

Guía 7: Difracción

1. Partiendo de la expresión de la intensidad observada sobre una pantalla, explique el significado de cada uno de los términos que aparece en dicha expresión para el caso de una ranura
2. Ondas planas de 5461 \AA de longitud de onda inciden normalmente en una rendija que tiene detrás una lente de 40 cm de distancia focal. Si el ancho de la rendija es de $0,45 \text{ mm}$:
 - a) encuentre la distancia entre el máximo principal y el primer mínimo de la figura de difracción formada en el plano focal de la lente.
 - b) encuentre la distancia entre el máximo principal y el primer máximo secundario ($\beta \approx \frac{3\pi}{2}$).
3. Una ranura de ancho d se coloca delante de una lente de distancia focal 50 cm y se ilumina normalmente con luz de $\lambda = 5890 \text{ \AA}$. Los mínimos de primer orden a ambos lados del máximo central de la figura de difracción que se observa en el plano focal de la lente, están separados entre sí por $0,2 \text{ cm}$. ¿Cuál es el valor de d ?
4. Partiendo de la expresión de la intensidad observada sobre una pantalla, explique el significado de cada uno de los términos que aparece en dicha expresión
 - a) para el caso de dos ranuras
 - b) para una red de difracciónHaga los gráficos de I vs. θ en cada caso.
5. Sobre dos ranuras de Young separadas una distancia de 1 mm incide la superposición de dos ondas planas monocromáticas de longitudes de onda λ_1 y λ_2 .
 - a) ¿Qué relación debe satisfacer el cociente λ_1/λ_2 para que el tercer orden de interferencia constructiva de λ_1 coincida con el tercer mínimo de λ_2 ?
 - b) ¿Qué ancho deben tener las ranuras para que además esos órdenes coincidan con el primer mínimo de difracción de λ_1 ? ¿Qué intensidad se registrará en la pantalla en ese punto?
6. Una red de difracción tiene 1965 líneas/cm y se observa un máximo a 30° .
 - a) ¿Cuáles pueden ser las longitudes de onda de la luz incidente?
 - b) ¿Cómo las podría identificar?
7. Se tiene una red de difracción con 600 líneas/cm . Si un haz de rayos paralelos con luz de longitudes de onda $\lambda_1 = 5000 \text{ \AA}$ y $\lambda_2 = 5500 \text{ \AA}$ llega normalmente a la red, ¿cuál será la separación angular de los primeros y segundos máximos para cada longitud de onda?
8. Un haz de luz formado por longitudes de onda λ_1 y λ_2 ($\lambda_1 > \lambda_2$) incide sobre una red de difracción de N líneas por cm . La diferencia angular entre λ_1 y λ_2 para el primer orden es $1,65^\circ$. El ángulo de dispersión en el primer orden para λ_1 es $14,12^\circ$ mientras que el ángulo de dispersión en el tercer orden para λ_2 es $40,39^\circ$. Si $\lambda_2 = 5,4 \cdot 10^{-7} \text{ m}$ hallar:

- a) λ_1 (en Å) y N
 b) La diferencia angular para el tercer orden.
 c) El orden máximo para λ_1 y λ_2 .
9. Una red de difracción tiene 8000 ranuras/pulgada. ¿Para qué longitudes de onda del espectro visible es posible observar difracción de quinto orden ($k=5$)?
10. ¿Cuál es la dispersión angular máxima que se puede obtener con una red de 4 cm de longitud y 800 líneas si se trabaja con luz de $\lambda = 5600 \text{ Å}$?
11. Se ilumina la red de difracción del problema anterior con una lámpara que emite luz de longitudes de onda de $\lambda_1 = 5600 \text{ Å}$ y $\lambda_2 = 5600,5 \text{ Å}$. ¿A partir de qué orden se resuelven los espectros correspondientes a las dos longitudes de onda?
12. Sobre una red de difracción de 1200 líneas y 1 pulgada de longitud, incide un haz de luz policromática con longitudes de onda que varían desde 4500 Å y 6500 Å . La figura aparece sobre el plano focal de una lente colectora que sigue a la red.
 a) ¿Qué distancia focal debe tener la lente si el espectro de segundo orden debe tener una extensión de 1,25 cm?
 b) ¿Se podrán distinguir en dicho orden las líneas de 4500 Å y de $4500,5 \text{ Å}$?
13. La pupila del ojo humano tiene un diámetro de 2 mm aproximadamente. Su distancia focal es de 20 mm.
 a) Hallar qué distancia mínima de separación debe haber entre dos imágenes que se forman sobre la retina para que sean resueltas según el criterio de Rayleigh.
 b) Muestre que el ojo es capaz de resolver dos puntos luminosos separados 3 cm estando a una distancia de aproximadamente 9 m.
14. Un láser emite un haz de 2 mm de diámetro y $6328,4 \text{ Å}$ de longitud de onda
 a) Determinar el diámetro del haz a una distancia de 1 km.
 b) ¿Qué diámetro tendrá sobre la superficie de la Luna, distante 376000 km? (despreciar cualquier efecto en la atmósfera)
15. El primer cero de la figura de difracción se produce en $\beta = \pi$, o sea, $\sin \theta = \lambda/b$. Tomando el diámetro angular de la imagen de interferencia de un punto como $2\sin \theta$, se puede definir al poder resolvente angular de una lente (P.R.A.) como la inversa de la distancia angular para la cuál las imágenes de difracción de dos puntos se tocan en el primer mínimo. Si no hay diafragmas que produzcan un diámetro efectivo más pequeño, el valor de b es en este caso, el diámetro de la lente. Cálculos más exactos (difracción de Fresnel) dan una pequeña corrección que considerando $\sin \theta \approx \theta$, resulta:

P.R.A.: = $d/1,22 \lambda$, donde d:diámetro de la lente.

- a) La pupila del ojo humano es de 2 mm, aproximadamente.
 ● Hallar el P.R.A. del ojo humano para la luz verde.
 ● Si dos puntos se hallan a 10 cm del ojo, ¿a qué distancia (en mm) se podrán distinguir (P.R.)?

b) El diámetro del objetivo es lo que determina el P.R.A en un microscopio. Tomando en cuenta la distancia del objeto al objetivo, se puede hallar directamente el P.R., definiendo la llamada apertura numérica (A.N.) por: $A.N. = n \sin\beta$; $P.R. = A.N./0,61 \lambda$ siendo β el definido por la figura, y n el índice de refracción del medio en el que se halla el objeto y el objetivo (¿por qué se usa a veces aceite?)

- Hallar el P.R. de un objeto (que es prácticamente el del microscopio), para una longitud de onda de $\lambda = 5000 \text{ \AA}$, $\beta = 1 \text{ rad}$, $n = 1,7$, y compare con la dimensión de un núcleo celular (si es biólogo) o con el tamaño típico de las inclusiones de impurezas en los cristales de la roca (si es geólogo).

- El microscopio ubica la imagen a observar por el ojo, a la distancia de visión cercana (25 cm, aproximadamente) con la distancia de dos puntos magnificados por la magnificación del aparato. En éstas condiciones, el ojo puede resolver distancias del orden de 0,2 mm en la imagen. Halle la máxima magnificación de éste tipo de aparato, que el ojo pueda realmente aprovechar. A magnificaciones mayores, el ojo resuelve bien pero ve la imagen de difracción producida por las lentes.

c) En ciertas circunstancias una partícula elemental se comporta como una onda con una longitud $\lambda = \frac{h}{mv}$, $h = 6,6 \cdot 10^{-34} \text{ kg m}^2/\text{seg}$ (constante de Planck)

- Halle la longitud de onda efectiva de un electrón que tiene un impulso de $1,7 \cdot 10^{-24} \text{ kg m/seg}$ (correspondiente al impulso adquirido al caer en una diferencia de potencial de 10 V) ($E_{\text{cinética}} = 10 \text{ eV}$)

- Halle el P.R. de un microscopio electrónico que utiliza electrones acelerados a 50 KeV ($\lambda \approx 0,055 \text{ \AA}$) con una A.N. de 0,005.

- Con las consideraciones del segundo ítem de b) , halle la máxima magnificación aprovechable por el ojo. (Los electrones no se hacen incidir en el ojo!!! Lo que se mira es una pantalla fluorescente).

- Discuta las posibilidades de aplicación de la microscopía electrónica a temas vinculados con su carrera.

16.

Un coche tiene los faros de luz amarilla ($\lambda = 550 \text{ nm}$) separados a 1 m y circula por una ruta recta en la noche. Un observador mira hacia el coche y tiene la pupila dilatada 5 mm.

a) Hallar a qué distancia el observador comenzará a distinguir la luz del coche como proveniente de dos faros distintos.

b) ¿Qué corrección debe hacerse en la respuesta anterior si se tiene en cuenta que entre el cristalino y la retina hay un medio acuoso de índice de refracción 1,33.

Problemas Adicionales

1. El patrón de difracción de Fraunhofer de una red iluminada normalmente con luz de $\lambda=6500 \text{ \AA}$ aparece sobre el plano focal de una lente convergente de distancia focal 8 cm. Se observa que entre franjas brillantes la separación es de 1,04 cm.
 - a) Determinar la separación entre ranuras.
 - b) ¿Qué ancho (en mm) debería tener el haz para resolver dos líneas de 6500 \AA y $6500,5 \text{ \AA}$ en el segundo orden?
 - c) Si el máximo de interferencia de orden 5 coincide con el mínimo de orden 1 de difracción, ¿cuánto mide el ancho de cada ranura?
2. El patrón de intensidades para una red de difracción que se ilumina con luz monocromática de longitud de onda $\lambda = 5000 \text{ \AA}$ es el que se muestra en la figura. La longitud total de la red es de $L = 3 \text{ cm}$ y la incidencia es normal.
 - a) ¿Cuánto vale d/b ?
 - b) ¿Cuántas ranuras tiene la red?
 - c) ¿Dónde recortaría la figura de acuerdo a los máximos órdenes observables de interferencia y difracción?
 - d) ¿Cuánto vale I / I_{MAX} para el orden 2 de difracción?
 - e) Si se hiciera incidir luz con dos longitudes de onda $\lambda_1 = 5000 \text{ \AA}$ y $\lambda_2 = 5000,5 \text{ \AA}$, ¿las observaría la red?. ¿En qué orden?
3. Un dispositivo de Young se ilumina con un haz que tiene mezcladas dos longitudes de onda λ_0 y λ_1 tal que $\lambda_1 = \lambda_0 + 384,615 \text{ \AA}$. Sobre una pantalla que se encuentra a una distancia D de las ranuras se observa que para un ángulo θ coinciden el máximo de interferencia de orden 30 de λ_1 con el mínimo de interferencia de orden 32 de λ_0 .
 - a) Halle λ_0 y λ_1 .
 - b) Calcule la distancia entre las dos ranuras si $\theta = 2^\circ$.
 - c) Calcule cuántos mínimos de difracción se observarán si el ancho de cada ranura es de 25000 \AA .