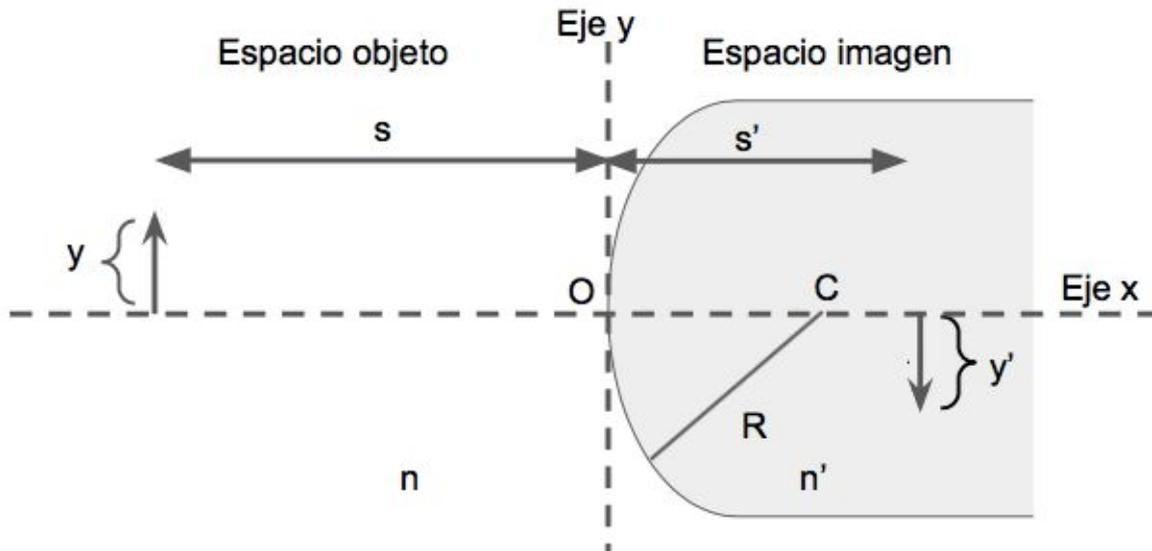


## Guía 6 Óptica geométrica. Dioptros, espejos, lentes delgadas e instrumentos.

### A. Dioptros

Espacio objeto: semi-espacio de donde viene la luz

Espacio imagen: el otro semi-espacio, hacia donde avanza la luz



Utilizando la Ley de Snell, dentro de la aproximación paraxial, se puede demostrar que la ecuación para la formación de imágenes de dioptras esféricas<sup>1</sup> es:

$$\frac{n'}{s'} + \frac{n}{s} = \frac{n' - n}{R} = \frac{n'}{f'} = \frac{n}{f} = \phi$$

y el aumento lateral es:

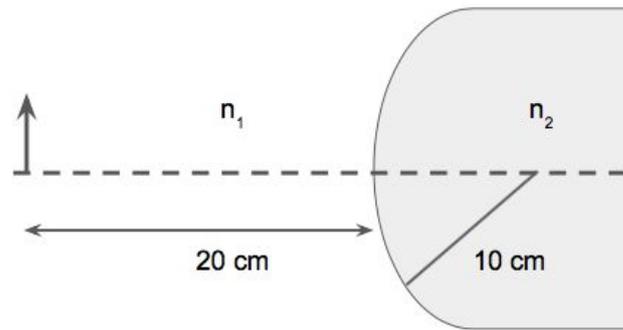
$$m = -\frac{ns'}{n's}$$

#### Convención de signos:

- s: posición del objeto ( $s > 0$  en la figura)  
positiva en el espacio objeto, negativa en el espacio imagen
- s': posición de la imagen ( $s' > 0$  en la figura)  
positiva en el espacio imagen, negativa en el espacio objeto
- y, y': alturas del objeto y de la imagen ( $y > 0$  y  $y' < 0$  en la figura)  
positivas hacia arriba
- R: radio de curvatura ( $R > 0$  en la figura)  
positivo si el centro de curvatura C está en el espacio imagen
- f, f': distancias focales objeto e imagen  
la misma convención de signos que s y s'
- n, n': índices de refracción del espacio objeto e imagen respectivamente
- $\phi$ : potencia de la dioptra ( $\phi > 0$  en la figura, convergente)  
positiva implica dioptra convergente; negativa para dioptra divergente

<sup>1</sup> Si la dioptra es plana,  $R = \infty$ .

- 1) Considere una dioptra como la de la figura, cuyo radio de curvatura es de 10 cm, que separa aire ( $n_1=1$ , espacio objeto) de un medio de índice  $n_2=2$ .

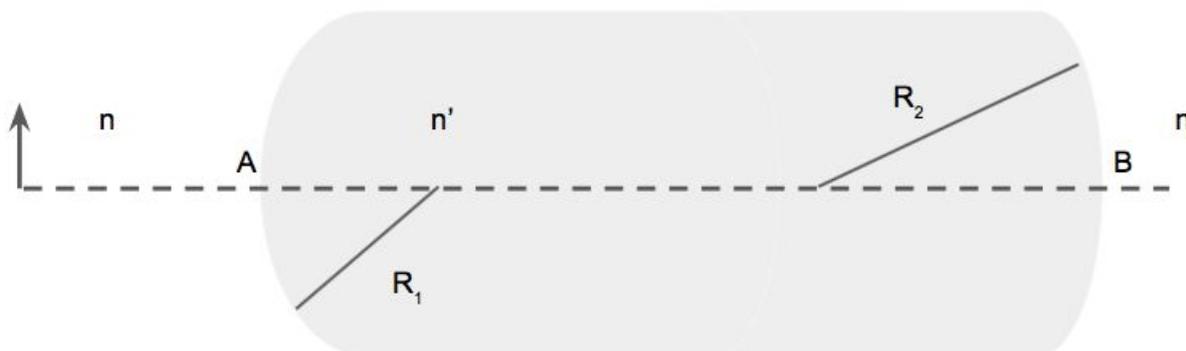


- Calcule sus distancias focales. Establezca si es convergente o divergente
- Considere un objeto a 20 cm del vértice de la dioptra, en el aire, y encuentre la imagen del objeto analítica y gráficamente
- Idem b) para objetos reales a 5 cm y 10 cm del vértice de la dioptra
- Idem a) pero cambiando los índices  $n_1=2$  y  $n_2=1$

Resp: a)  $f_i=20\text{cm}$ ,  $f_o=10\text{cm}$ , convergente; b)  $S_i=40\text{cm}$ ; c)  $S_i=-20\text{cm}$ ;  $S_i=\infty$ ; d)  $f_i=-10\text{cm}$ ,  $f_o=-20\text{cm}$ , divergente.

- 2) Se tiene una varilla transparente como muestra la figura. Los módulos de los radios de curvatura son:  $|R_1| = 20 \text{ cm}$  y  $|R_2| = 40 \text{ cm}$ , la distancia entre los vértices A y B es de 160 cm y el material con el que se ha construido tiene un índice de refracción  $n'=2$ . La varilla se encuentra en aire y hay un objeto luminoso de 1 cm de altura colocado a 40 cm a la izquierda del vértice A.

- Halle la posición, orientación y tamaño de la imagen por cada una de las dioptras (analítica y gráficamente).
- Lo mismo pero suponiendo que el medio exterior tiene índice  $n=2$  y el interior  $n'=1$ .



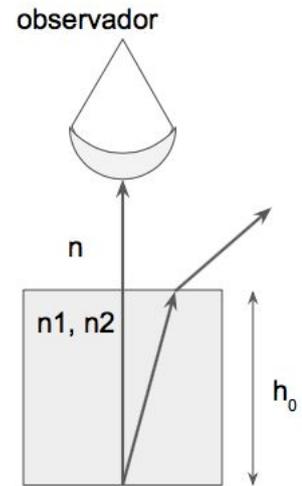
Resp. a)  $s_1'=80 \text{ cm}$ ,  $s_2'$  en infinito; b)  $s_1' = -10 \text{ cm}$ ,  $s_2' = -64.76 \text{ cm}$ . Imagen virtual derecha y de menor tamaño

- 3) Una moneda se encuentra en el fondo de un vaso que contiene agua hasta una altura de 5 cm ( $n_{\text{agua}}=1.33$ ). Un observador la mira desde arriba ¿a qué profundidad ve la moneda?

Resp.: 3.76 cm de profundidad

- 4) Un objeto puntual que emite luz de dos colores se encuentra en el fondo de un cubo, cuyos índices de refracción para cada una de estos colores son  $n_1$  y  $n_2$ , respectivamente. ¿A qué altura sobre el fondo se encuentran las imágenes para un observador situado sobre el objeto fuera del cubo, si  $h_0=40$  cm;  $n_1=1.25$ ;  $n_2=1.60$ ;  $n=1$ ?

Resp: A 8 cm y 15 cm del fondo



**B. Espejos**

Con la misma aproximación utilizada para dioptros, se puede demostrar que la ecuación para la formación de imágenes de espejos esféricos<sup>2</sup> es:

$$\frac{1}{s'} + \frac{1}{s} = \frac{2}{R} = \frac{1}{f} = \frac{1}{f'}$$

y el aumento es:

$$m = -\frac{s'}{s}$$

En espejos los espacios objeto e imagen son coincidentes. La convención de signos es la misma que para dioptros.

5) Considere un espejo plano.

- Calcule el tamaño mínimo que debe tener el espejo para que una persona de 1.8 m de altura se vea entera.
- Si sus ojos están a 1.7 m del piso, determine a qué altura del piso debe estar el espejo.
- No depende de la distancia de la persona al espejo ¿Por qué?

Resp. El tamaño mínimo es 90 cm y debe colocarse a 85 cm del piso

6) Un espejo esférico cóncavo produce una imagen cuyo tamaño es el doble del tamaño del objeto cuando la distancia objeto-imagen es de 15 cm. Calcule la distancia focal del espejo. Nota: no se especifica si la imagen es derecha o invertida. Revise los distintos casos.

Resp. XXX

7) Un objeto de 2cm de altura está a 10 cm de un espejo convexo con un radio de curvatura de 10cm.

- Ubicar la imagen analítica y gráficamente.
- ¿Cuál es la altura de la imagen?

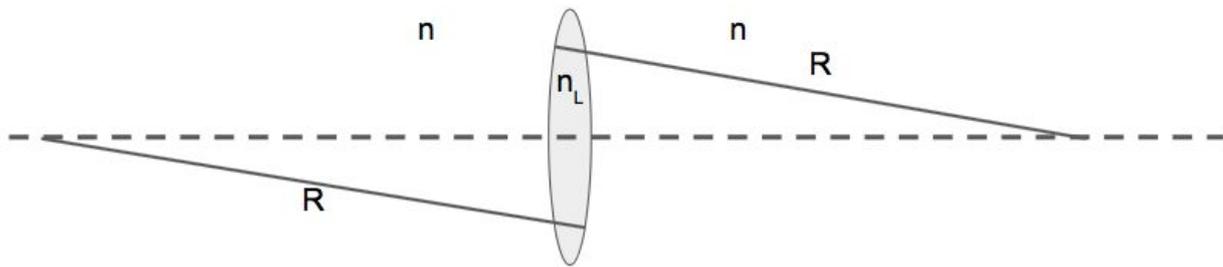
Resp. a)  $s' = -3.33\text{cm}$ ; b) la altura de la imagen es 0.67 cm

---

<sup>2</sup> Si el espejo es plano, se puede usar la misma fórmula con  $R = \infty$ .

### C. Lentes delgadas

Una lente tiene dos dioptros de igual radio de curvatura  $R$ , con la misma convención de signos que para dioptros. En la figura hay un ejemplo de una lente que está ubicada en un medio de índice de refracción  $n$ . El índice de refracción de la lente es  $n_L$ .



A partir de la ecuación de la dioptra, con la misma convención de signos, suponiendo que los se demuestra la ecuación para lentes delgadas dentro de la aproximación paraxial:

$$\frac{1}{s} + \frac{1}{s'} = \frac{1}{f} = \frac{(n_L - n) 2}{n R} = \frac{\phi}{n}$$

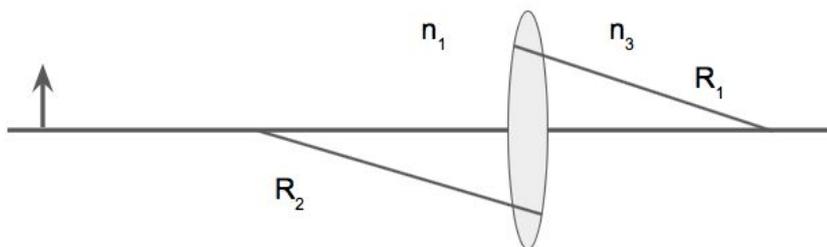
y el aumento lateral es

$$m = -\frac{s'}{s}$$

Abajo se muestra el esquema que se usa para representar una lente divergente (izquierda) y una convergente (derecha):



8) Se coloca un objeto a 80 cm a la izquierda de una lente, como se muestra en la figura. La lente es delgada, de radios de curvatura  $|R_1| = 10$  cm;  $|R_2| = 10$  cm e índice  $n_{\text{lente}} = 1.5$ .



- Analice como se comporta la lente y donde se formará la imagen si  $n_1 = n_3 = 1.6$
- Idem a) para  $n_1 = n_3 = 1$
- Idem a) para  $n_1 = 1$  y  $n_3 = 1.6$

Resp.: a) lente divergente,  $S' = -40$  cm,  $f = -80$  cm;  
b) lente convergente,  $S' = 11.4$  cm,  $f = 10$  cm,  
c) lente convergente,  $S' = 58.2$  cm,  $f = 25$  cm,

- Una lente convergente de radio de curvatura 50 cm está fabricada de un vidrio de índice 1.5
  - Calcule las distancias focales cuando la lente está inmersa en aire ( $n=1$ )
  - Calcule las distancias focales cuando la lente está inmersa en agua ( $n=1.3$ )

c) Repita los cálculos para una lente divergente con el mismo radio de curvatura.

Resp.: a)  $f=f'=-50\text{cm}$ ; b)  $f=f'=162.5\text{cm}$ ; c) lo mismo que a) y b) pero con signo opuesto

10) Se coloca un objeto a 18 cm de una pantalla y entre el objeto y la pantalla se ubica una lente delgada convergente.

a) ¿En qué lugar entre la pantalla y el objeto se puede colocar una lente delgada convergente de distancia focal 4 cm, para que la imagen del objeto esté sobre la pantalla? ¿Qué diferencia hay entre colocarla en una y otra posición?

b) ¿Y si la distancia focal fuera de 5 cm?

Resp.: a) a 6 cm o a 12 cm del objeto; b) no se puede, habría que alejar la pantalla.

11) Un objeto está situado 8 cm por delante de una lente convergente de  $f' = 8$  cm. Una lente divergente de  $f' = -12$  cm está ubicada a 4 cm detrás de la primera. Halle la posición, tamaño relativo y naturaleza de la imagen final.

Resp. La imagen final se forma en el mismo lugar del objeto, es mayor ( $m=1.5$ ) y derecha

12) Tres lentes delgadas convergentes, todas de 20 cm de distancia focal, están alineadas sobre el mismo eje y a 30 cm entre sí.

a) Encuentre la ubicación de la imagen de un objeto de 3 cm de altura colocado sobre el eje a una distancia de 60 cm a la izquierda de la primera lente.

Resp. a) imagen real, derecha e igual tamaño que el objeto, a 60 cm a la derecha de la 3er lente

### C. Instrumentos ópticos

#### C1. El ojo humano

El punto más cercano que el ojo humano puede enfocar (función que cumple el cristalino) se conoce como punto próximo, que para un adulto con visión normal es de 25 cm. La máxima distancia a la que el ojo puede enfocar se denomina punto remoto; para adultos de visión normal ésta es prácticamente infinita.

Lo característico de la miopía es la dificultad en la visión de lejos –es decir, el punto remoto está a una distancia finita-; mientras que la hipermetropía se caracteriza por la dificultad para ver con nitidez los objetos próximos -punto próximo mayor que el considerado normal.

Matemáticamente, la distancia focal está dada por la misma fórmula que para lentes

$$1/f = 1/s + 1/s'$$

Sin embargo, en este caso, la distancia focal no es constante sino que depende de s.

13) ¿Cuánto cambia la distancia focal del sistema lente-córnea si el objeto se mueve desde infinito hasta el punto próximo (25 cm)? Asumir que todo el foco se produce en el sistema lente-córnea y que la distancia de la córnea a la retina es de 2.5cm.

Resp. Disminuye 0.23 cm

14) El punto próximo del ojo de una persona está a 75 cm. Usando anteojos (a una distancia despreciable del ojo, el punto próximo del sistema antejo-ojo es de 25 cm. Es decir, que si un objeto está a 25 cm del ojo, el antejo forma una imagen a 75 cm al frente del antejo.

- ¿Cuál es el poder de la lente antejo?
- ¿Cuál es el aumento lateral de la imagen formada por la lente?
- ¿Qué produce una imagen más grande en la retina: el objeto visto sin anteojos a 75 cm o el objeto visto con anteojos a 25 del ojo?
- Realizar un diagrama y trazado de rayos correspondiente.

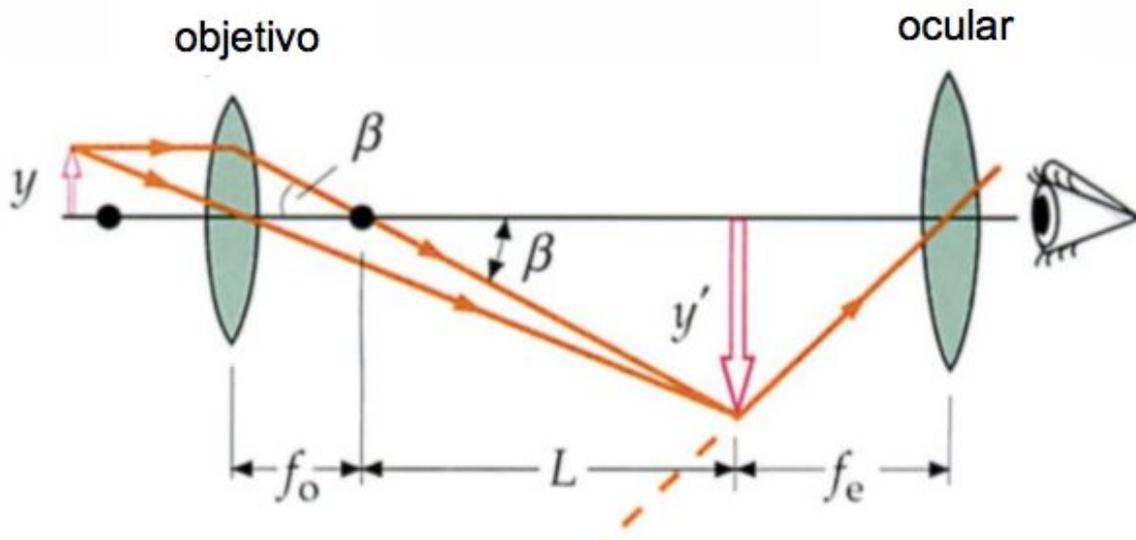
Resp. a) 2.67 dioptrías; b)  $m=3$ ; c) La imagen en la retina tiene el triple de tamaño

15) Un ojo miope tiene el punto remoto situado a 5 m, es decir no ve con nitidez más allá de esa distancia.

- ¿Qué tipo de lente debe usar para corregir este defecto?
- ¿Cuánto debe valer la distancia focal y la potencia de la lente?

Resp. b)  $f=-5$  m,  $\phi=-0.2$  dioptrías

### C3. Microscopio



Fuente: Tipler

El aumento del microscopio es el producto del aumento lateral del objetivo y del aumento angular del ocular:

$$M = m_o M_e = -\frac{L d_0}{f_o f_e}$$

donde  $d_0$  es la distancia al punto próximo del ojo (asumimos 25cm).

- 16) Un microscopio tiene un objetivo de distancia focal  $f_o = 4 \text{ mm}$  y el ocular de  $f_e = 2,5 \text{ cm}$ .
- ¿A qué distancia del ocular debe estar la imagen formada por el objetivo para que la imagen resultante se forme a la distancia de visión óptima?
  - Si la separación entre el objetivo y el ocular es de 18 cm, ¿a qué distancia está el objeto del objetivo?
  - ¿Qué magnificación tiene un microscopio con estas características?

Resp. a) 2.27 cm; b) 4.1 mm; c)  $M=42$