

Importante: es condición necesaria para la aprobación que **todos los pasos estén claramente justificados**. Si considera que hay alguna expresión que necesita y no tiene como deducirla rápidamente, solicítela por el chat. Resuelva cada ejercicio en hojas separadas y **guarde cada uno en solo archivo PDF**. Llámelos “apellido-segundo parcial-Ejercicio X.pdf”. De esta manera entrega tres archivos, uno por ejercicio. Se aprueba con 6.

1. (4 ptos) Considere el siguiente lagrangiano para tres fermiones ψ_1, ψ_2, ψ_3 y un par de escalares complejos ϕ_1, ϕ_2 , que interactúan:

$$L = \sum_{j=1}^3 [i\bar{\psi}_j \gamma^\mu \partial_\mu \psi_j - m_j \bar{\psi}_j \psi_j] + \sum_{j=1}^2 [(\partial_\mu \phi_j)^* \partial^\mu \phi_j - M_j^2 \phi_j^* \phi_j] \\ + g \bar{\psi}_3 (\phi_1^* \psi_1 + \phi_2^* \psi_2) + g (\bar{\psi}_1 \phi_1 + \bar{\psi}_2 \phi_2) \psi_3$$

- a) Halle las ecuaciones de movimiento.
- b) Para cada uno de los siguientes casos, encuentre el grupo continuo de simetrías de la teoría, indique las transformaciones de los campos. Para el tercer caso halle además las corrientes de Noether correspondientes y las cantidades conservadas (*):
- 1) $m_1 = m_2 = m_3, M_1 = M_2, g = 0$.
 - 2) $m_1 = m_2 \neq m_3, M_1 \neq M_2, g = 0$.
 - 3) $m_1 \neq m_2 \neq m_3, M_1 \neq M_2, g \neq 0$.
- c) Para el último caso, dibuje los diagramas de Feynman y decida si es posible un proceso $\psi_1 + \psi_3 \rightarrow \psi_2 + \psi_3$

(*) Recuerde que en en QFT, si $\int d^3x \psi^\dagger \psi$ se traduce en $n_\psi - \bar{n}_\psi$, también vale que para un escalar $\int d^3x i(\phi^* \dot{\phi} - \dot{\phi} \phi^*)$ se traduce en $n_\phi - \bar{n}_\phi$.

2. (3 ptos) Considere tres campos de Dirac de masa m y libres.

- a) Suponga que se quiere hacer local una simetría $SU(2)$ representada sobre los tres fermiones. Escriba el lagrangiano gaugeado con los bosones correspondientes e indique cómo transforman los campos ante un $g \in SU(2)$. Escriba explícitamente una transformación infinitesimal arbitraria de los campos en función de los parámetros del grupo.
- b) Dibuje los diagramas de Feynman de las interacciones

3. (3 ptos) Considere la presencia del campo de Higgs y su ruptura espontánea de simetría.

- a) Encuentre el valor de la hipercarga del Higgs para que el fotón no tenga masa.
- b) Para el caso del doblete de electrón y neutrino, uno de los términos añadidos para darle masa al electrón es proporcional a :

$$(\bar{\nu}_e, \bar{e})_L \begin{pmatrix} \phi_1 \\ \phi_2 \end{pmatrix} e_R + \bar{e}_R (\phi_1^*, \phi_2^*) \begin{pmatrix} \nu_e \\ e \end{pmatrix}_L$$

Aquí hemos denotado por e y ν a los campos de Dirac asociados a los electrones y neutrinos. Muestre que el término añadido al lagrangiano es invariante ante $SU(2)_L \otimes U(1)_Y$, eligiendo la matriz de hipercarga Y : $-\mathbb{I}_{2 \times 2}$ para el doblete leptónico y -2 para el e_R

c) Dibuje un diagrama de Feynman a nivel árbol para estos dos procesos e indique a qué términos de interacción corresponde cada vértice dibujado:

1) $\nu_e + s \rightarrow e^- + c$

2) $h + e^+ \rightarrow \gamma + e^+ + e^+ + e^-$