Lagrangiano electrodébil-fuerte, sin campo de Higgs y sin ángulos de mezcla

$$
\begin{aligned}
L \;=\; & \sum_{j=1}^{3}[\bar{l}_j^R i\gamma^\mu \left(\partial_\mu + ig' B_\mu \frac{Y_{lep}^R}{2}\right) l_j^R + \bar{l}_j^L i\gamma^\mu \left(\partial_\mu + ig' B_\mu \frac{Y_{lep}^L}{2} + ig\, W_\mu^a \frac{\sigma_a}{2}\right) l_j^L \\
+ \; & \bar{q}_j^R i\gamma^\mu \left(\partial_\mu + ig' B_\mu \frac{Y_{quarks}^R}{2} + ig_{st} A_\mu^a \frac{\lambda_a}{2}\right) q_j^R + \bar{q}_j^L i\gamma^\mu \left(\partial_\mu + ig' B_\mu \frac{Y_{quarks}^L}{2} + ig\, W_\mu^a \frac{\sigma_a}{2} + ig_{st} A_\mu^a \frac{\lambda_a}{2}\right) q_j^L] \\
- \; & \frac{1}{4} F^{\mu\nu}(B) F_{\mu\nu}(B) - \frac{1}{2} Tr\left(G_{\mu\nu} G^{\mu\nu}\right) - \frac{1}{2} Tr(\tilde{G}_{\mu\nu} \tilde{G}^{\mu\nu})
\end{aligned}
$$

Notación

- $l_i^{R/L}/q_i^{R/L}$: doblete i-esimo de leptones/quarks, derecho e izquierdo respectivamente.
- $Y_{lep/quarks}^{R/L}$: matrices de hypercargas derechas e izquierdas, diagonales. Los leptones tienen una matriz determinada y los quarks otra. Las Y^L son proporcionales a la identidad de 2×2: $Y^L = y^L \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, con y^L un número.
- $A_\mu^a, a = 1 \ldots 8$: campos de gauge asociados a $SU(3)$ color. Las partículas asociadas son los gluones. Las λ_a son las matrices de Gell-Mann. Los $\tilde{G}$ son los tensores de la construcción de Yang-Mills asociados a los gluones.
- $W_\mu^a, a = 1,2,3$: campos de gauge asociados a la simetría $SU(2)_{left}$. Los G sin tilde son los tensores asociados a los $W's$.
- $F_{\mu\nu}(B)$: el tensor de Maxwell (la versión abeliana de $G_{\mu\nu}$) construido con el campo B (que resulta ser una combinación del Z y del A. Ver siguiente carilla.)
- g', g, g_{st}: las dos primeras son constantes de acoplamiento de la interacción electrodébil. g_{st} es la constante de la interacción fuerte.

Reescritura

Reescribiremos el lagrangiano anterior en términos de nuevos campos:

$$
\begin{array}{l|l}
B_\mu \equiv cos(\theta_W)A_\mu - sen(\theta_W)Z^3_\mu & W^+_\mu \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(W^1_\mu - iW^2_\mu) \\
W^3_\mu \equiv cos(\theta_W)Z_\mu + sen(\theta_W)A^3_\mu & W^-_\mu \equiv \frac{1}{\sqrt{2}}(W^1_\mu + iW^2_\mu)
\end{array}
$$

Escribiremos solo los términos de interacción que involucran a los campos de campos del sector electro débil con los fermiones (L^{Int}_I) y entre los campos de gauge (L^{Int}_{II}). Hay un signo menos que surge de la multiplicación de 2 factores i. Dado que para este fin no es relevante la distinción entre quarks y leptones, usaremos Ψ_i para denotar un doblete genérico, con $i = 1...6$. Los primeros tres indices corresponden a la familia de quarks y los últimos 3 a la de leptones. Cada doblete es de la forma: $\Psi = \begin{pmatrix} \Psi^{up} \\ \Psi^{down} \end{pmatrix}$.

$$
\begin{aligned}
L_I^{\text{Int}} &= -\sum_{j=1}^{6}[\bar{\Psi}_j\gamma^\mu A_\mu Q^j\Psi_j + \bar{\Psi}^R_j\gamma^\mu Z_\mu C^j_R\Psi^R_j + \bar{\Psi}^L_j\gamma^\mu Z_\mu C^j_L\Psi^L + \frac{1}{\sqrt{2}}g\left(\bar{\Psi}^{up}_j\gamma^\mu W^+_\mu {\Psi_j}^{down} + \bar{\Psi}^{down}_j\gamma^\mu W^-_\mu {\Psi_j}^{up}\right)] \\
L_{II}^{\text{Int}} &= \text{factor } g^2W^+W^-W^+W^- + \text{factor } g^2W^+W^-W_3W_3 + \text{factor } gW^+W^-W_3
\end{aligned}
$$

Notación y observaciones

- Se uso la libertad de fijar $y^L = -1$ en los leptones. g, g', e, θ_w están relacionadas por: $g'cos(\theta_w) = gsen(\theta_w) = e$
- Q es matriz (diagonal) de cargas electromagnéticas. Es una para los leptones (0 y $-e$ en la diagonal) y otra para los quarks ($\frac{2}{3}e$ y $-\frac{1}{3}e$ en la diagonal).
- $Q, Y^{R/L}, C_{R/L}$ están relacionadas por:

$$
\begin{array}{l|l}
\frac{Q}{e} = \frac{Y^L}{2} + \frac{\sigma_3}{2} & \frac{C_L}{e} = -tan(\theta_W)\frac{Y_L}{2} + cot(\theta_W)\frac{\sigma_3}{2} \\
\frac{Q}{e} = \frac{Y^R}{2} & \frac{C_R}{e} = -tan(\theta_W)\frac{Y_R}{2}
\end{array}
$$

- En L^{Int}_{II} se suprimieron todos los indices espacio-tiempo. Se entiende que la combinación es una escalar de Lorentz, con sus indices contraídos. Usando la descomposición de W_3 en términos de A y Z, podemos ver los acoplamientos.