan quarks aislados porque pareciese que la naturaleza elige estados ligados incoloros
- **Uno puede predecir el comportamiento de observables de la fuerza fuerte a partir del lagrangiano de Yang-Mills para $SU_{\text{color}}(3)$**
 - Lindas cuentas para un curso de posgrado ...
 - Como veremos, los cálculos son perturbativos en un régimen de altas energías
 - A bajas energías ¡la teoría se vuelve no perturbativa! (ya veremos porqué)
 - La dinámica de esta interacción se había observado experimentalmente antes que se hubiera formalizado la teoría
 - El lugar por excelencia para observar la dinámica de las interacciones fuertes es el interior de un hadrón, de los cuales el más común y mejor estudiado es el protón de modo que ¡ ¡ ¡volvemos al inicio de este viaje!

¿Cómo “ver” estas cosas?

- **Cuando uno quiere entender la estructura de algo hace básicamente dos cosas:**
 - “Mirarlo”: iluminar con radiación electromagnética (luz) y ubicar detectores (ojos) para ver como se refleja, refracta o difracta
 - “Romperlo”: para ver como son sus partes
 - La primera tiene sus limitaciones por la naturaleza de la luz: la longitud de onda debe ser menor que la escala que uno quiere resolver ($\lambda < d$, Rayleigh)
 - Es decir, para resolver distancias menores que el tamaño del protón debemos usar fotones de muy alta energía (inversamente proporcional a la frecuencia)

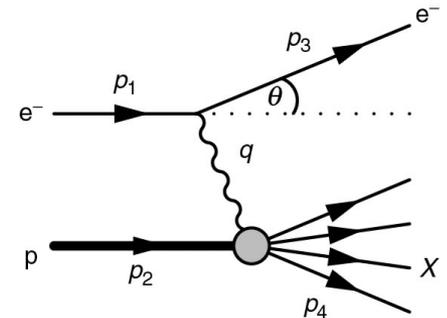
$$r_{proton} \sim 10^{-15} m \Rightarrow E \sim 200 MeV$$

¿Cómo “ver” estas cosas?

- Cuando uno quiere entender la estructura de algo hace básicamente dos cosas:
 - “Mirarlo”: iluminar con radiación electromagnética (luz) y ubicar detectores (ojos) para ver como se refleja, refracta o difracta
 - “Romperlo”: para ver como son sus partes
 - La primera tiene sus limitaciones por la naturaleza de la luz: la longitud de onda debe ser menor que la escala que uno quiere resolver ($\lambda < d$, Rayleigh)
 - Es decir, para resolver distancias menores que el tamaño del protón debemos usar fotones de muy alta energía (inversamente proporcional a la frecuencia)

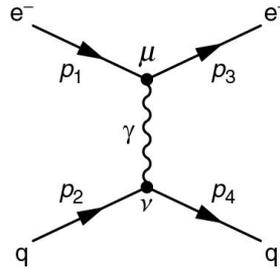
$$r_{proton} \sim 10^{-15} m \Rightarrow E \sim 200 MeV$$

- O sea que para mirar dentro del protón vamos a necesitar fotones muy energéticos, y caemos en el segundo caso porque tanta energía rompe al protón
- La manera más práctica de bombardear protones con fotones de esa energía es acelerando electrones a energías altas para que interactúen electromagnéticamente (intercambiando un fotón)
- Midiendo con qué ángulo y energía se desvía el electrón uno puede determinar qué impulso y energía transfirió el fotón (su λ)



Scattering electrón-protón

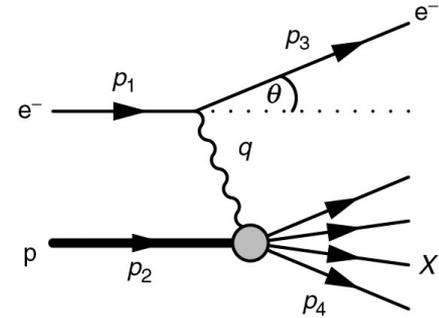
- **Notar que hay una diferencia crucial entre la interacción de dos partículas fundamentales y partículas que no lo son**
 - La interacción entre dos fermiones de Dirac (electrones) está descrito por los dos cuadri-impulsos de las partículas salientes (8 números)



- La conservación de la energía e impulso entre estados iniciales y finales da 4 vínculos
- La relación energía-impulso $p_\mu p^\mu = m^2$ para cada una da 2 vínculos más
- Mirando el proceso en el sistema centro de masa el problema tiene simetría de rotación en el eje de la colisión, es decir que hay una dependencia trivial en una variable (evento a evento los electrones definen un plano con cierto ángulo pero la probabilidad es la misma para cualquier ángulo)
- Es decir que necesitamos $8 - 4 - 2 - 1 = 1$ variable independiente para describir este proceso

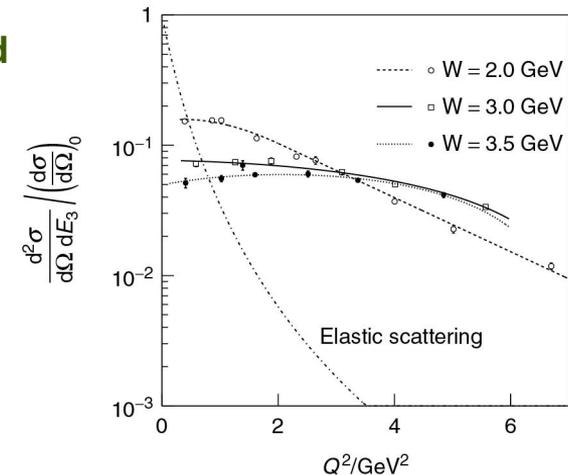
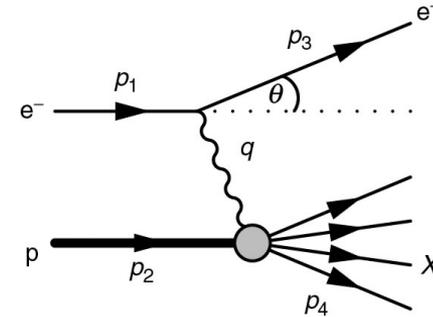
Scattering electrón-protón

- **¿Qué pasa si una de las partículas no es elemental (como es el caso del protón)?**
 - En este caso, la relación entre energía e impulso ya no está fija (se puede gastar energía en alterar su estructura), es decir que se pierde un vínculo y ahora se necesitan dos variables
 - Esas variables pueden ser la energía (E) y el ángulo de deflexión (θ) del electrón saliente



Scattering electrón-protón

- ¿Qué pasa si una de las partículas no es elemental (como es el caso del protón)?
 - En este caso, la relación entre energía e impulso ya no está fija (se puede gastar energía en alterar su estructura), es decir que se pierde un vínculo y ahora se necesitan dos variables
 - Esas variables pueden ser la energía (E) y el ángulo de deflexión (θ) del electrón saliente
 - Experimentalmente uno mide distribuciones de probabilidad en dos variables: fijo θ y mido E o fijo E y mido θ
 - Para un valor distinto de E no se obtiene una distribución distinta de θ , es decir que depende realmente de dos variables
 - Si el protón fuera puntual hay una sola variable independiente, al variar una necesariamente varía la otra



Scattering electrón-protón

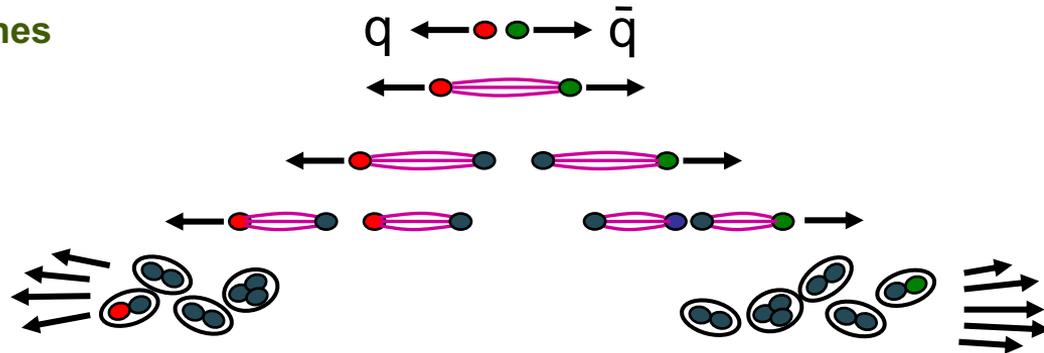
- Es decir, el protón no es una partícula fundamental
- La sorpresa es que subiendo suficientemente la energía del fotón (reduciendo las distancias) la sección eficaz ¡empezaba a depender de una sola variable!
- En 1968, Bjorken descubrió el “Bjorken scaling”: en el marco de una teoría de campos, si el protón estaba formado por constituyentes puntuales y la interacción entre ellos se diluía con la energía entonces la sección eficaz depende de una única variable
- Es decir, a energías más altas, la dispersión sobre un protón es entre partículas fundamentales que Feynman llamó “partones” → ¿serían estos los quarks?
- Notar que estamos hablando de cosas descritas en ámbitos diferentes: los partones son cuantos de un campo de Dirac, los quarks eran una herramienta contable
- Pero se les midieron las propiedades a los partones (carga, espín) y ¡resulta que coinciden!

Confinamiento

- Pero lo más interesante resulta ser el comportamiento dinámico de la interacción entre partones
- A muy altas energías parecían casi libres pero a medida que se baja la energía (a distancias más grandes) la interacción se hace cada vez más intensa al punto tal que se vuelve casi imposible separar a un partón de un protón
- Pero esta era una de las peculiaridades del modelo de quarks
- En 1971 Gerard t'Hooft demostró ([Nuclear Physics B. 33 \(1\)](#)) que una teoría de gauge SU(3) efectivamente iba a tener este tipo de comportamiento dinámico (le dieron el Nobel en 1999)
- La función de onda de color que agregamos por una cuestión estadística se encarga de mantener confinados a los partones (la transformación de gauge, simetría de la interacción, trivialmente preserva el singlete de color y no deja que haya nada con color explícito)

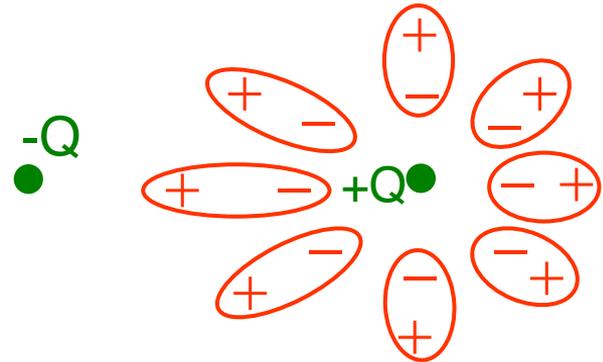
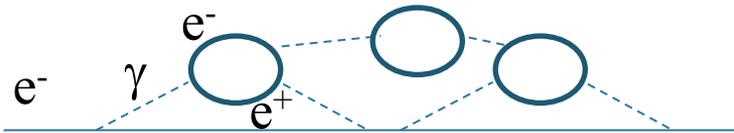
Confinamiento

- Pero lo más interesante resulta ser el comportamiento dinámico de la interacción entre partones
- A muy altas energías parecían casi libres pero a medida que se baja la energía (a distancias más grandes) la interacción se hace cada vez más intensa al punto tal que se vuelve casi imposible separar a un partón de un protón
- Pero esta era una de las peculiaridades del modelo de quarks
- En 1971 Gerard t'Hooft demostró ([Nuclear Physics B. 33 \(1\)](#)) que una teoría de gauge SU(3) efectivamente iba a tener este tipo de comportamiento dinámico (le dieron el Nobel en 1999)
- La función de onda de color que agregamos por una cuestión estadística se encarga de mantener confinados a los partones (la transformación de gauge, simetría de la interacción, trivialmente preserva el singlete de color y no deja que haya nada con color explícito)
- Si uno quiere arrancar un quark, los gluones llevan energía suficiente para crear los quarks necesarios para revestir el quark “colorido” para formar algo incoloro
- Este mecanismo se llama **confinamiento**



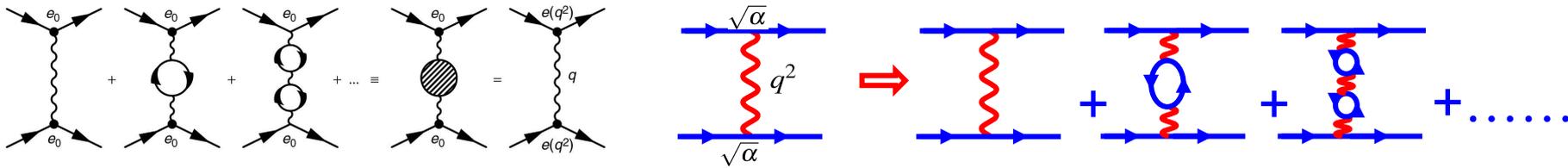
Polarización del vacío (QED)

- La otra propiedad importante es la “libertad asintótica” que explica la atenuación de la intensidad de la interacción a altas energías (distancias pequeñas)
 - Esto se puede explicar recordando que aprendimos que un electrón no es simplemente eso sino también todas las partículas que potencialmente pueda excitar del vacío
 - En efecto hay una probabilidad no nula que el electrón emita un fotón que a su vez genere un par electrón-positrón
 - Esto genera una “polarización del vacío” que funciona de manera análoga a un dieléctrico apantallando la carga (se “siente” menos intensa de lo que realmente es)
 - A grandes distancias (baja energía) el acoplamiento efectivo se ve como $\alpha_{QED} = \frac{1}{137}$ pero crece cuando uno se acerca a la carga (sube la energía)

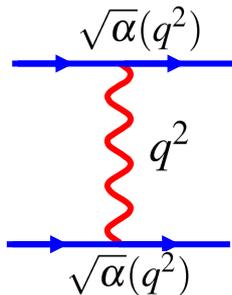


Running coupling constant (QED)

- La intensidad de la interacción entre un fotón y un electrón depende de la carga eléctrica (e) que tomamos con valor constante
- El valor experimental de este acoplamiento corresponde a $\alpha_{QED} = \frac{e^2}{4\pi}$
- Pero este es el acoplamiento efectivo a grandes distancias que uno puede escribir como un desarrollo perturbativo en términos de la carga real (e_0)



- El estado final es el mismo de modo que hay que sumar las amplitudes $M = M_1 + M_2 + M_3 + \dots$
- Si α es pequeño esto se puede calcular perturbativamente representando al efecto global



$$\alpha(Q^2) = \alpha(Q_0^2) / \left[1 - \frac{\alpha(Q_0^2)}{3\pi} \ln \left(\frac{Q^2}{Q_0^2} \right) \right]$$

notar el signo

$$Q^2 \gg Q_0^2$$

Running coupling constant (QED)

– ¿Puede volverse infinito este acoplamiento? $\ln\left(\frac{Q^2}{Q_0^2}\right) = \frac{3\pi}{1/137}$

– Si, pero para el régimen inexplorado de $Q \sim 10^{26}$ GeV

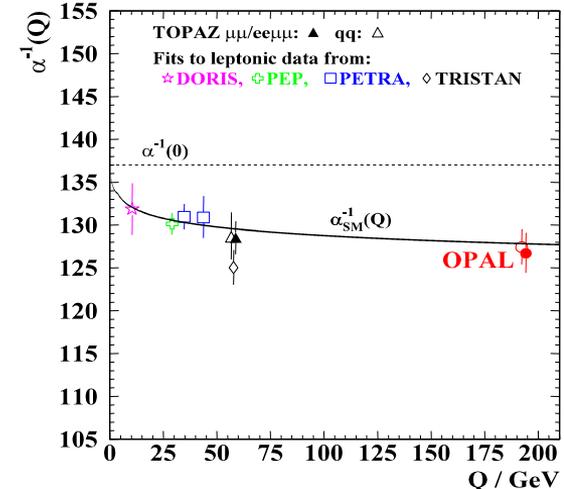
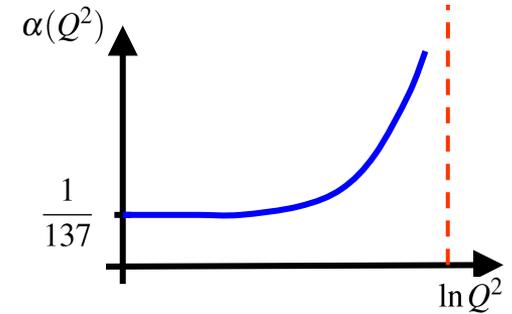
– El crecimiento del acoplamiento en QED es muy lento

– Para $Q^2 \sim 0$ (la vida cotidiana)

$$1/\alpha = 137.03599976(50)$$

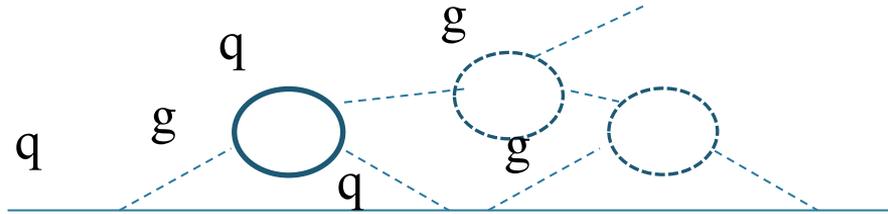
– Para experimentos de altas energías

$$1/\alpha(193 \text{ GeV}) = 127.4 \pm 2.1$$



Running coupling constant (QCD)

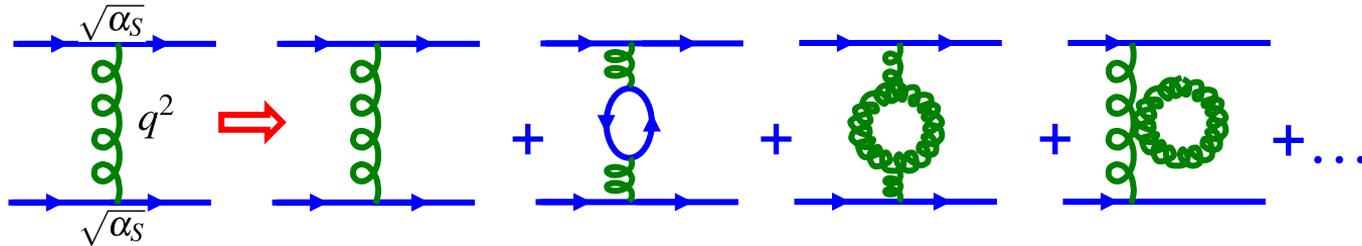
- En el caso de QCD el efecto de polarización del vacío es completamente distinto porque los gluones, a diferencia de los fotones, llevan carga de color y se acoplan entre sí



- Ahora el efecto es distinto al de QED: en lugar de apantallamiento, hay una proliferación de carga de color (los gluones tienen carga), hay un **anti-apantallamiento**
- Cuanto mayor es la distancia más fuerte es la carga efectiva (y la interacción)
- Para distancias cortas (altas energías) la interacción desaparece asintóticamente
- Este es el comportamiento que calculó t-Hooft

Running coupling constant (QCD)

- En QCD el cálculo es similar pero ahora también hay loops de gluones



- Recordemos que sumamos estas amplitudes y puede haber interferencias negativas (es el caso de los loops de gluones)
- El cálculo perturbativo da como resultado:

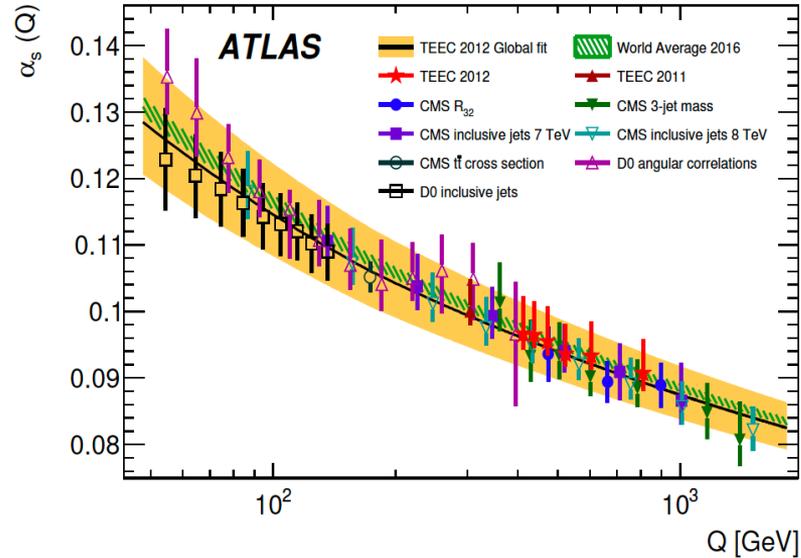
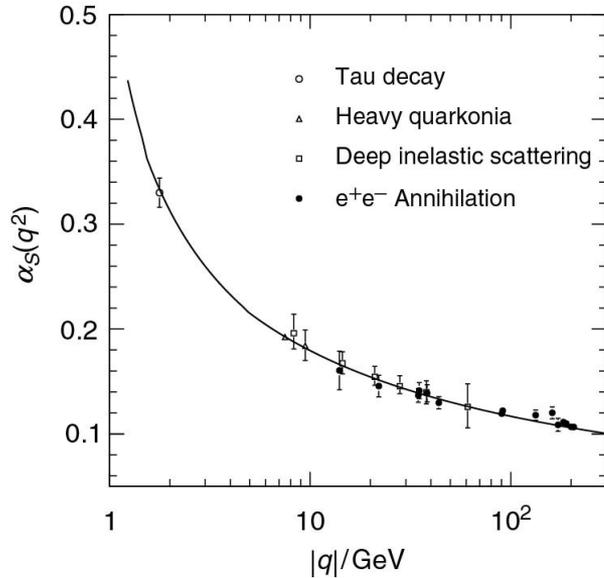
$$\alpha_S(Q^2) = \alpha_S(Q_0^2) / \left[1 + B\alpha_S(Q_0^2) \ln \left(\frac{Q^2}{Q_0^2} \right) \right] \quad B = \frac{11N_c - 2N_f}{12\pi} \begin{cases} N_c = \text{número de colores} \\ N_f = \text{número de sabores} \end{cases}$$

$$N_c = 3; N_f = 6 \quad \rightarrow \quad B > 0$$

α_S disminuye con Q^2

Premio Nobel 2004 (Gross, Politzer, Wilczek)

Running coupling constant (QCD)

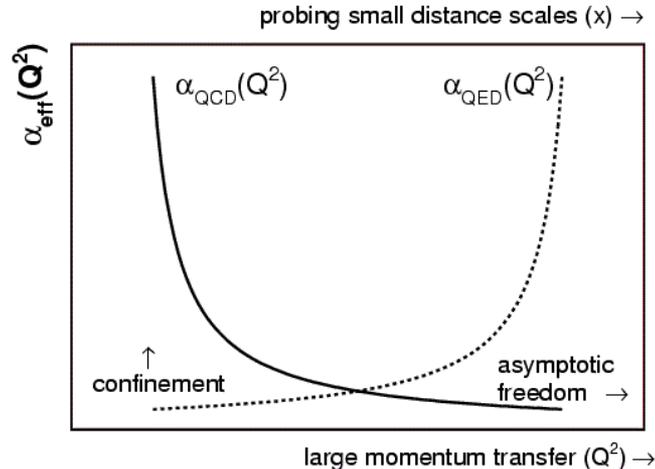


[EPJC volume 77 \(2017\)](#)

- A valores “bajos” de Q^2 , α_s es “grande” ($\alpha_s(Q^2 = 1\text{GeV}) \sim 1$) \Rightarrow ¡no se pueden hacer cálculos perturbativos! (la hadronización de quarks es no perturbativa)
- A valores “altos” de Q^2 , α_s es “pequeño” ($\alpha_s(Q^2 = m_Z = 1\text{GeV}) \sim 0.1$) \Rightarrow converge a libertad asintótica
- En este último régimen, los quarks se comportan como si estuvieran libres

En resumen

- Evaluamos cualitativamente las características de una teoría basada en el lagrangiano de Yang-Mills para SU(3) que describe la interacción fuerte
- La auto-interacción entre gluones resulta en efectos tales como el confinamiento de quarks en hadrones (bajas energías) y la libertad asintótica (altas energías)
- Estos efectos no ocurren en QED porque al ser una simetría basada en un grupo abeliano, los fotones no interactúan entre sí (no tienen carga eléctrica)
- Por estas características, QCD tiene un comportamiento muy distinto al de QED y es perturbativo solo en el régimen de altas energías (ahí describe MUY bien los resultados experimentales)



02/06: Interacciones Débiles

Repaso de QCD

- **La última clase exploramos algunas características fenomenológicas de QCD**
 - Vimos como se pueden relacionar (cualitativamente) aspectos de la interacción fuerte con la estructura del lagrangiano de Yang-Mills para el grupo SU(3)
 - A diferencia de los fotones, que no tienen carga eléctrica, los gluones llevan carga-anticarga de color
 - la dispersión de electrones en presencia de protones nos permite explorar la estructura interna del protón (vía la interacción con un fotón)
 - Esto último muestra experimentalmente que el protón está compuesto de “partones”
 - Pero a altas energías la interacción electrón-protón es en realidad la interacción entre un fotón y un partón (libre)
 - Es decir que, experimentalmente a **bajas energías** los partones (quarks y gluones) forman estados ligados incoloros (**confinamiento**) y a **altas energías** se comportan como si estuvieran libres (**libertad asintótica**)
 - Estos comportamientos se pueden explicar si uno estudia el comportamiento de la “running coupling constant” de QCD:
 - A diferencia de QED donde hay apantallamiento de la carga eléctrica a grandes distancias (bajas energías), la carga de color de QCD se anti-apantalla y prolifera
 - Esto se explica vía la renormalización de la carga

¿Qué vamos a ver hoy?

- **Vamos a empezar a discutir la estructura de las interacciones débiles**
 - Junto con las electromagnéticas y las fuertes, son los tres tipos de interacción fundamental que podemos tratar en un formalismo cuántico-relativista
 - Vimos que las interacciones electromagnéticas se pueden pensar como asociadas a una simetría de gauge $U(1)$
 - Lo mismo para las interacciones fuertes con la simetría $SU(3)$
 - Las interacciones débiles no son la excepción y también están asociadas a una simetría de gauge ($SU(2)$) aunque de una manera no tan directa
 - Si bien su estructura como teoría de gauge es un poco rebuscada, su fenomenología es más accesible que en el caso de la interacción fuerte
 - De hecho, en los años '30, Fermi logró construir un modelo efectivo que funcionaba bastante bien porque supo captar las características centrales de esta interacción
 - Una de las claves para poder analizar esta interacción son los neutrinos dado que no tienen carga eléctrica ni carga de color, es decir que su presencia en una reacción es un indicio que hubo una interacción débil
- **Hoy veremos el modelo de Fermi y sus “upgrades” y la clase que viene la unificación con la interacción electromagnética**

Algunos procesos de la interacción débil

- **Decaimiento de piones** $(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu, \pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu)$
 - El 99.98% de las veces, los piones cargados decaen en estados finales con neutrinos y su vida media es $\tau = 2.6 \cdot 10^{-8} \text{seg}$
 - La vida media es inversamente proporcional a la probabilidad de decaimiento (sección eficaz) y, como veremos, es enorme comparada con las de otras partículas
 - Por ejemplo, los piones neutros ($\pi^0 \sim (u\bar{u} - d\bar{d})$) decaen simplemente por aniquilación electromagnética de sus quarks el 98.79% de las veces con vida media $\tau = 8.4 \cdot 10^{-17} \text{seg}$

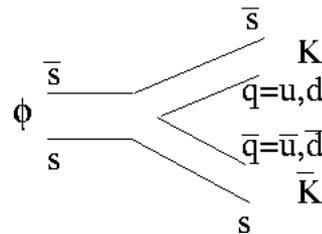
Algunos procesos de la interacción débil

- **Decaimiento de piones** ($\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$, $\pi^- \rightarrow \mu^- \bar{\nu}_\mu$)
 - El 99.98% de las veces, los piones cargados decaen en estados finales con neutrinos y su vida media es $\tau = 2.6 \cdot 10^{-8} \text{seg}$
 - La vida media es inversamente proporcional a la probabilidad de decaimiento (sección eficaz) y, como veremos, es enorme comparada con las de otras partículas
 - Por ejemplo, los piones neutros ($\pi^0 \sim (u\bar{u} - d\bar{d})$) decaen simplemente por aniquilación electromagnética de sus quarks el 98.79% de las veces con vida media $\tau = 8.4 \cdot 10^{-17} \text{seg}$

- **Otros decaimientos de hadrones**

- Pero el resto de los hadrones decaen mayormente vía interacciones fuertes

- Por ejemplo, el mesón ϕ decae en kaones cargados el 49% de las veces (34% a $k^0 k^0$ y 15% a $\rho\pi$)



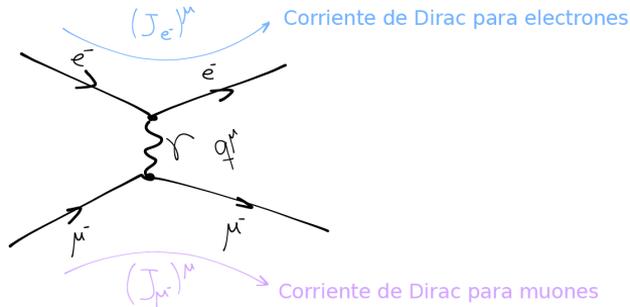
- Pero esto ocurre porque el ϕ es muy masivo
- En cambio los piones son los hadrones más livianos y sólo pueden decaer a cosas que no sean hadrones (¡no vía la fuerza fuerte!)

Algunos procesos de la interacción débil

- **Los otros personajes que decaen débilmente son los muones**
 - $\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$
 - Con vida media $\tau = 2.2 \cdot 10^{-6} \text{seg}$ (¡aun más débil!)
 - Son leptones (no tienen carga de color) y si bien podrían decaer $\mu^- \rightarrow e^- \gamma$ no lo hacen y eso da una pauta más sobre las interacciones débiles: cada leptón interviene con su neutrino
- **Otro proceso débil, el que le interesaba a Fermi, es el decaimiento nuclear β**
 - $n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$ y $p \rightarrow n e^+ \nu_e$
 - Con sus variantes por cruce, por ejemplo $p e^- \rightarrow n \nu_e$ (simetría de la ecuación de Dirac)
 - Fermi consideraba al protón y al neutrón como elementales, hoy sabemos que la transición $p \rightarrow n$ es en realidad. $u \rightarrow d$
- **Observar que las interacciones débiles tienen vidas medias órdenes de magnitud mayores que las demás**
 - son muy infrecuentes, si una partícula puede decaer de otra manera lo va a preferir

El modelo de Fermi

- Fermi logra una descripción de la interacción débil en analogía con la electromagnética
 - La amplitud para un proceso de dispersión $\mu^- e^- \rightarrow \mu^- e^-$ es:

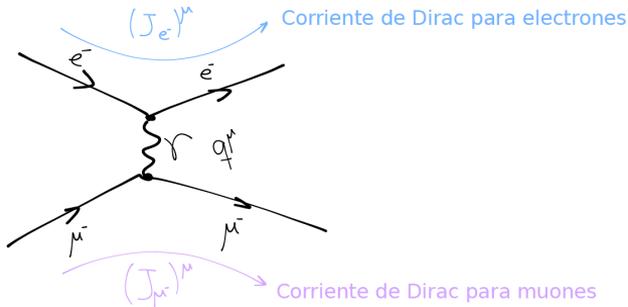


$$\begin{aligned}
 M_{e^- \mu^- \rightarrow e^- \mu^-} &= \langle \text{estado inicial} | \text{estado final} \rangle \\
 &= \frac{1}{q^2} (J_{e^-})_\mu (J_{\mu^-})^\mu \\
 &= \frac{e^2 \bar{\Psi}_{e^-} \gamma_\mu \Psi_{e^-} \bar{\Psi}_{\mu^-} \gamma^\mu \Psi_{\mu^-}}{q^2}
 \end{aligned}$$

El modelo de Fermi

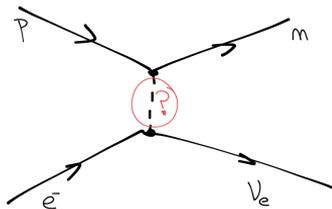
- Fermi logra una descripción de la interacción débil en analogía con la electromagnética

– La amplitud para un proceso de dispersión $\mu^- e^- \rightarrow \mu^- e^-$ es:

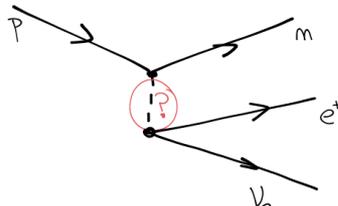


$$\begin{aligned}
 M_{e^- \mu^- \rightarrow e^- \mu^-} &= \langle \text{estado inicial} | \text{estado final} \rangle \\
 &= \frac{1}{q^2} (J_{e^-})_\mu (J_{\mu^-})^\mu \\
 &= \frac{e^2 \bar{\Psi}_{e^-} \gamma_\mu \Psi_{e^-} \bar{\Psi}_{\mu^-} \gamma^\mu \Psi_{\mu^-}}{q^2}
 \end{aligned}$$

– Fermi propuso que la amplitud del proceso $p e^- \rightarrow n \nu_e$ fuera de la forma de un producto de corrientes, una involucrando a $(p n)$ y otra a $(e^- \nu_e)$



$$\langle p + e^- | n + \nu_e \rangle = G_F (J_{p \rightarrow n})^\mu (J_{e^- \rightarrow \nu_e})_\mu$$

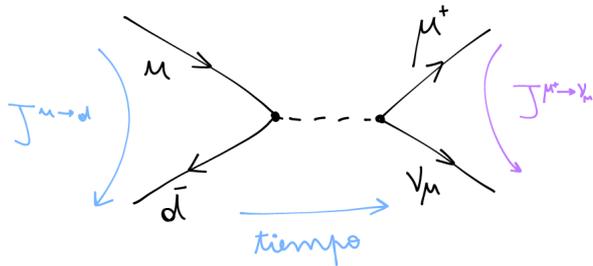


$$M_{e^- + p \rightarrow n + \nu_e} = \langle p + e^- | n + \nu_e \rangle = \langle p | n + e^+ + \nu_e \rangle$$

– Esta amplitud automáticamente contiene todas las simetrías de cruce, como el decaimiento β^+

El modelo de Fermi

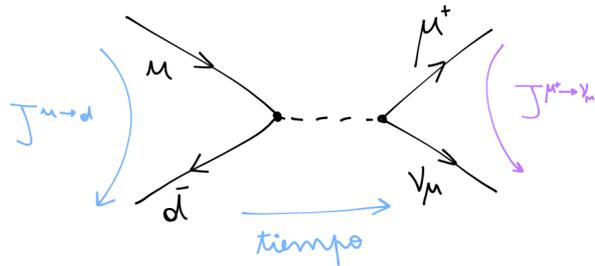
- Todos estos procesos estarían vinculados al mismo tipo de acoplamiento (relacionados entre sí): midiendo G_F en uno, uno podía predecir los otros
- Una versión “revisada” contemplaría que en lugar de $(p n)$ debería haber puesto $(u d)$
- Y lo mismo podría hacer para incorporar al par $(\mu \nu_\mu)$ ¡y con esto se relaciona el decaimiento β con el del pión!



$$\begin{aligned} M_{\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu} &= \langle u + \bar{d} | \mu^+ + \nu_\mu \rangle \\ &= G_F (J_{u \rightarrow \bar{d}})^\mu (J_{\mu^+ \rightarrow \nu_\mu})_\mu \end{aligned}$$

El modelo de Fermi

- Todos estos procesos estarían vinculados al mismo tipo de acoplamiento (relacionados entre sí): midiendo G_F en uno, uno podía predecir los otros
- Una versión “revisada” contemplaría que en lugar de $(p n)$ debería haber puesto $(u d)$
- Y lo mismo podría hacer para incorporar al par $(\mu \nu_\mu)$ ¡y con esto se relaciona el decaimiento β con el del pión!



$$\begin{aligned}
 M_{\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu} &= \langle u + \bar{d} | \mu^+ + \nu_\mu \rangle \\
 &= G_F (J_{u \rightarrow \bar{d}})^\mu (J_{\mu^+ \rightarrow \nu_\mu})_\mu
 \end{aligned}$$

- **Esta teoría tenía dos diferencias fundamentales con el electromagnetismo**

- (A) En las corrientes se modifica el tipo de partícula (entra muón, sale neutrino)
Si bien la carga total del proceso se conserva, en cada corriente no es así
Es decir, si hubiera un mediador (un “fotón débil”), este llevaría carga eléctrica
- (B) Por otro lado, no hay un “propagador” (la amplitud de probabilidad no depende del cuadri-momento transferido, que si ocurre en QED (el q^2 del fotón))

Violación de paridad

● **A este modelo le faltaba incorporar el hecho que los neutrinos violan paridad**

- ¿Se acuerdan cuando hablamos de quiralidad?
- En 1956 se observó experimentalmente este hecho
- La manera de incorporar esta observación es pedir que la interacción débil viole paridad

$$\sigma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_{\mu L}) \neq 0$$

$$\sigma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_{\mu R}) = 0$$

Violación de paridad

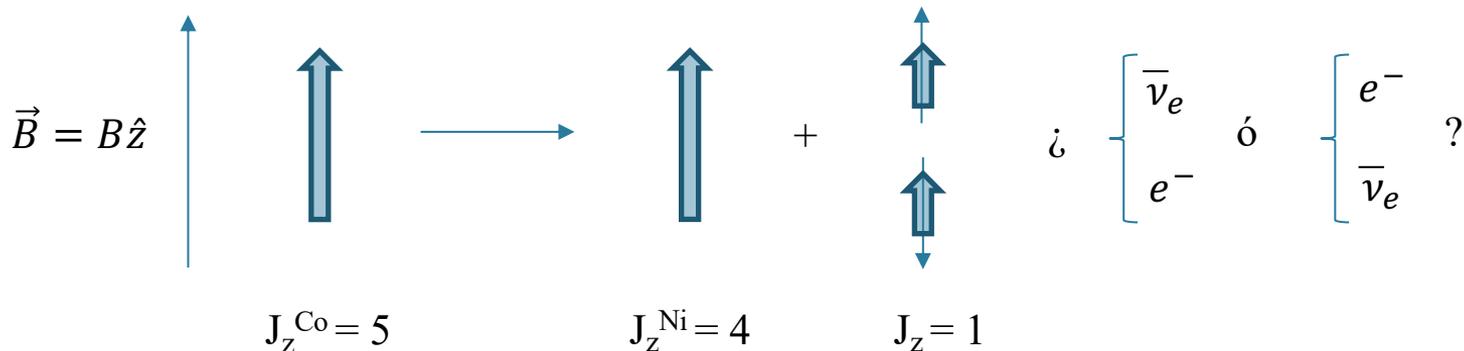
A este modelo le faltaba incorporar el hecho que los neutrinos violan paridad

- ¿Se acuerdan cuando hablamos de quiralidad?
- En 1956 se observó experimentalmente este hecho
- La manera de incorporar esta observación es pedir que la interacción débil viole paridad

$$\sigma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_{\mu L}) \neq 0$$

$$\sigma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_{\mu R}) = 0$$

- La violación de paridad se verificó en decaimientos β nucleares en los cuales $Co^{60} \rightarrow Ni^{60} + e^- + \bar{\nu}_e$
- Un neutrón del Cobalto se transforma en un protón y se detectaban los electrones del decaimiento



Violación de paridad

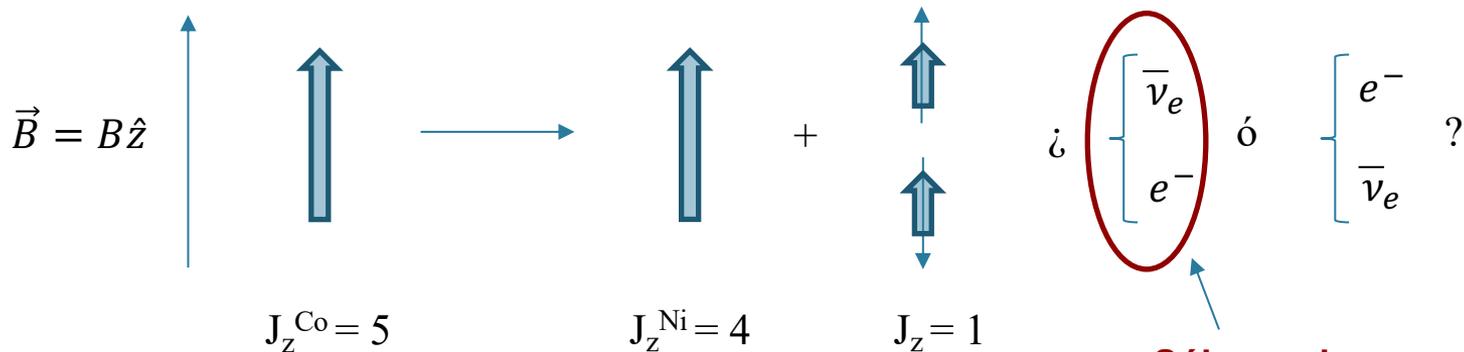
A este modelo le faltaba incorporar el hecho que los neutrinos violan paridad

- ¿Se acuerdan cuando hablamos de quiralidad?
- En 1956 se observó experimentalmente este hecho
- La manera de incorporar esta observación es pedir que la interacción débil viole paridad

$$\sigma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_{\mu L}) \neq 0$$

$$\sigma(\pi^+ \rightarrow \mu^+ \nu_{\mu R}) = 0$$

- La violación de paridad se verificó en decaimientos β nucleares en los cuales $Co^{60} \rightarrow Ni^{60} + e^- + \bar{\nu}_e$
- Un neutrón del Cobalto se transforma en un protón y se detectaban los electrones del decaimiento



**Sólo se observaron éstos
¡Los neutrinos son “left”!**

Una versión mejorada del modelo de Fermi

- Una manera trivial de implementar la violación de paridad es escribir la corriente como:



$$J^{\mu -} = \bar{\psi}_e \gamma^\mu \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \psi_\nu$$

proyector de quiralidad left



$$J^{\mu +} = \bar{\psi}_\nu \gamma^\mu \frac{1}{2}(1 - \gamma^5) \psi_e = \bar{\psi}_\nu \frac{1}{2}(1 + \gamma^5) \gamma^\mu \psi_e$$

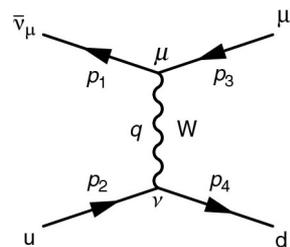
proyector de quiralidad left para $\bar{\psi}$

- Una corriente “disminuye” la carga y otra la “aumenta”
- Donde uno pone $\begin{pmatrix} e^- \\ \nu_e \end{pmatrix}$ podría poner $\begin{pmatrix} \mu^- \\ \nu_\mu \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} n \\ p \end{pmatrix}$ $\begin{pmatrix} d \\ u \end{pmatrix}$ siempre aumentando la carga hacia abajo
- Y la amplitud de la interacción es entonces

$$M = \frac{4GF}{\sqrt{2}} J^{\mu -} J_{\mu}^{+}$$

Otra mejora más: un mediador masivo

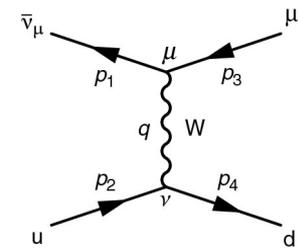
- Uno estaría tentado de pensar la interacción como mediada por un bosón como el fotón
 - Como vimos, este bosón debería llevar carga eléctrica
 - Si fuera no masivo su “propagador” (el factor con el que contribuye a la amplitud) sería $\frac{1}{q^2}$ como el del fotón
 - Pero esto no se condice con la aparente constante G_F
 - Una manera de considerar un mediador que se adecue a esto, es pensar que sea muy masivo
 - El propagador de un mediador masivo (no como el fotón) es $\frac{1}{M^2 - q^2}$



Otra mejora más: un mediador masivo

- Uno estaría tentado de pensar la interacción como mediada por un bosón como el fotón

- Como vimos, este bosón debería llevar carga eléctrica
- Si fuera no masivo su “propagador” (el factor con el que contribuye a la amplitud) sería $\frac{1}{q^2}$ como el del fotón
- Pero esto no se condice con la aparente constante G_F



- Una manera de considerar un mediador que se adecue a esto, es pensar que sea muy masivo
- El propagador de un mediador masivo (no como el fotón) es $\frac{1}{M^2 - q^2}$
- Si M^2 es mucho mayor que el rango de energías involucradas (q^2) entonces este último es despreciable y la interacción parece constante
- Si uno definiera un acoplamiento débil “ g ” análogo a la carga eléctrica tal que la corriente:

$$J^\mu = \frac{g}{\sqrt{2}} \bar{\psi}_e \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) \psi_\nu \quad \Rightarrow \quad \frac{G_F}{\sqrt{2}} = \frac{g^2}{8M^2} \quad \text{Si } g \sim e \Rightarrow M \sim 100 \text{ GeV}$$

- Entonces la interacción débil quizás no sea débil por el acoplamiento ¡sino porque la masa del mediador es muy grande!
- ¡Si $Q^2 \gg M^2$ el despreciable sería M^2 y ambas interacciones son igual de intensas!

Mixing

- Como vimos, la interacción débil parece vincular pares de leptones (la parte left) y pares de quarks todos con el mismo acoplamiento

$$\begin{bmatrix} \nu_e \\ e \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} u \\ d \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} c \\ s \end{bmatrix}$$

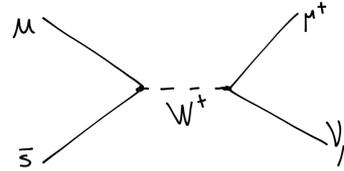
Mixing

- Como vimos, la interacción débil parece vincular pares de leptones (la parte left) y pares de quarks todos con el mismo acoplamiento

$$\begin{bmatrix} \nu_e \\ e \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} u \\ d \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} c \\ s \end{bmatrix}$$

- Sin embargo esto no ocurría exactamente así, por ejemplo, se observaba el siguiente proceso:

$$K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$$



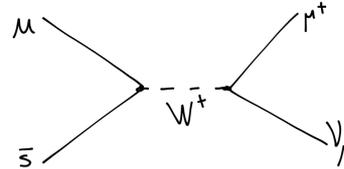
Mixing

- Como vimos, la interacción débil parece vincular pares de leptones (la parte left) y pares de quarks todos con el mismo acoplamiento

$$\begin{bmatrix} \nu_e \\ e \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} u \\ d \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} c \\ s \end{bmatrix}$$

- Sin embargo esto no ocurría exactamente así, por ejemplo, se observaba el siguiente proceso:

$$K^+ \rightarrow \mu^+ \nu_\mu$$



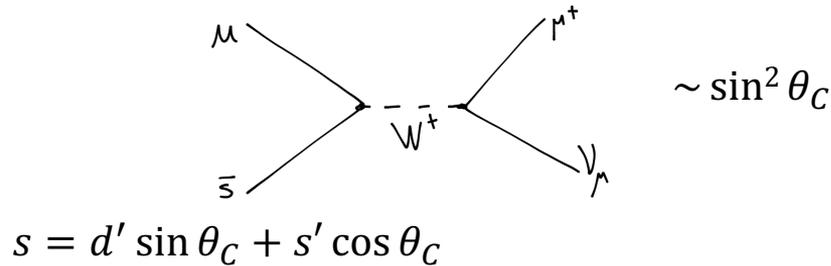
- Pero esto mezcla los dobletes de quarks
- Una manera de acomodar esto podía ser proponer la misma estructura de dobletes pero para estados que no fueran los quarks “físicos” sino combinaciones de ellos, por ejemplo:

$$\begin{bmatrix} u \\ d' \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} c \\ s' \end{bmatrix} \quad \begin{cases} d' = d \cos \theta + s \sin \theta \\ s' = -d \sin \theta + s \cos \theta \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} d = d' \cos \theta - s' \sin \theta \\ s = d' \sin \theta + s' \cos \theta \end{cases}$$

- Si esta mezcla es fuera pequeña se recupera la idea original $\theta = \theta_C \equiv \theta_{\text{Cabbibo}}$

Mixing

- En un decaimiento como el del K^+ sólo la componente d' del s se iba a acoplar al u de modo que el decaimiento tendría que ser proporcional a $\text{sen}^2\theta_c$



- Experimentalmente se encontró que $\theta_c = 13^\circ \Rightarrow \cos(13^\circ) = 0.974$ y $\sin(13^\circ) = 0.05$ y por eso a primer orden el doblete $\begin{pmatrix} d \\ u \end{pmatrix}$ andaba más o menos bien
- Todo esto no es anecdótico, nos está diciendo que los autoestados de una interacción (los que diagonalizan los términos de interacción débil) no son los autoestados del hamiltoniano total, y esto es una novedad

Mixing

- Uno puede mantener la forma de las amplitudes de interacción trabajando en un espacio ampliado de campos:

$$\mathcal{M} = \frac{4G}{\sqrt{2}} J^\mu + J_\mu^-$$

$$J^\mu = (u \ c) \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) U \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix}$$

Mixing

- Uno puede mantener la forma de las amplitudes de interacción trabajando en un espacio ampliado de campos:

$$\mathcal{M} = \frac{4G}{\sqrt{2}} J^\mu + J_\mu^- \quad J^\mu = (u \ c) \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) U \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} \quad U = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix}$$

- La idea trivialmente se extiende a tres generaciones de quarks

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix} \quad U_{CKM} = \begin{pmatrix} U_{ud} & U_{us} & U_{ub} \\ U_{cd} & U_{cs} & U_{cb} \\ U_{td} & U_{ts} & U_{tb} \end{pmatrix}$$

Cabbibo-Kobayashi-Maskawa
Nobel 2008

Mixing

- Uno puede mantener la forma de las amplitudes de interacción trabajando en un espacio ampliado de campos:

$$\mathcal{M} = \frac{4G}{\sqrt{2}} J^\mu + J_\mu^- \quad J^\mu = (u \ c) \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) U \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix} \quad U = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix}$$

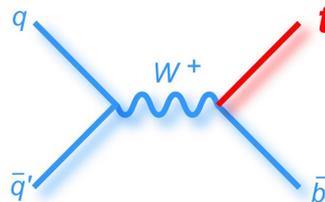
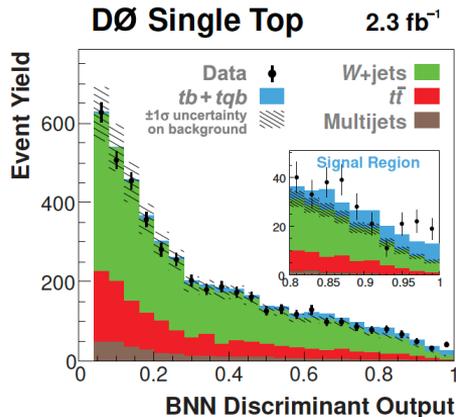
- La idea trivialmente se extiende a tres generaciones de quarks

$$\begin{pmatrix} u \\ d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} c \\ s \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ b \end{pmatrix}$$

$$U_{CKM} = \begin{pmatrix} U_{ud} & U_{us} & U_{ub} \\ U_{cd} & U_{cs} & U_{cb} \\ U_{td} & U_{ts} & U_{tb} \end{pmatrix}$$

Cabbibo-Kobayashi-Maskawa
Nobel 2008

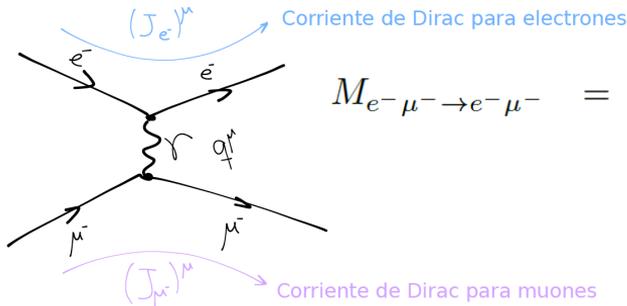
[Phys. Rev. Lett. 103, 092001 \(2009\)](#)



07/06: Unificación electro-débil

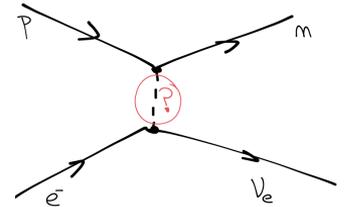
Resumen de lo que vimos la clase pasada

- **La última clase empezamos a explorar la fenomenología de la interacción débil**
 - Utilizamos a los neutrinos como conejitos de indias dado que al no tener cargas eléctrica ni de color, ni tienen masa, sólo pueden interactuar vía la fuerza débil
 - Los interacciones débiles corresponden típicamente a procesos con vidas medias grandes (secciones eficaces pequeñas) comparadas con las electromagnéticas y las fuertes
 - Fermi planteó un modelo en los años '30 que funcionaba bastante bien para describir procesos de la interacción débil
 - Este modelo “copia” el proceso de scattering electromagnético (producto de corrientes de Dirac de cada partícula y una contribución $\frac{1}{q^2}$ del propagador del fotón)
 - Pero en este caso las corrientes involucran diferentes partículas y si hubiera un mediador tendría que llevar carga eléctrica



$$M_{e^- \mu^- \rightarrow e^- \mu^-} = \frac{1}{q^2} (J_{e^-})_\mu (J_{\mu^-})^\mu$$

$$M_{e^- + p \rightarrow n + \nu_e} = G_F (J_{p \rightarrow n})^\mu (J_{e^- \rightarrow \nu_e})_\mu$$



Resumen de lo que vimos la clase pasada

- **Vimos algunos “upgrades” al modelo de Fermi**
 - Dado que los neutrinos violan paridad (son solo left) podemos agregar el proyector sobre quiralidad left, haciendo que el modelo viole explícitamente paridad
 - Si hubiese un mediador, debería tener carga eléctrica y si $g \sim e$ entonces su masa es enorme (y por eso la interacción es débil)
 - Finalmente la interacción es entre dobletes de partículas, pero con los quarks hay un ligero mixing (¡porque los auto-estados de la interacción débil no son exactamente los del hamiltoniano!)

$$\begin{bmatrix} \nu_e \\ e \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \nu_\mu \\ \mu \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \nu_\tau \\ \tau \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} u \\ d' \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} c \\ s' \end{bmatrix}$$

$$\mathcal{M} = \frac{4G}{\sqrt{2}} J^\mu + J_\mu^-$$

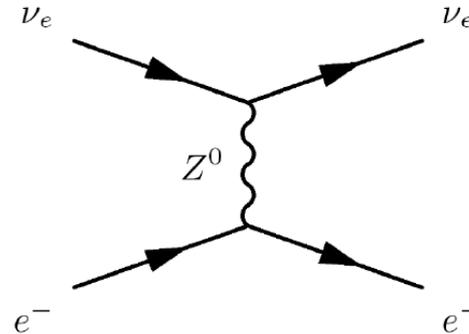
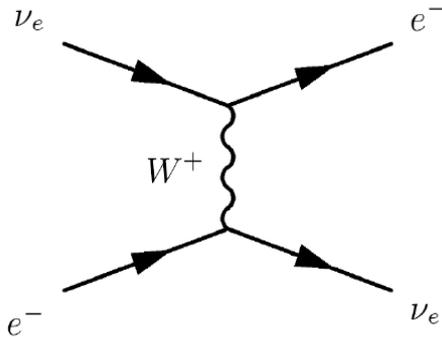
$$J^\mu = (u \ c) \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) U \begin{pmatrix} d \\ s \end{pmatrix}$$

$$U = \begin{pmatrix} \cos \theta_C & \sin \theta_C \\ -\sin \theta_C & \cos \theta_C \end{pmatrix}$$

Otro detalle

- Otra cosa que se observó experimentalmente a principios de los '70 ([Phys. Lett. B46\(1973\) 121](#)):

- se daban también procesos débiles donde el mediador parecía no llevar carga eléctrica



- Es decir, en este tipo de interacción las corrientes no mezclaban partículas de distinta carga eléctrica, cosa en lo que se parecía a las interacciones electromagnéticas, pero involucraban neutrinos como las interacciones débiles (cargadas)
- ¿Cómo relacionar estos aspectos?

¿Cómo formalizar esta fenomenología?

- Todas estas particularidades de las interacciones débiles se pueden formalizar definiendo un campo de dos componentes para cada familia de leptones

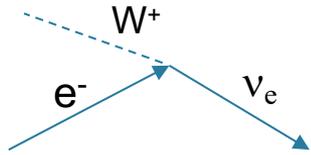
$$\Phi_L^e = \begin{pmatrix} \psi_{\nu_e} \\ \psi_e \end{pmatrix}_L \qquad \Phi_L^\mu = \begin{pmatrix} \psi_{\nu_\mu} \\ \psi_\mu \end{pmatrix}_L$$

- Y sus versiones “techo”

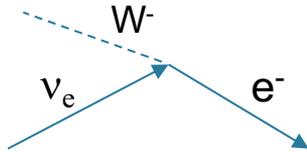
$$\overline{\Phi}_L^e = (\overline{\psi}_{\nu_e} \quad \overline{\psi}_e)_L \qquad \overline{\Phi}_L^\mu = (\overline{\psi}_{\nu_\mu} \quad \overline{\psi}_\mu)_L$$

¿Cómo formalizar esta fenomenología?

- En términos de esos campos de dos componentes, las corrientes del modelo de Fermi son:



$$J^\mu = \bar{\psi}_{\nu_e} \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) \psi_e = \bar{\psi}_{\nu_{eL}} \gamma^\mu \psi_{eL} = \bar{\Phi}_L^e \gamma^\mu \tau^+ \Phi_L^e \quad \tau^+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$



$$J^\mu = \bar{\psi}_e \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) \psi_{\nu_e} = \bar{\psi}_{eL} \gamma^\mu \psi_{\nu_{eL}} = \bar{\Phi}_L^e \gamma^\mu \tau^- \Phi_L^e \quad \tau^- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

- Donde las matrices τ nos recuerdan a las matrices de Pauli, los generadores del grupo SU(2)

$$\tau^\pm = \frac{1}{2} (\sigma_1 \pm i\sigma_2)$$

Esto es muy parecido al algebra de SU(2)

- De hecho en el marco de una teoría con simetría SU(2) podríamos anticipar un tercer tipo de corriente débil asociado al tercer generador de SU(2)

$$J^\mu = \overline{\Phi_L^e} \gamma^\mu \sigma^3 \Phi_L^e = \frac{1}{2} \overline{\psi_{\nu_{eL}}} \gamma^\mu \psi_{\nu_{eL}} - \frac{1}{2} \overline{\psi_{eL}} \gamma^\mu \psi_{eL} \quad \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

- ¡que nos viene bárbaro para las corrientes neutras!
- Es decir que podemos definir un triplete de corrientes J_μ^i (con $i=1, 2, 3$):

$$J^\mu = \overline{\Phi_L^e} \gamma^\mu \frac{1}{2} \sigma^i \Phi_L^e \quad [\sigma_i, \sigma_j] = i \varepsilon_{ijk} \sigma_k$$

Marche otra simetría de gauge

- Podemos repetir el esquema de simetría de gauge pero ahora con SU(2)
 - La receta es inmediata: los campos sobre los cuales vamos a considerar la invariancia de gauge SU(2) son los dobletes

$$\Phi_L^e = \begin{pmatrix} \psi_{\nu_e} \\ \psi_e \end{pmatrix}_L$$

- Para las tres familias de leptones y las tres familias de quarks con los pares correspondientes según las observaciones experimentales que ya discutimos
- Las transformaciones de gauge SU(2) son de la forma

$$\Phi_L' = e^{ig\frac{1}{2}\sigma_i\alpha_i(x)}\Phi_L$$

- Y el lagrangiano es:

$$\mathcal{L} = \overline{\Phi}(i\gamma^\mu\partial_\mu - M)\Phi \qquad M = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & m_e \end{pmatrix}$$

- Pero la matriz de masa (M) es no trivial y ¡esto rompe la invariancia!
- Por ahora dejemos este problema de las masas para la clase que viene

$SU_L(2)$ para interacciones débiles

- Para garantizar la invariancia de gauge tenemos que usar la derivada covariante en el lagrangiano, que es lo mismo que agregar un término de interacción con un nuevo campo

$$D_\mu = \partial_\mu - ig \frac{\sigma_i}{2} W_\mu^i$$

- Tenemos $N^2-1=3$ campos de gauge W_μ^i y para describir la fenomenología nos resulta mejor:

$$W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}}(W_\mu^1 \pm iW_\mu^2) \quad W_\mu^3 = W_\mu^3$$

- Los campos de gauge tienen propiedades análogas a los de $SU(3)$:

$$W_\mu^i \rightarrow W_\mu^{i'} = \partial_\mu \alpha^a - W_\mu^i - g \varepsilon^{ijk} \alpha^j W_\mu^k$$

- Y podemos definir el tensor que nos dará el término del lagrangiano que depende exclusivamente de los campos de gauge:

$$W_{\mu\nu}^i = (\partial_\mu W_\nu^i - \partial_\nu W_\mu^i) + g \varepsilon^{ijk} W_\mu^j W_\nu^k$$

Comparemos simetrías

- **Formalmente todo esto es idéntico a lo que hicimos para QCD con SU(3)**
 - Incluso más fácil porque SU(2) es un grupo menos rebuscado que SU(3)
- **Pero intuitivamente la simetría es rarísima**
 - En una transformación de gauge U(1) modificábamos la fase del campo y los A_μ se transformaban de manera correlacionada para mantener la invariancia
 - En SU(3) modificamos el color de los quarks y para hacer eso modificábamos los campos de gluones de una manera particular
 - Pero en esta transformación SU(2) lo que hacemos es más loco porque la transformación mezcla campos de electrones y neutrinos, que son cosas bien distintas, y aun así le pedimos que sea invariante...

Pero...

- **De todas maneras, todavía no tenemos una buena descripción de la fenomenología**
 - El problema es que en este formalismo $SU_L(2)$ todas las interacciones involucran solo la parte left de los partículas (incluyendo a los electrones)
 - ¡Pero en los experimentos se ve que también intervienen las componentes right de los electrones!

Pero...

- **De todas maneras, todavía no tenemos una buena descripción de la fenomenología**
 - El problema es que en este formalismo $SU_L(2)$ todas las interacciones involucran solo la parte left de los partículas (incluyendo a los electrones)
 - ¡Pero en los experimentos se ve que también intervienen las componentes right de los electrones!

- **A Glashow, Weinberg y Salam (premios Nobel de 1979) se les ocurrió una salida audaz que consistió en replantear el electromagnetismo y considerarlo como un aspecto de una interacción más abarcativa del cual las interacciones débiles fueran otra parte**
 - Había indicios en ese sentido:
 - En las interacciones débiles los W^\pm llevan carga eléctrica explícita de modo que interactúan electromagnéticamente
 - Si el acoplamiento débil y el electromagnético son similares ($g \sim e$) los bosones de gauge deben ser muy masivos y eso es exactamente lo que se observó experimentalmente

La idea de G-W-S

- La manera de proponer una mezcla de las interacciones electromagnéticas y débiles fue la siguiente
 - U(1) no es exactamente la simetría de QED sino de una interacción más general cuyo campo de gauge no es A_μ sino B_μ y el acoplamiento entre B_μ y los campos de fermiones es:

$$\mathcal{L}_{int}^{U(1)} = -\frac{g_1}{2}[Y_L^e \bar{\psi}_{e_L} \gamma^\mu \psi_{e_L} + Y_R^e \bar{\psi}_{e_R} \gamma^\mu \psi_{e_R} + Y_L^\nu \bar{\psi}_{\nu_L} \gamma^\mu \psi_{\nu_L} + Y_R^\nu \bar{\psi}_{\nu_R} \gamma^\mu \psi_{\nu_R}] B_\mu$$

$$Y_L^e = Y_L^\nu = Y_L \quad Y_R^e = Y_R \quad Y_R^\nu = 0$$

- Por otro lado, $SU_L(2)$ es tal cual el formalismo que vimos recién:

$$\mathcal{L}_{int}^{SU_L(2)} = -\frac{g_2}{2}[\sqrt{2} \bar{\psi}_{\nu_L} \gamma^\mu \psi_{e_L} W_\mu^+ - \sqrt{2} \bar{\psi}_{e_L} \gamma^\mu \psi_{\nu_L} W_\mu^- + \bar{\psi}_{\nu_L} \gamma^\mu \psi_{\nu_L} W_\mu^3 - \bar{\psi}_{e_L} \gamma^\mu \psi_{e_L} W_\mu^3]$$

- Si agrupamos la interacción que va a sufrir el neutrino, sumando los dos términos correspondientes:

$$\mathcal{L}_{int}^{(\nu)} = \underbrace{\left(-\frac{g_1}{2} Y_L B_\mu - \frac{g_2}{2} W_\mu^3\right)}_{\sim Z_\mu^0} \bar{\psi}_{\nu_L} \gamma^\mu \psi_{\nu_L}$$

La idea de G-W-S

- A la combinación ortogonal de Z_μ^0 (que contiene a B_μ y W_μ^3) la llamamos A_μ y va a afectar a los electrones (right y left) pero no a los neutrinos
- El Z_μ^0 a través de su componente B_μ también va a afectar a las componentes right de los electrones y eso era precisamente lo que queríamos de la interacción débil neutra

$$\begin{array}{l}
 \text{U}(1)_Y \rightarrow B_\mu \quad (e_L \ e_R \ \nu_L) \\
 \text{SU}(2)_L \rightarrow \begin{cases} W_\mu^3 \\ W_\mu^2 \\ W_\mu^1 \end{cases} \quad (e_L \ \nu_L)
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{U}(1)_Y \\ \text{SU}(2)_L \end{array}} \right\} \longleftrightarrow \left\{ \begin{array}{l} A_\mu = \frac{g_2 B_\mu - g_1 Y_L W_\mu^3}{N} \\ Z_\mu^0 = \frac{g_1 Y_L B_\mu + g_2 W_\mu^3}{N} \\ W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^1 \pm W_\mu^2}{\sqrt{2}} \end{array} \right.$$

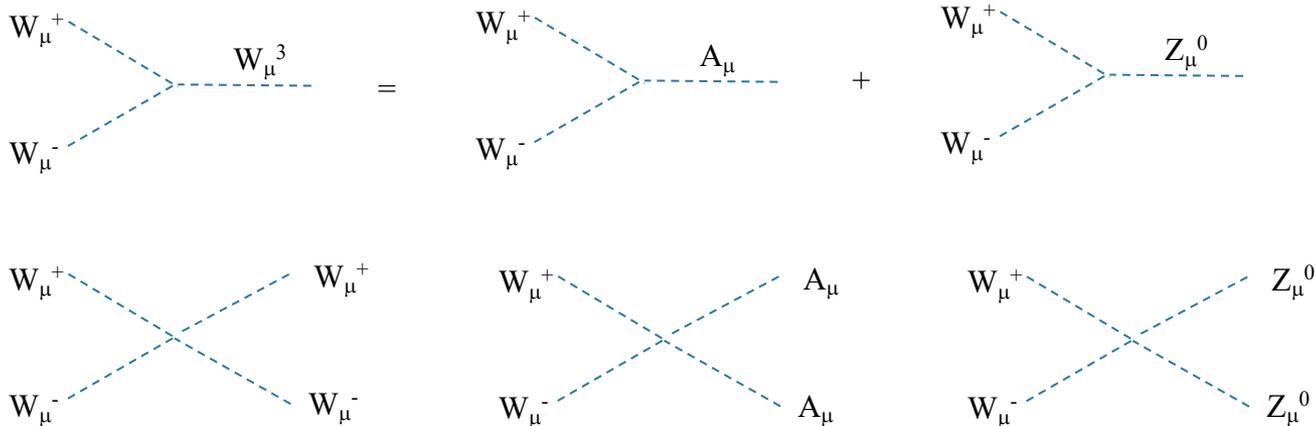
- Para que todo funcione tenemos que ajustar g_1 , g_2 , Y_L e Y_R para que el valor del acoplamiento de A_μ sea exactamente la carga eléctrica e , el de Z_μ^0 sea el de las corrientes débiles neutras y el de los W_μ^\pm sean los de las cargadas
- Esta es la **interacción electro-débil** que tiene una simetría $SU_L(2) \times U_Y(1)$

Interacción de los campos de gauge

- Los términos de interacción entre fermiones y campos de gauge tienen exactamente la pinta que necesitamos para describir la fenomenología
 - El fotón y el Z_μ^0 acoplan con la parte right y left de los electrones
 - Pero el Z_μ^0 solo se acopla con los neutrinos left
 - ¡Los diseñamos para eso!

Interacción de los campos de gauge

- Los términos de interacción entre fermiones y campos de gauge tienen exactamente la pinta que necesitamos para describir la fenomenología
 - El fotón y el Z_μ^0 acoplan con la parte right y left de los electrones
 - Pero el Z_μ^0 solo se acopla con los neutrinos left
 - ¡Los diseñamos para eso!
- Como consecuencia de esta mezcla las auto-interacciones entre campos de gauge de $SU_L(2)$ ahora involucran a los fotones (W_μ^3 tiene una parte de Z_μ^0 y otra de A_μ)

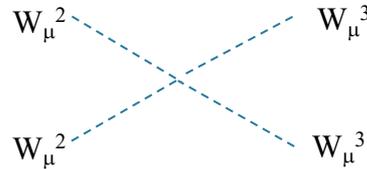
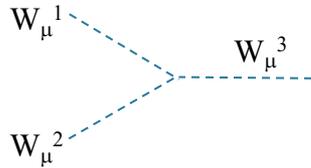


Interacción de los campos de gauge

- La forma de ver como aparecen estos términos es un poco tortuosa
- La idea es escribir:

$$\sum_i W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} = (\partial_\mu W_\nu^1 - \partial_\nu W_\mu^1 - g_2 \varepsilon_{1jk} W_\mu^j W_\nu^k) (\partial^\mu W^{\nu 1} - \partial^\nu W^{\mu 1} - g_2 \varepsilon_{1rs} W_r^\mu W_s^\nu) \\ + (1 \rightarrow 2) + (1 \rightarrow 3)$$

- Distribuyendo y usando $\varepsilon_{1jk} \varepsilon_{1rs} = \delta_j^r \delta_k^s - \delta_j^s \delta_k^r$ sale trivialmente que en los términos que tienen 3 **Ws**, nunca se repite el índice y en los de cuatro **Ws** siempre son pares



- Y reemplazando se obtienen los campos físicos A_μ y Z_μ^0

Modelo electro-débil

- Por disparatada que parezca esta descripción de las interacciones electro-débiles, toda la evidencia experimental que se ha podido reunir sobre ellas la confirman a un nivel de precisión asombrosa
 - En las próximas dos clases veremos como hacer apropiadamente esta unificación electro-débil



[Altarelli G., Wells J. \(2017\) The Theory of Electroweak Interactions. In: Wells J. \(eds\) Collider Physics within the Standard Model. Lecture Notes in Physics, vol 937. Springer](#)

09/06: Ruptura espontánea de la Simetría

¿Qué vimos sobre unificación electro-débil?

- **¡El electromagnetismo y la interacción débil se pueden unificar!**
 - El modelo de Fermi y sus mejoras dan una descripción muy aproximada de la interacción débil basada en la interacción de “corrientes débiles cargadas”
 - Vimos también que hay corrientes débiles neutras que contribuyen al scattering de neutrinos
 - ¡Todas estas peculiaridades pueden condensarse en una teoría de Yang-Mills con la simetría SU(2)!
 - Como la interacción débil se da siempre entre pares de partículas bien definidos, podemos agruparlas en dobletes
 - Las corrientes (cargadas y neutras) pueden escribirse en términos de estos dobletes y de los generadores del grupo SU(2)
 - No obstante, este formalismo aun no es correcto: la teoría solo involucra las componentes left de los campos pero en los experimentos se ven contribuciones de electrones right
- **La unificación propuesta por Glashow-Weinberg-Salam:**
 - Había indicios que apuntaban a que el electromagnetismo y la interacción débil estaban relacionados entre sí
 - La idea es que en la teoría hay una simetría $U_Y(1)$ y otra $SU_L(2)$ con campos de gauge B_μ y W_μ^i pero en la naturaleza uno observa bosones de gauge físicos como el A_μ , Z_μ^0 , W_μ^\pm que son combinación lineal de los otros

¿Y las masas?

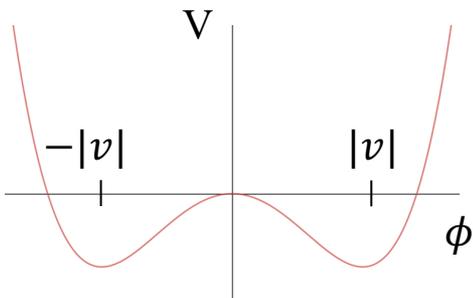
- **Recordemos un aspecto de esta teoría que nos quedó pendiente**
 - En las interacciones débiles los mediadores (Z_μ^0 , W_μ^\pm) se manifestaban con una masa bastante grande (91 y 80 GeV respectivamente)
 - Pero estas masas no podían estar en el lagrangiano $SU_L(2) \times U_Y(1)$ porque rompían la invariancia de gauge
 - Ni siquiera los fermiones podían tener masas ya que las matrices de masas para los dobletes no iban a ser proporcionales a la identidad, rompiendo nuevamente la invariancia de gauge
 - Es decir, tenemos una teoría que describe muy bien la evidencia experimental pero donde las masas de las partículas no pueden venir de términos del tipo $m\bar{\psi}\psi$ o $mZ_\mu Z^\mu$
 - Las masas deben surgir de un mecanismo que respete la invariancia de gauge $SU_L(2) \times U_Y(1)$ como una especie de masa efectiva asociada a una interacción que nos de esos términos pero respetando la invariancia de gauge
- **¿Pero qué es la masa?**
 - Venimos heredando el concepto de masa de las versiones de baja energía de la teoría: desde la ecuación de Newton como una constante de proporcionalidad entre fuerza y aceleración, luego en el hamiltoniano clásico y de ahí al cuántico, a Dirac y finalmente a los campos

Un primer paso hacia el mecanismo de Higgs

- Para revisar el concepto de masa en un formalismo de campos empezemos analizando el siguiente lagrangiano de un campo escalar real

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\phi\partial^\mu\phi - \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 - \frac{1}{4}\lambda\phi^4 = T - V$$

- Notar que si $\mu^2 > 0$ (μ es real) esto se parece al lagrangiano de una partícula de K-G con masa μ , donde el término ϕ^4 sería una especie de interacción ($\lambda > 0$)
- Pero si $\mu^2 < 0$ entonces μ no es una masa sino que el segundo y tercer términos son un potencial de una partícula no masiva
- En este último caso el potencial (y el lagrangiano) tiene simetría ante reflexiones ($\phi \rightarrow -\phi$)



$$V(\phi) = \frac{1}{2}\mu^2\phi^2 + \frac{1}{4}\lambda\phi^4 \quad \mu^2 < 0, \quad \lambda > 0$$

$$v = \pm\sqrt{-\mu^2/\lambda}$$

- Existe un estado de menor energía para este lagrangiano (¡clásico!)
- Si bien el lagrangiano tiene simetría en ϕ , respecto de cualquiera de los dos mínimos no la tiene

Un simple cambio de referencia

- Veamos que ocurre si ensayamos una descripción desde uno de los mínimos del problema

$$\phi(x) = v + \eta(x) \quad \text{con } \eta(x) \text{ un campo escalar real}$$

- Reemplazando en el lagrangiano:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\eta\partial^\mu\eta - \lambda v^2\eta^2 + \lambda v\eta^3 - \frac{1}{2}\lambda\eta^4 + cte.$$

- que podemos escribir como

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\eta\partial^\mu\eta - \frac{1}{2}m^2\eta^2 + \lambda v\eta^3 - \frac{1}{2}\lambda\eta^4 + cte.$$


$$v^2 = -\mu^2/\lambda, \quad -2\mu^2 = m^2 > 0$$

Un simple cambio de referencia

- Veamos que ocurre si ensayamos una descripción desde uno de los mínimos del problema

$$\phi(x) = v + \eta(x) \quad \text{con } \eta(x) \text{ un campo escalar real}$$

- Reemplazando en el lagrangiano:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\eta\partial^\mu\eta - \lambda v^2\eta^2 + \lambda v\eta^3 - \frac{1}{2}\lambda\eta^4 + cte.$$

- que podemos escribir como

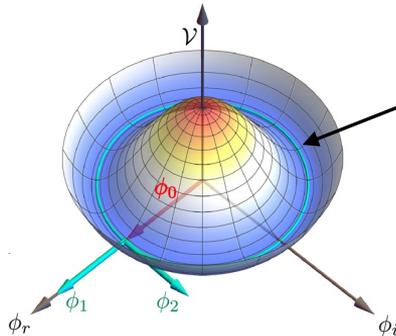
$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu\eta\partial^\mu\eta - \frac{1}{2}m^2\eta^2 + \lambda v\eta^3 - \frac{1}{2}\lambda\eta^4 + cte.$$

$$v^2 = -\mu^2/\lambda, \quad -2\mu^2 = m^2 > 0$$

- ¡Ni rastros de la simetría de reflexión y ahora este lagrangiano describe a un campo $\eta(\mathbf{x})$ con masa!
- Al elegir una descripción desde uno de los mínimos rompimos la simetría a nivel de la descripción
- La dinámica va a ser la misma con ambas descripciones y los rastros de la simetría van a venir por el lado de la masa efectiva que desarrolló $\eta(\mathbf{x})$ y los nuevos términos de interacción
- Es decir, cambié una simetría por una masa y una interacción efectiva: **la descripción de una partícula con masa es equivalente a la de una partícula sin masa donde los estados de menor energía no tienen la simetría del lagrangiano**

Otro paso más...

- Este mecanismo se puede generalizar para un campo escalar complejo
 - Justamente por ser complejo puede llegar a tener una invariancia ante cambios de fase, es decir una simetría U(1)
 - Tenemos entonces un campo no masivo con un potencial de la forma
- $$V(\phi, \phi^*) = \mu^2(\phi\phi^*) + \lambda(\phi\phi^*)^2$$
- Si pensamos a ϕ en su partes real e imaginaria ($\phi = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2)$) los mínimos del potencial ocupan un círculo en el plano (ϕ_1, ϕ_2)



$$\phi_1^2 + \phi_2^2 = v^2 = \frac{-\mu^2}{\lambda}$$



Ruptura espontánea en el caso $\phi \in \mathbb{C}$

- La idea ahora es elegir uno de los mínimos y describir el problema a partir de ahí

$$\phi_1 = v, \phi_2 = 0 \qquad \phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + H(x))$$

- $H(x)$ en principio debería ser complejo porque ϕ lo era entonces si $h(x)$ y $\rho(x)$ son funciones reales:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + h(x) + i\rho(x))$$

- Si hacemos la sustitución de ϕ en el lagrangiano:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu h \partial^\mu h + \frac{1}{2}\partial_\mu \rho \partial^\mu \rho - \frac{1}{2}(-2\mu^2)h^2 + \dots$$

- Es decir que al campo $h(x)$ le aparece un término de masa ($m_h = \sqrt{-2\mu^2}$) y además el campo $\eta(x)$ es no masivo

Ruptura espontánea en el caso $\phi \in \mathbb{C}$

- En la versión invariante de gauge $U(1)$ el lagrangiano debería haber tenido una derivada covariante con el campo compensador A_μ

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu + igA_\mu)\phi^* (\partial^\mu - igA^\mu)\phi - \mu^2\phi^*\phi - \lambda(\phi^*\phi)^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

- Y en ese caso, el reemplazo hubiera generado:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu h\partial^\mu h + \frac{1}{2}\partial_\mu \rho\partial^\mu \rho - \frac{1}{2}(-2\mu^2)h^2 + \frac{1}{2}g^2v^2A_\mu A^\mu - gv\partial_\mu \rho A^\mu + \dots$$

- Es decir que además del término de masa para $h(\mathbf{x})$ aparece un término de masas para el A_μ
- ¡Pero hay que interpretar esto con mucho cuidado!

Ruptura espontánea en el caso $\phi \in \mathbb{C}$

- En la versión invariante de gauge $U(1)$ el lagrangiano debería haber tenido una derivada covariante con el campo compensador A_μ

$$\mathcal{L} = (\partial_\mu + igA_\mu)\phi^* (\partial^\mu - igA^\mu)\phi - \mu^2\phi^* \phi - \lambda(\phi^* \phi)^2 - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

- Y en ese caso, el reemplazo hubiera generado:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu h \partial^\mu h + \frac{1}{2}\partial_\mu \rho \partial^\mu \rho - \frac{1}{2}(-2\mu^2)h^2 + \frac{1}{2}g^2 v^2 A_\mu A^\mu - gv \partial_\mu \rho A^\mu + \dots$$

- Es decir que además del término de masa para $h(\mathbf{x})$ aparece un término de masas para el A_μ
- ¡Pero hay que interpretar esto con mucho cuidado!

- Al agregar masa al campo de gauge le estoy creando un grado de libertad (polarización longitudinal)
- Un simple cambio de variables no puede agregar grados de libertad de modo que alguno de los nuevos campos es espurio

Ruptura espontánea en el caso $\phi \in \mathbb{C}$

- Pero podemos usar la invariancia de gauge para eliminar el campo $\rho(\mathbf{x})$ y quedarnos sólo con el campo real $h(\mathbf{x})$ masivo y el campo de gauge ahora masivo A_μ
- Para ver mejor este uso de la invariancia de gauge hubiera sido mejor escribir:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + h(x))e^{i\theta(x)/v}$$

- con $h(\mathbf{x})$ y $\theta(\mathbf{x})$ reales tal que $A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{v}\partial_\mu\theta(\mathbf{x})$ y la teoría hubiera sido independiente de $\theta(\mathbf{x})$ con un lagrangiano

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu h \partial^\mu h - (-2\mu^2)h^2 + \frac{1}{2}g^2v^2A_\mu A^\mu - \lambda v h^3 - \frac{1}{4}\lambda h^4 + \frac{1}{2}g^2A_\mu A^\mu h^2 + v g^2 A_\mu A^\mu h - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

- Donde al escalar masivo lo llamamos partícula de Higgs

Ruptura espontánea en el caso $\phi \in \mathbb{C}$

- Pero podemos usar la invariancia de gauge para eliminar el campo $\rho(\mathbf{x})$ y quedarnos sólo con el campo real $h(\mathbf{x})$ masivo y el campo de gauge ahora masivo A_μ
- Para ver mejor este uso de la invariancia de gauge hubiera sido mejor escribir:

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}}(v + h(x))e^{i\theta(x)/v}$$

- con $h(\mathbf{x})$ y $\theta(\mathbf{x})$ reales tal que $A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{v}\partial_\mu\theta(\mathbf{x})$ y la teoría hubiera sido independiente de $\theta(\mathbf{x})$ con un lagrangiano

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\partial_\mu h \partial^\mu h - (-2\mu^2)h^2 + \frac{1}{2}g^2v^2A_\mu A^\mu - \lambda v h^3 - \frac{1}{4}\lambda h^4 + \frac{1}{2}g^2A_\mu A^\mu h^2 + v g^2 A_\mu A^\mu h - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}$$

- Donde al escalar masivo lo llamamos partícula de Higgs

Resumiendo

- En el caso de un campo escalar real la simetría se transformó en una masa
- En el caso del campo complejo la simetría se transforma en una masa y un campo extra no masivo
- Si además es U(1) la transformación de gauge absorbe al campo no masivo y con eso genera una masa para el campo de gauge A_μ donde ambas masas efectivas son producto de una interacción

Una vuelta de tuerca más

- **Lo que hicimos para U(1) lo podemos hacer ahora para SU(2)**
 - La idea es partir de un campo que sea doblete de SU(2)

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad \phi^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2) \quad \phi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_3 + i\phi_4)$$

- Cada uno con sus partes real e imaginaria
- El lagrangiano sin “gaugear” sería:

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}(\partial_\mu \Phi)^\dagger (\partial_\mu \Phi) - \mu^2 \Phi^\dagger \Phi - \lambda(\Phi^\dagger \Phi)^2$$

- Donde los productos $\Phi^\dagger \Phi$ en términos de sus partes reales e imaginarias son:

$$\Phi^\dagger \Phi = \frac{1}{2}(\phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2)$$

Ruptura espontánea para un doblete complejo

- En este caso tenemos un “hipersombrero mexicano” en cinco dimensiones (¡dibújenlo ustedes!) con mínimos en el hipercírculo (esfera en cuatro dimensiones)

$$\Phi^\dagger \Phi = -\mu^2/2\lambda$$

- De todos los mínimos podemos elegir el que corresponde a hacer $\phi^+ = 0$ y $\phi^0 = v$ es decir

$$\phi^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad \Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}$$

- Donde vamos a usar la invariancia de gauge para quedarnos con un $h(x)$ real

Ruptura espontánea para un doblete complejo

- En este caso tenemos un “hipersombrero mexicano” en cinco dimensiones (¡dibújenlo ustedes!) con mínimos en el hipercírculo (esfera en cuatro dimensiones)

$$\Phi^\dagger \Phi = -\mu^2/2\lambda$$

- De todos los mínimos podemos elegir el que corresponde a hacer $\phi^+ = 0$ y $\phi^0 = v$ es decir

$$\phi^0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad \Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}$$

- Donde vamos a usar la invariancia de gauge para quedarnos con un $h(x)$ real
- El argumento es el mismo de antes: en la versión invariante de gauge SU(2) las transformaciones que dejan invariante al lagrangiano son

$$\Phi \rightarrow \Phi' = e^{ig\alpha_i(x)\sigma_i/2}\Phi \quad \text{con} \quad \Phi(x) = e^{i\theta_i(x)\sigma_i/2} \begin{pmatrix} 0 \\ (v + h(x))/\sqrt{2} \end{pmatrix}$$

- Donde hay tres campos reales $\theta_i(x)$ ($i=1,2,3$) y el campo real $h(x)$
- Por invariancia de gauge SU(2) no tenemos ningún rastro de los 3 campos $\theta_i(x)$ y me quedo solo con $h(x)$
- La idea es que los 3 grados de libertad de $\theta_i(x)$ los transformamos en modos longitudinales (masas) para los tres campos de gauge de SU(2)

Ruptura espontánea para un doblete complejo

- Cuando escribimos el lagrangiano con derivadas covariantes de SU(2), el término:

$$(D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) = (\partial_\mu \Phi + ig \frac{\sigma_i}{2} W_\mu^i \Phi)^\dagger (\partial^\mu \Phi - ig \frac{\sigma_i}{2} W^{\mu i} \Phi)$$

- tiene el producto:

$$(D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) = \dots - (ig \frac{\sigma_i}{2} W_\mu^i \Phi)^\dagger (ig \frac{\sigma_i}{2} W^{\mu i} \Phi) = \dots + \frac{g^2 v^2}{8} (W_{\mu,1}^2 + W_{\mu,2}^2 + W_{\mu,3}^2)$$

Ruptura espontánea para un doblete complejo

- Cuando escribimos el lagrangiano con derivadas covariantes de SU(2), el término:

$$(D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) = (\partial_\mu \Phi + ig \frac{\sigma_i}{2} W_\mu^i \Phi)^\dagger (\partial^\mu \Phi - ig \frac{\sigma_i}{2} W^{\mu i} \Phi)$$

- tiene el producto:

$$(D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) = \dots - (ig \frac{\sigma_i}{2} W_\mu^i \Phi)^\dagger (ig \frac{\sigma_i}{2} W^{\mu i} \Phi) = \dots + \frac{g^2 v^2}{8} (W_{\mu,1}^2 + W_{\mu,2}^2 + W_{\mu,3}^2)$$

- ¡Con esto podemos darle masa a los bosones de gauge manteniendo la invariancia!
- El detalle es que tenemos que hacerlo de modo que cuando hagamos la unificación electro-débil no le demos masa al fotón
- El mismo mecanismo que le da masa a los bosones de gauge también le va a poder dar masa a los fermiones
- Todas las masas de la teoría van a ser consecuencia de la ruptura espontánea de la simetría
- Además de generar masas, también nos aparecen términos de interacción con el campo $h(x)$ (el bosón de Higgs) para divertirnos en los experimentos

Esta fue la idea de P. Higgs (Nobel 2013) → [Physical Review Letters. 13 \(16\)](#)

14/06: Generación de masas en la teoría Electro-débil

Recordemos que vimos la semana pasada

- **Introducimos el concepto de “ruptura espontánea de la simetría”**
 - Teníamos el problema que el lagrangiano electro-débil no admite términos masivos para los campos de gauge ni para los fermiones
 - En el primer caso, los campos de gauge transforman de modo tal que $m^2 Z_\mu Z^\mu$ no es invariante de gauge
 - En el segundo caso, la matriz de masa no es proporcional a la identidad y eso hace que tampoco sean invariantes de gauge $m\psi\psi$
 - Consideramos entonces el lagrangiano de un nuevo campo no masivo con un “potencial de Higgs” (explícitamente simétrico)
 - Si el campo era un escalar real, al describir el problema desde un mínimo, el potencial deja de ser simétrico pero el campo adquiere masa
 - En el caso de campo escalar complejo, además de adquirir masa la parte real del campo, también lo hace el campo de gauge
 - Ojo con los grados de libertad: una de las dos componentes del campo complejo era espuria y la absorbíamos “fijando el gauge” (“perdimos un grado de libertad”) pero el campo de gauge adquiere masa (“ganamos un grado de libertad”)
 - Finalmente generalizamos para el caso SU(2) y vimos que los 3 campos de gauge adquieren masa ¡sin romper la invariancia de gauge!

¿Cómo implementar esto en $U_Y(1) \times SU_L(2)$?

- Queremos agregar un término al lagrangiano del Modelo Estándar que permita que aparezcan términos de masa manteniendo la invariancia de gauge
 - Pero tenemos que hacerlo de modo tal de describir la fenomenología electro-débil

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} + \mathcal{L}_{\text{Débil}} + \mathcal{L}_{\text{QCD}} + \mathcal{L}_{\text{Higgs}}$$

- La idea electro-débil era considerar simultáneamente una simetría $SU_L(2)$ que actúa sobre dobletes left y una simetría $U_Y(1)$ que actúa sobre componentes left de neutrinos, left y right de electrones

$$\left\{ \begin{array}{l} \chi_L = \begin{bmatrix} \nu_e \\ e \end{bmatrix}_L \\ e_R \end{array} \right. \quad \chi_L \rightarrow e^{i\alpha_i(\mathbf{r})T_i} \chi_L$$
$$T_i = \frac{\sigma_i}{2}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \phi \rightarrow \phi' = e^{i\alpha} \phi \\ D_\mu = D_\mu - igA_\mu \\ (A_\mu)' = A_\mu + \frac{1}{g} \partial_\mu \alpha \end{array} \right.$$

¿Cómo implementar esto en $U_Y(1) \times SU_L(2)$?

- Queremos agregar un término al lagrangiano del Modelo Estándar que permita que aparezcan términos de masa manteniendo la invariancia de gauge
 - Pero tenemos que hacerlo de modo tal de describir la fenomenología electro-débil

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} + \mathcal{L}_{\text{Débil}} + \mathcal{L}_{\text{QCD}} + \mathcal{L}_{\text{Higgs}}$$

- La idea electro-débil era considerar simultáneamente una simetría $SU_L(2)$ que actúa sobre dobletes left y una simetría $U_Y(1)$ que actúa sobre componentes left de neutrinos, left y right de electrones

$$\begin{cases} \chi_L = \begin{bmatrix} \nu_e \\ e \end{bmatrix}_L \\ e_R \end{cases}$$

$$\chi_L \rightarrow e^{i\alpha_i(\mathbf{r})T_i} \chi_L$$

$$T_i = \frac{\sigma_i}{2}$$

$$\chi_L \rightarrow \chi'_L = e^{i(\alpha_i(x)T_i + \beta(x)Y)} \chi_L$$

$$\begin{cases} \phi \rightarrow \phi' = e^{i\alpha} \phi \\ D_\mu = D_\mu - igA_\mu \\ (A_\mu)' = A_\mu + \frac{1}{g} \partial_\mu \alpha \end{cases}$$

$$e_R \rightarrow e'_R = e^{i\beta(x)Y} e_R$$

Una elección arbitraria de valores

- Recuerden que tenemos que “determinar” los valores de los parámetros del modelo
 - Al doblete débil lo podemos llamar doblete de “isospín débil” donde cada espinor es un autoestado del operador proyección de isospín en “z”
 - También tenemos que asignar autovalores de hipercarga
 - elegimos:

$$\begin{cases} \chi_L = \begin{bmatrix} \nu \\ e \end{bmatrix}_L & \rightarrow T = \frac{1}{2}, T_3 = \pm \frac{1}{2} & Y = -1 \\ e_R & \rightarrow T = 0 & Y = -2 \end{cases}$$

Una elección arbitraria de valores

- Recuerden que tenemos que “determinar” los valores de los parámetros del modelo
 - Al doblete débil lo podemos llamar doblete de “isospín débil” donde cada espinor es un autoestado del operador proyección de isospín en “z”
 - También tenemos que asignar autovalores de hipercarga
 - elegimos:

$$\begin{cases} \chi_L = \begin{bmatrix} \nu \\ e \end{bmatrix}_L & \rightarrow T = \frac{1}{2}, T_3 = \pm \frac{1}{2} & Y = -1 \\ e_R & \rightarrow T = 0 & Y = -2 \end{cases}$$

- Con esta elección se satisface una relación que vincula al isospín débil, la hipercarga y la carga eléctrica:

$$Q = T_3 + \frac{Y}{2}$$

¿Cómo son las corrientes?

- Las corrientes de SU(2) que se acoplan a los campos de gauge en los términos de interacción del lagrangiano son:

$$J_{\mu}^i = \overline{\chi_L} \gamma^{\mu} T^i \chi_L \qquad \mathcal{L}_{\text{interacción}}^{\text{SU}(2)_L} = g J_{\mu}^i W_i^{\mu}$$

- La corriente para U(1) que se acopla con el B_{μ} en el término de interacción del lagrangiano es:

$$J_{\mu}^Y = \overline{\Psi} \gamma^{\mu} Y \Psi \qquad \mathcal{L}_{\text{interacción}}^{\text{U}(1)_Y} = g' J_{\mu}^Y B^{\mu}$$

¿Cómo son las corrientes?

- Las corrientes de SU(2) que se acoplan a los campos de gauge en los términos de interacción del lagrangiano son:

$$J^i_{\mu} = \overline{\chi}_L \gamma^{\mu} T^i \chi_L \qquad \mathcal{L}_{\text{interacción}}^{\text{SU}(2)_L} = g J^i_{\mu} W_i^{\mu}$$

- La corriente para U(1) que se acopla con el B_{μ} en el término de interacción del lagrangiano es:

$$J^Y_{\mu} = \overline{\Psi} \gamma^{\mu} Y \Psi \qquad \mathcal{L}_{\text{interacción}}^{\text{U}(1)_Y} = g' J^Y_{\mu} B^{\mu}$$

- Con estas definiciones:

$$\begin{aligned} J^3_{\mu} &= [\overline{\nu} \quad \overline{e}]_L \gamma_{\mu} \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \\ & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu \\ e \end{bmatrix}_L \\ &= \frac{1}{2} \overline{\nu}_L \gamma_{\mu} \nu_L - \frac{1}{2} \overline{e}_L \gamma_{\mu} e_L \end{aligned}$$

$$\frac{1}{2} J^Y_{\mu} = \frac{1}{2} (-2) \overline{e}_R \gamma_{\mu} e_R + \frac{1}{2} (-1) \overline{e}_L \gamma_{\mu} e_L + \frac{1}{2} (-1) \overline{\nu}_L \gamma_{\mu} \nu_L$$

¿Cómo son las corrientes?

- Las corrientes de SU(2) que se acoplan a los campos de gauge en los términos de interacción del lagrangiano son:

$$J^i_{\mu} = \overline{\chi}_L \gamma^{\mu} T^i \chi_L \qquad \mathcal{L}_{\text{interacción}}^{\text{SU}(2)_L} = g J^i_{\mu} W_i^{\mu}$$

- La corriente para U(1) que se acopla con el B_{μ} en el término de interacción del lagrangiano es:

$$J^Y_{\mu} = \overline{\Psi} \gamma^{\mu} Y \Psi \qquad \mathcal{L}_{\text{interacción}}^{\text{U}(1)_Y} = g' J^Y_{\mu} B^{\mu}$$

- Con estas definiciones:

$$\begin{aligned}
 J^3_{\mu} &= [\overline{\nu} \quad \overline{e}]_L \gamma_{\mu} \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \\ & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu \\ e \end{bmatrix}_L \\
 &= \frac{1}{2} \overline{\nu}_L \gamma_{\mu} \nu_L - \frac{1}{2} \overline{e}_L \gamma_{\mu} e_L \\
 \frac{1}{2} J^Y_{\mu} &= \frac{1}{2} (-2) \overline{e}_R \gamma_{\mu} e_R + \frac{1}{2} (-1) \overline{e}_L \gamma_{\mu} e_L + \frac{1}{2} (-1) \overline{\nu}_L \gamma_{\mu} \nu_L
 \end{aligned}$$

$J^3_{\mu} + \frac{1}{2} J^Y_{\mu} = -\overline{e}_R \gamma_{\mu} e_R - \overline{e}_L \gamma_{\mu} e_L = -\overline{e} \gamma_{\mu} e \equiv J^{\text{EM}}_{\mu}$

¿Cómo son las corrientes?

- Las corrientes de SU(2) que se acoplan a los campos de gauge en los términos de interacción del lagrangiano son:

$$J^i_{\mu} = \bar{\chi}_L \gamma^{\mu} T^i \chi_L \qquad \mathcal{L}_{\text{interacción}}^{\text{SU}(2)_L} = g J^i_{\mu} W_i^{\mu}$$

- La corriente para U(1) que se acopla con el B_{μ} en el término de interacción del lagrangiano es:

$$J^Y_{\mu} = \bar{\Psi} \gamma^{\mu} Y \Psi \qquad \mathcal{L}_{\text{interacción}}^{\text{U}(1)_Y} = g' J^Y_{\mu} B^{\mu}$$

- Con estas definiciones:

$$J^{\text{EM}}_{\mu} = J^3_{\mu} + \frac{1}{2} J^Y_{\mu}$$

$$\begin{aligned} J^3_{\mu} &= [\bar{\nu} \quad \bar{e}]_L \gamma_{\mu} \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & \\ & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \nu \\ e \end{bmatrix}_L \\ &= \frac{1}{2} \bar{\nu}_L \gamma_{\mu} \nu_L - \frac{1}{2} \bar{e}_L \gamma_{\mu} e_L \end{aligned}$$

$$J^3_{\mu} + \frac{1}{2} J^Y_{\mu} = -\bar{e}_R \gamma_{\mu} e_R - \bar{e}_L \gamma_{\mu} e_L$$

$$\frac{1}{2} J^Y_{\mu} = \frac{1}{2} (-2) \bar{e}_R \gamma_{\mu} e_R + \frac{1}{2} (-1) \bar{e}_L \gamma_{\mu} e_L + \frac{1}{2} (-1) \bar{\nu}_L \gamma_{\mu} \nu_L = -\bar{e} \gamma_{\mu} e \equiv J^{\text{EM}}_{\mu}$$

¿Y cómo quedan los mediadores?

- **En este esquema, vimos como son las corrientes**

- **Veamos entonces quienes son los bosones físicos**

- **Los términos de interacción son entonces:**

$$\begin{aligned}\mathcal{L}_{\text{interacción electrodébil}} &= gJ_{\mu}^i W_i^{\mu} + g' \frac{1}{2} J_{\mu}^Y B^{\mu} \\ &= g \left(\underbrace{J_{\mu}^1 W_1^{\mu} + J_{\mu}^2 W_2^{\mu}}_{W_+ \text{ y } W_-} + J_{\mu}^3 W_3^{\mu} \right) + g' \frac{1}{2} J_{\mu}^Y B^{\mu}\end{aligned}$$

- **Ahora bien, los bosones físicos son una combinación de los de la teoría**

$$\begin{cases} A_{\mu} = B_{\mu} \cos \theta_W + W_{\mu}^3 \sin \theta_W \\ Z_{\mu} = -B_{\mu} \sin \theta_W + W_{\mu}^3 \cos \theta_W \end{cases}$$

- **Definidos en términos de un ángulo de mezcla θ_W llamado ángulo de Weinberg**

¿Y cómo quedan los mediadores?

- Entonces podemos escribir:

$$\begin{aligned} gJ^3_{\mu}W_3^{\mu} + \frac{g'}{2}J^Y_{\mu}B^{\mu} &= gJ^3_{\mu}(A^{\mu}\sin\theta + Z^{\mu}\cos\theta) + \frac{g'}{2}J^Y_{\mu}(A^{\mu}\cos\theta - Z^{\mu}\sin\theta) \\ &= A_{\mu}\left(g\sin\theta J^3_{\mu} + \frac{g'}{2}\cos\theta J^Y_{\mu}\right) + Z_{\mu}\left(g\cos\theta J^3_{\mu} - \frac{g'}{2}\sin\theta J^Y_{\mu}\right) \end{aligned}$$

- Pero recordemos que elegimos los valores de los parámetros de este modelo de modo tal que:

$$J^{\text{EM}}_{\mu} = J^3_{\mu} + \frac{1}{2}J^Y_{\mu}$$

- Con lo cual, si $g\sin\theta = g'\cos\theta = e$ ($\tan\theta = g'/g$) entonces, ¡uno de los términos de interacción es nuestro viejo conocido de QED!

$$A^{\mu}\left(g\sin\theta J^3_{\mu} + \frac{g'}{2}\cos\theta J^Y_{\mu}\right) = eA^{\mu}\left(J^3_{\mu} + \frac{1}{2}J^Y_{\mu}\right) = eA^{\mu}J^{\text{EM}}_{\mu}$$

El lagrangiano EW

- De manera análoga (utilizando $g \sin \theta = g' \cos \theta = e$), el segundo término nos da la corriente neutra de interacción:

$$Z^\mu (g \cos \theta J_\mu^3 - \frac{g'}{2} \sin \theta J_\mu^Y) = -i \frac{g}{\cos \theta} (J_\mu^3 - \sin^2 \theta J_\mu^{EM}) Z^\mu \equiv -i \frac{g}{\cos \theta} J_\mu^{NC} Z^\mu$$

- Es decir que la corriente neutra es:

$$J_\mu^{NC} \equiv J_\mu^3 - \sin^2 \theta J_\mu^{EM}$$

El lagrangiano EW

- De manera análoga (utilizando $g \sin \theta = g' \cos \theta = e$), el segundo término nos da la corriente neutra de interacción:

$$Z^\mu (g \cos \theta J_\mu^3 - \frac{g'}{2} \sin \theta J_\mu^Y) = -i \frac{g}{\cos \theta} (J_\mu^3 - \sin^2 \theta J_\mu^{EM}) Z^\mu \equiv -i \frac{g}{\cos \theta} J_\mu^{NC} Z^\mu$$

- Es decir que la corriente neutra es:

$$J_\mu^{NC} \equiv J_\mu^3 - \sin^2 \theta J_\mu^{EM}$$

- Finalmente el lagrangiano electro-débil es (noten que no pusimos términos de masa):

$$\mathcal{L}_1 = \bar{\chi}_L \gamma^\mu \left[i \partial_\mu + g T_i W_i^\mu + \frac{g'}{2} (-1) B_\mu \right] \chi_L + \bar{e}_R \gamma^\mu \left[i \partial_\mu + \frac{g'}{2} (-2) B_\mu \right] e_R - \frac{1}{4} W_{\mu\nu}^i W_i^{\mu\nu} - \frac{1}{4} B_{\mu\nu} B^{\mu\nu}$$



Y_L



Y_R

Incorporemos el lagrangiano de Higgs

- **Nos interesa incorporar un lagrangiano que nos haga aparecer términos de masa mediante el mecanismo de ruptura espontánea de la simetría**
 - **Le vamos a exigir que mantenga la invariancia del lagrangiano**

$$\mathcal{L}_2 = (D_\mu \Phi)^\dagger (D^\mu \Phi) - V(\Phi) = \left(\partial_\mu - igT_i W_i^\mu - i\frac{g'}{2} Y B_\mu \right)^\dagger \Phi^\dagger \left(\partial^\mu - igT_i W_i^\mu - i\frac{g'}{2} Y B^\mu \right) \Phi - V(\Phi)$$

- **Donde ahora Φ tiene que ser un multiplete de $SU_L(2) \times U_Y(1)$**
- **Acá hay varias alternativas**
- **Vamos a pensar en un doblete de campos complejos y tomamos $Y_\Phi = 1$ (fijense que en este caso nos va a quedar un campo de Higgs sin carga eléctrica: $Q=T+Y/2$)**

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad \phi^+ = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_1 + i\phi_2) \quad \phi^0 = \frac{1}{\sqrt{2}}(\phi_3 + i\phi_4)$$

- **Y elegimos un mínimo desde el cual describir las cosas**

$$\Phi_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ v/\sqrt{2} \end{pmatrix} \quad \Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}$$

Ya sabemos como opera el mecanismo de Higgs...

- Los términos de masa salen de la sustitución en el lagrangiano de:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \longrightarrow \Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}$$

- Para los campos de gauge, esto se daba a partir del término cinético (el del producto de derivadas covariantes):

$$(D_\mu \chi)^\dagger D^\mu \chi = \left(\left(\partial_\mu - igT^i W^i_\mu - \frac{i}{2}g'Y B_\mu \right) \frac{1}{\sqrt{2}}\chi \right)^\dagger \left(\left(\partial_\mu - igT^i W^i_\mu - \frac{i}{2}g'Y B_\mu \right) \frac{1}{\sqrt{2}}\chi \right)$$

Ya sabemos como opera el mecanismo de Higgs...

- Los términos de masa salen de la sustitución en el lagrangiano de:

$$\Phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \longrightarrow \Phi = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix}$$

- Para los campos de gauge, esto se daba a partir del término cinético (el del producto de derivadas covariantes):

$$\begin{aligned} (D_\mu \chi)^\dagger D^\mu \chi &= \left(\left(\partial_\mu - igT^i W^i_\mu - \frac{i}{2}g'Y B_\mu \right) \frac{1}{\sqrt{2}}\chi \right)^\dagger \left(\left(\partial_\mu - igT^i W^i_\mu - \frac{i}{2}g'Y B_\mu \right) \frac{1}{\sqrt{2}}\chi \right) \\ &= \frac{1}{2} \frac{1}{4} v^2 \left| (g\sigma_i W^i_\mu + g'\mathbb{1}B_\mu) \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right|^2 + \text{otras cosas} \end{aligned}$$

Términos cuadráticos en los campos=Términos de masa

Reemplazamos las $\sigma_i \rightarrow$

$$= \frac{v^2}{8} \left| \begin{bmatrix} gW^3_\mu + g'B_\mu & g(W^1_\mu - iW^2_\mu) \\ g(W^1_\mu + iW^2_\mu) & -gW^3_\mu + g'B_\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right|^2 + \text{otras cosas}$$

Masas de los bosones de gauge

Reemplazamos las $\sigma_i \rightarrow$

$$= \frac{v^2}{8} \left| \begin{bmatrix} gW^3_\mu + g'B_\mu & g(W^1_\mu - iW^2_\mu) \\ g(W^1_\mu + iW^2_\mu) & -gW^3_\mu + g'B_\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right|^2 + \text{otras cosas}$$

$$= \frac{v^2 g^2}{8} \left((W^1_\mu)^2 + (W^2_\mu)^2 \right) + \frac{1}{8} v^2 (-gW^3_\mu + g'B_\mu) (gW^3_\mu + g'B_\mu) + \text{otras cosas}$$

Término de masa para W

$$= \underbrace{\frac{v^2 g^2}{8} W^+_\mu W^-_\mu}_{\frac{1}{2} \left(\frac{vg}{2}\right)^2 (W_\mu)^2} + \frac{1}{8} v^2 \underbrace{\begin{bmatrix} W^3_\mu & B_\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{bmatrix}}_{\text{Esto es más complicado, lo analizamos aparte}} + \text{otras cosas}$$

– Entonces, la masa del W^\pm es:

$$M_W = \frac{vg}{2}$$

Masas de los bosones de gauge

- Veamos ahora el segundo término de la expresión anterior

$$\begin{bmatrix} W^3_\mu & B_\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{bmatrix}$$

- Los bosones físicos corresponden a los auto-estados de la matriz de masas
- Tenemos entonces que diagonalizar esta matriz

$$\begin{bmatrix} W^3_\mu & B_\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} A_\mu & Z_\mu \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_A^2 & \\ & m_Z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^\mu \\ Z^\mu \end{bmatrix}$$

$$\det \left(\lambda \mathbf{1} - \begin{bmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{bmatrix} \right) = 0 \quad \Rightarrow \quad \lambda = \begin{cases} 0 \\ g^2 + g'^2 \end{cases}$$

- ¡El fotón nos quedó no masivo! ¡Parece que elegimos bien el valor de los parámetros!

Finalmente...

$$[W^3_\mu \quad B_\mu] \begin{bmatrix} g^2 & -gg' \\ -gg' & g'^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W^{3\mu} \\ B^\mu \end{bmatrix} = \frac{1}{2} [A_\mu \quad Z_\mu] \begin{bmatrix} m_A^2 & \\ & m_Z^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A^\mu \\ Z^\mu \end{bmatrix}$$

– **Diagonalizando:**

$$\begin{cases} m_A = 0 \\ m_Z = \frac{v}{2} \sqrt{g^2 + g'^2} \end{cases} \quad \begin{cases} A_\mu = \frac{g'W^3_\mu + gB_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \\ Z_\mu = \frac{gW^3_\mu - g'B_\mu}{\sqrt{g^2 + g'^2}} \end{cases}$$

– **Y el modelo predice la relación entre masas:**

$$\left. \begin{aligned} M_W &= \frac{vg}{2} \\ g \sin \theta &= g' \cos \theta = e \end{aligned} \right\} \quad \frac{M_W}{M_Z} = \cos \theta_W$$

¿Y la masa de los fermiones?

- **El mecanismo de ruptura espontánea también nos permite darle masa a los fermiones**
 - Podemos agregar términos invariantes $SU_L(2) \times U_Y(1)$ que involucren a los fermiones y al campo de Higgs de modo tal que cuando hagamos la ruptura espontánea nos fabrique términos masivos

$$\mathcal{L}_{\text{leptones}} = -G \left([\bar{\nu} \quad \bar{e}]_L \begin{bmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{bmatrix} e_R + \bar{e}_R [\phi^+ \quad \phi^0] \begin{bmatrix} \nu \\ e \end{bmatrix}_L \right)$$

- **Sustituyendo**

$$\begin{bmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{bmatrix} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 \\ v - h(x) \end{bmatrix}$$

- **Nos queda un término de masa para los electrones y ¡nada para los neutrinos!**

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{leptones}} &= -\frac{Gv}{\sqrt{2}} \underbrace{(\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L)}_{\bar{e}e} - \frac{G}{\sqrt{2}} (\bar{e}_L e_R + \bar{e}_R e_L) h(x) \\ &= -\frac{Gv}{\sqrt{2}} \bar{e}e - \frac{G}{\sqrt{2}} \bar{e}e h(x) \end{aligned}$$

$$\frac{Gv}{\sqrt{2}} = m_e$$

Ojo con los dobletes de quarks

- Podemos extender el mecanismo anterior para darle también masa a los quarks
- ¡Pero ojo porque así sólo le daríamos masa a los quarks de abajo en el doblete!
- Podemos usar la representación conjugada de SU(2), la que usábamos para el antiprotón y el antineutrón

$$\mathcal{L}_{\text{quarks } u \text{ y } d} = -G_d [\bar{u} \quad \bar{d}]_L \begin{bmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{bmatrix} d_R - G_u [\bar{u} \quad \bar{d}]_L \begin{bmatrix} -\phi^0 \\ \phi^+ \end{bmatrix} u_R + \text{Hermítico Conjugado}$$

- En realidad uno debería escribir el término de masas con los verdaderos dobletes débiles (el d' en lugar del d ...)
- Linda pregunta para el final... 😊

16/06: Oscilaciones de neutrinos