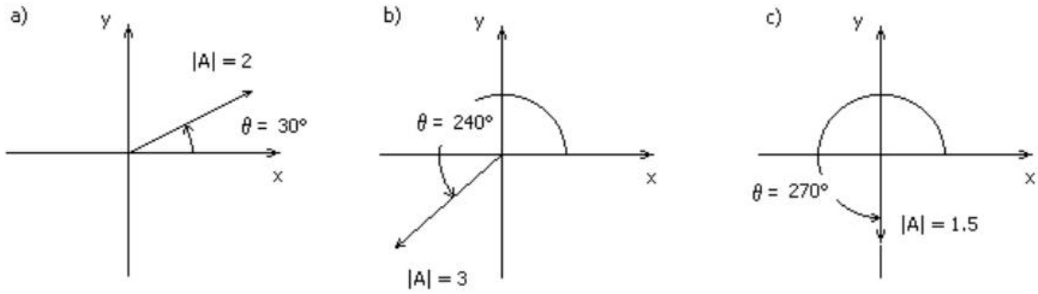
Práctica N° 0 : Vectores

1. Determine el módulo y la dirección de los siguientes vectores. Represéntelos gráficamente.

   $\mathbf{A} = (-4; 3)$ $\mathbf{B} = (2; 0)$ $\mathbf{C} = -2\,\hat{x} - 3\,\hat{y}$ $\mathbf{D} = 0\,\hat{x} - 5\,\hat{y}$

2. Halle las componentes cartesianas de los siguientes vectores:



3. Dados los vectores **A** y **B**, halle gráficamente la suma.

   (a) $\mathbf{A} = (-3; 2)$ y $\mathbf{B} = (-2; 5)$.

   (b) $|\mathbf{A}| = 2$, $\theta_A = 20°$ y $|\mathbf{B}| = 3$, $\theta_B = 135°$.

   (c) $\mathbf{A} = (-2; 0)$ y $\mathbf{B} = (0; 4)$.

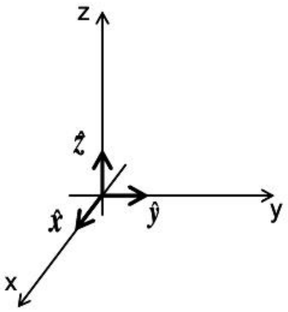
4. Sean **A** y **B** los vectores dados en el ejercicio anterior. Halle analíticamente las componentes cartesianas y polares del vector $\mathbf{A} + \mathbf{B}$, y del vector $\mathbf{A} - \mathbf{B}$. ¿El módulo del vector suma, $\mathbf{C} = \mathbf{A} + \mathbf{B}$, es igual a la suma de los módulos de **A** y de **B**?

5. Dados los vectores $\mathbf{A} = (3\,\hat{x} + 2\,\hat{y} + 3\,\hat{z})$, $\mathbf{B} = (4\,\hat{x} - 3\,\hat{y} + 2\,\hat{z})$, $\mathbf{C} = (-2\,\hat{y} - 5\,\hat{z})$. Efectúe las siguientes operaciones:

   (a) $(\mathbf{A} - \mathbf{B})/|\mathbf{C}|$ (b) $5\mathbf{A} - 2\mathbf{C}$ (c) $-2\mathbf{A} + \mathbf{B} - \mathbf{C}/5$

   Se define el producto escalar entre dos vectores como $\mathbf{A} \cdot \mathbf{B} = |\mathbf{A}|\,|\mathbf{B}| \cos\theta$, donde θ es el ángulo que forman los dos vectores.

6. Sean $\{\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}\}$ los versores usuales de la terna derecha mostrada en la figura.



La base canónica se define con los siguientes versores: $\hat{x} = (1;0;0)$, $\hat{y} = (0;1;0)$, $\hat{z} = (0;0;1)$. Calcule: $\hat{x}\cdot\hat{x}$, $\hat{x}\cdot\hat{y}$, $\hat{x}\cdot\hat{z}$, $\hat{y}\cdot\hat{y}$, $\hat{y}\cdot\hat{z}$, $\hat{z}\cdot\hat{z}$.

7. Usando la propiedad distributiva del producto escalar respecto a la suma y los resultados del ejercicio anterior, demuestre que si

$\mathbf{A} = A_x\,\hat{x} + A_y\,\hat{y} + A_z\,\hat{z}$ y $\mathbf{B} = B_x\,\hat{x} + B_y\,\hat{y} + B_z\,\hat{z}$, entonces:

$$\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = A_x\,B_x + A_y\,B_y + A_z\,B_z$$

8. Efectúe el producto escalar entre los vectores **A** y **B** y diga si en algún caso **A** es perpendicular a **B**.

   (a) $\mathbf{A} = 3\,\hat{x} - 2\,\hat{y} + 1\,\hat{z}$ $\quad\quad$ $\mathbf{B} = -1\,\hat{x} + 3\,\hat{z}$

   (b) $\mathbf{A} = (2;3;-1)$ $\quad\quad$ $\mathbf{B} = (6;-5;2)$

   (c) $|\mathbf{A}| = 3$, $|\mathbf{B}| = 2$, $\theta_{AB} = 60°$

Se define el producto vectorial entre dos vectores como $\mathbf{A}\times\mathbf{B} = \mathbf{C}$ tal que

   (a) $|\mathbf{C}| = |\mathbf{A}|\cdot|\mathbf{B}|\,\mathrm{sen}\,\theta$, donde θ es el ángulo que forman los dos vectores.

   (b) **C** tiene dirección perpendicular al plano determinado por **A** y **B**

   (c) El sentido es tal que **A**, **B** y **C** estén relacionados por la regla de la mano derecha.

9. Sean $\{\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}\}$ los versores usuales de la terna derecha. Calcule: $\hat{x}\times\hat{x}$, $\hat{x}\times\hat{y}$, $\hat{x}\times\hat{z}$, $\hat{y}\times\hat{x}$, $\hat{y}\times\hat{y}$, $\hat{y}\times\hat{z}$, $\hat{z}\times\hat{x}$, $\hat{z}\times\hat{y}$, $\hat{z}\times\hat{z}$,

10. Usando la propiedad distributiva del producto vectorial respecto de la suma y los resultados del ejercicio anterior, demuestre que si: $\mathbf{A} = A_x\,\hat{x} + A_y\,\hat{y} + A_z\,\hat{z}$ y $\mathbf{B} = B_x\,\hat{x} + B_y\,\hat{y} + B_z\,\hat{z}$, entonces:

$$\mathbf{A}\times\mathbf{B} = (A_y\,B_z - A_z\,B_y; A_z\,B_x - A_x\,B_z; A_x\,B_y - A_y\,B_x)$$

11. Dados los vectores $\mathbf{A} = (3\,\hat{x} + 2\,\hat{y} + 1\,\hat{z})$, $\mathbf{B} = (1\,\hat{x} + 0\,\hat{y} - 1\,\hat{z})$, $\mathbf{C} = (0; -2; 4)$. Efectúe las siguientes operaciones:

    (a) $\mathbf{B} \times \mathbf{C}$

    (b) $-4(\mathbf{B} \times \mathbf{B}) - \mathbf{A}$

    (c) $(\mathbf{A} + \mathbf{B}) \times \mathbf{C}$

    (d) $(\mathbf{A} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{C}$