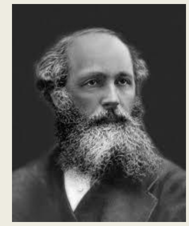
Ondas

Descripcion matematica
Polarizacion

En serio…qué es la luz?



James Maxwell

$$\vec{\psi}(x,t) = \overrightarrow{E_0}\,\cos(kx - w\,t + \varphi_0)$$

direccion de propagación (rayo)

Carga puntual acelerada

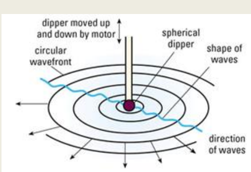
direccion de $\overrightarrow{E_0}$

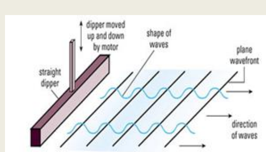
La luz es una onda, i.e. una perturbación que se propaga.

En cada punto del espacio la perturbación es el campo **E,** que hay que entenderlo como el apartamientos del valor basal (que es nulo) del campo electrico en ese punto.

Teoría ondulatoria

✓ La luz es una onda $\vec{\psi}(x,t) = \overrightarrow{E_0}\,\cos(kx - w\,t + \varphi_0)$





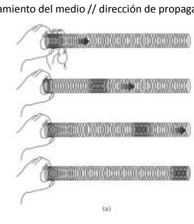
- La forma de la onda describe la perturbación instante a instante.
- Es posible reconocer puntos en el espacio que oscilan en fase. Definen lo que se conoce como **frente de onda.**
- La onda (i.e. la perturbación) viaja en el tiempo a una dada velocidad. Los frentes de onda se desplazan.
- Es posible describir la dirección de la propagación utilizando el concepto de **rayo**: dirección de propagación. Siempre resulta perpendicular a los frentes de onda.

Descripción de una onda 1D

Involucra describir **espacial** y **temporalmente** el comportamiento de una cantidad de interés Ψ que se aleja de su valor de equilibrio transitoriamente. En ese sentido describe cómo una **perturbación** atraviesa un **medio**

Onda longitudinal

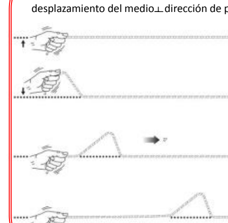
desplazamiento del medio // dirección de propagación



Ψ: densidad local de espiras

Onda transversal

desplazamiento del medio ⊥ dirección de propagación



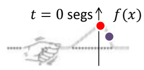
Ψ: altura local de la soga

Descripción de una onda 1D

- Describir matemáticamente la onda es especificar $\psi(x,t)$ como función de *x* y *t:*

$$\psi(x,t) = f(x,t)$$

- Para una onda que **se propaga a velocidad *v*** **sin deformarse**, el perfil de perturbaciones que veo a tiempo *t=0* lo veré desplazado en una cantidad *v.t*



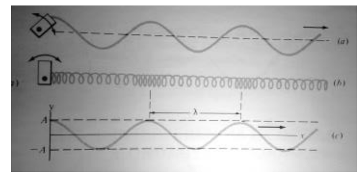
- Por tanto la onda debe cumplir que

$$\psi(x,t) = f(x - v\,t)$$

Para describir un perfil que se desplaza sin deformarse $f(x,t)$ debe depender de esta combinación particular *x* y *t*

Onda armonica

- Perturbación armónica



$$\psi(x,t) = f(x - v\,t)$$
$$= E_0\ \cos(k(x - vt) + \varphi_0)$$
$$= E_0\ \cos(kx - kv\,t + \varphi_0)$$

kv=w

$$= E_0\ \cos(kx - w\,t + \varphi_0)$$

Esta forma funcional permite describir ondas de diferentes **longitudes de onda** (periodos espaciales) y **frecuencias** (periodos temporales)

$$\psi(x,t) = E_0\ \cos(kx - w\,t + \varphi_0)$$

[k]=rad/[longitud] [w]=rad/[tiempo]

Veamos como funciona cos(bx+c)

Fase angular vs desfasaje
Dos caras de la misma moneda

$$\psi(x,t) = E_0\ \cos(\underbrace{kx - w\,t + \varphi_0}_{\text{fase de la onda}})$$

Analicemos el caso de t=0

$$\psi(x) = E_0\ \cos(kx + \varphi_0)$$

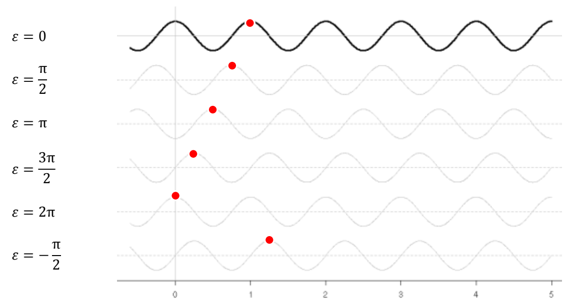
$$\psi(x) = E_0\ \cos(kx + \varphi_0)$$

fase inicial (angular)

desfasaje

Fases Desfasajes

$$\psi(x,t) = E_0\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}x + \varepsilon) \qquad \lambda = 1m$$



Desfasajes

$\psi(x,t) = E_0 \cos(\frac{2\pi}{\lambda}x + \varepsilon)$ $\rightarrow$ $\psi(x,t) = E_0 \cos(\frac{2\pi}{\lambda}x + \frac{2\pi}{\lambda}\frac{\lambda}{2\pi}\varepsilon)$

$= E_0 \cos(\frac{2\pi}{\lambda}(x + \frac{\lambda}{2\pi}\varepsilon))$

δx

$\varepsilon = 0 \quad \delta x = 0$

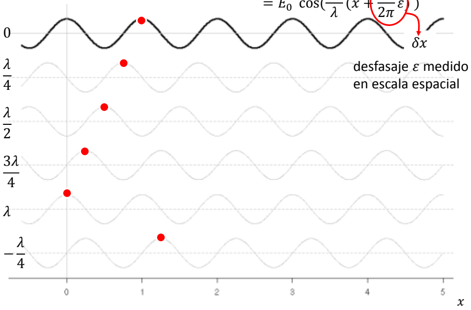
$\varepsilon = \frac{\pi}{2} \quad \delta x = \frac{\lambda}{4}$

$\varepsilon = \pi \quad \delta x = \frac{\lambda}{2}$

$\varepsilon = \frac{3\pi}{2} \quad \delta x = \frac{3\lambda}{4}$

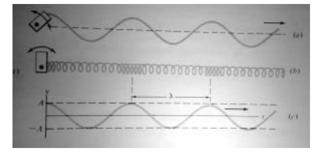
$\varepsilon = 2\pi \quad \delta x = \lambda$

$\varepsilon = -\frac{\pi}{2} \quad \delta x = -\frac{\lambda}{4}$



desfasaje ε medido en escala espacial

Onda armonica



$$\psi(x,t) = E_0 \cos(kx - w\,t + \varphi_0)$$

φ :fase de la onda

Periodicidad espacial	Periodicidad Temporal	Fase inicial
$k = \frac{2\pi}{\lambda}$	$T = \frac{2\pi}{w} = \frac{1}{f}$	φ_0

Nro de onda (periodo espacial)

Long de onda

Periodo temporal

Frecuencia angular

$v = \frac{w}{k} = \frac{\lambda}{T}$

$$\psi(x,t) = E_0 \cos(\frac{2\pi}{\lambda}x - \frac{2\pi}{T}t + \varphi_0)$$

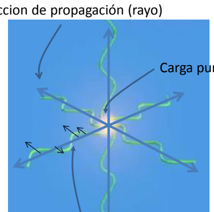
$\delta x = \frac{\lambda}{2\pi}\varphi_0$

$v = \lambda\, f$

Caracter vectorial de la luz

$$\vec{\psi}(x,t) = \overrightarrow{E_0} \cos(kz - w\,t + \varphi_0)$$

direccion de propagación (rayo)



Carga puntual acelerada

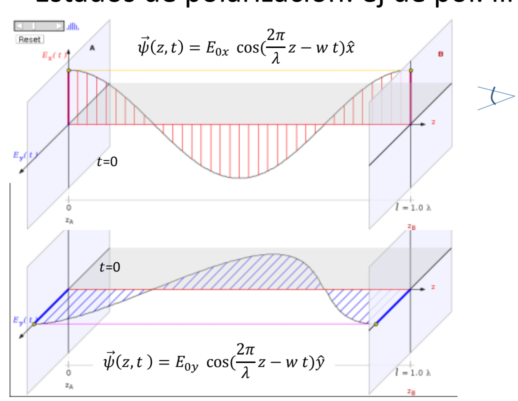
direccion de $\vec{E_0}$

La luz es una onda, i.e. una perturbación que se propaga.

En cada punto del espacio la perturbación **es** el campo **E**

En cada punto E tiene
magnitud
direccion
sentido

Estados de polarización: ej de pol. lineal



applet

Estado de polarización de una onda

El estado de polarización más general para una onda que se propaga según la dirección *z* puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual frecuencia** que se propagan en z: una onda oscilante en la dirección *x* y la otra según *y*:

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_y)\hat{y}$$

φ_y=$\varphi_y + \varepsilon$

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x + \varepsilon)\hat{y}$$

diferencia de fase entre onda *y* y onda en *x*

Estado de polarización de una onda

El estado de polarización más general para una onda que se propaga según la dirección *z* puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual frecuencia** que se propagan en z: una onda oscilante en la dirección *x* y la otra según *y*:

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_y)\hat{y}$$

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x + \varepsilon)\hat{y}$$

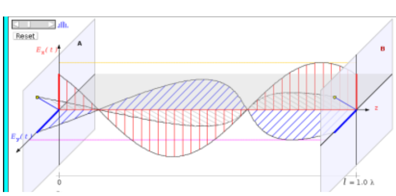
Estos parámetros son los que definen como se mezclan las contribuciones en *x* e *y* , por lo que terminan definiendo el estado de polarización de la onda.

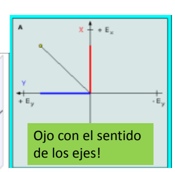
Polarización lineal 1

El estado de **polarización lineal** para una onda que se propaga según la dirección *z* puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual frecuencia** que se propagan en z: una onda oscilante en la dirección *x* y la otra según *y*:

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varepsilon)\hat{y}$$

con ε=0 o mas general: $\varepsilon = \pm m\ 2\pi$





applet

Polarización lineal 1

El estado de **polarización lineal** para una onda que se propaga según la dirección *z* puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual frecuencia** que se propagan en z: una onda oscilante en la dirección *x* y la otra según *y*:

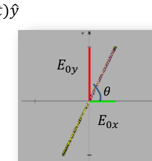
$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varepsilon)\hat{y}$$

con ε=0 o mas general: $\varepsilon = \pm m\ 2\pi$

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{y}$$

$$\vec{\psi}(z,t) = \left(E_{0x}\hat{x} + E_{0y}\hat{y}\right)\cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)$$

dirección constante → $\tan\theta = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}$



Polarización lineal 2

Supongamos ahora que $\varepsilon = \pm\pi$ o mas general: $\varepsilon = \pm\pi \pm 2m\pi$

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{x} + E_{0y}\cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \pi)\hat{y}$$

$\boxed{\varepsilon = 0 \quad \delta x = 0}$

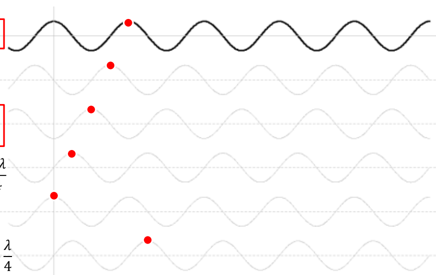
$\varepsilon = \frac{\pi}{2} \quad \delta x = \frac{\lambda}{4}$

$\boxed{\varepsilon = \pi \quad \delta x = \frac{\lambda}{2}}$

$\varepsilon = \frac{3\pi}{2} \quad \delta x = \frac{3\lambda}{4}$

$\varepsilon = 2\pi \quad \delta x = \lambda$

$\varepsilon = -\frac{\pi}{2} \quad \delta x = -\frac{\lambda}{4}$



Polarización lineal 2

Supongamos ahora que $\varepsilon = \pm\pi$ o mas general: $\varepsilon = \pm\pi \pm 2m\pi$

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{x} + E_{0y}\cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \pi)\hat{y}$$

applet

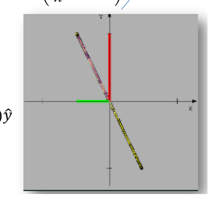
Usando que $\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$

$$\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \pi\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t\right)\overset{-1}{\cos\pi} - \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t\right)\cancel{\sin\pi}$$

$$= -\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t\right)$$

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{x} - E_{0y}\cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{y}$$

$$\vec{\psi}(z,t) = \left(E_{0x}\hat{x} - E_{0y}\hat{y}\right)\cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)$$

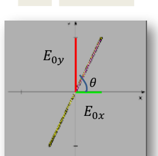


O sea…polarización lineal

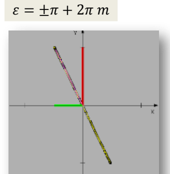
El estado de **polarización lineal** para una onda que se propaga según la dirección *z* puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual frecuencia** que se propagan en z: una onda oscilante en la dirección *x* y la otra según *y*:

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{x} + E_{0y}\cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varepsilon)\hat{y}$$

$\varepsilon=0$ $\quad \varepsilon = m\,2\pi \quad m = 0, \pm1, \pm2, ..$ $\quad \varepsilon = \pm\pi + 2\pi\,m$



$$\tan\theta = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}$$

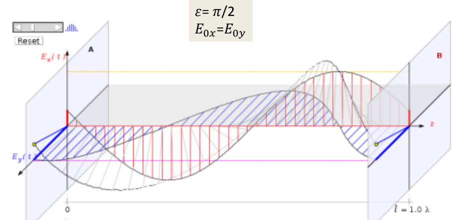


Polarización Circular

El estado de **polarización circular** para una onda que se propaga según la dirección *z* puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual amplitud y frecuencia, desfasadas en π/2 radianes** que se propagan en z:

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{x} + E_{0y}\cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varepsilon)\hat{y}$$

$\varepsilon = \pi/2$
$E_{0x} = E_{0y}$



applet

Polarización Circular

El estado de **polarización circular** para una onda que se propaga según la dirección z puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual amplitud y frecuencia, desfasadas en $\pm$ π/2 radianes** que se propagan en z:

$$\vec{\psi}(z,t) = \boldsymbol{E_{0x}}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\ t)\hat{x} + \boldsymbol{E_{0y}}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\ t + \boldsymbol{\varepsilon})\hat{y}$$

$\varepsilon = \pm\pi/2 \quad E_{0x}{=}E_{0y}$

Usando que $\cos(a \pm b) = \cos a \cos b \mp \sin a \sin b$

$$\cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\ t \pm \pi/2\right) = \cos\left(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\ t\right)\cancel{\cos\pi/2} \mp \sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\ t\right)\overset{1}{\sin\pi/2}$$

$$= \mp\sin\left(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\ t\right)$$

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \underbrace{\left[\cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\ t)\hat{x} \mp\ sin(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\ t)\hat{y}\ \right]}_{\text{Versor que gira con } t}$$

O sea…Polarización Circular

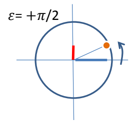
El estado de **polarización circular** para una onda que se propaga según la dirección z puede modelarse como la superposición de dos ondas **de igual amplitud y frecuencia, desfasadas en $\pm$ π/2 radianes** que se propagan en z:

$$\vec{\psi}(z,t) = \boldsymbol{E_{0x}}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\ t)\hat{x} + \boldsymbol{E_{0x}}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\ t \pm \pi/2)\hat{y}$$

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \left[\cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\ t)\hat{x} \mp\ sin(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\ t)\hat{y}\ \right]$$

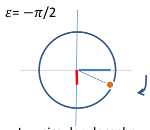
Ejemplo: $\vec{\psi}(z=0,t) = E_{0x}\ [\cos(w\ t)\hat{x} \pm\ sin(w\ t)\hat{y}\ ]$

$\varepsilon = +\pi/2$



Luz circular izquierda
(anti-horaria)

$\varepsilon = -\pi/2$



Luz circular derecha
(horaria)

Una cosa…convencional

$$\vec{\psi}(z,t) = \boldsymbol{E_{0x}}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\ t)\hat{x} + \boldsymbol{E_{0x}}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\ t \pm \pi/2)\hat{y}$$

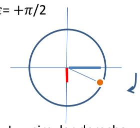
Pero en algunos libros… (todo mal)

$$\vec{\psi}(z,t) = \boldsymbol{E_{0x}}\ \cos(w\ t - \frac{2\pi}{\lambda}z)\hat{x} + \boldsymbol{E_{0x}}\ \cos(wt - \frac{2\pi}{\lambda}z + t \pm \pi/2)\hat{y}$$

Segun esa convencion: $\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \left[\cos(w\ t - \frac{2\pi}{\lambda}z)\hat{x} \mp\ sin(w\ t - \frac{2\pi}{\lambda}z)\hat{y}\ \right]$

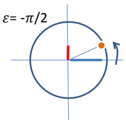
$$\vec{\psi}(z=0,t) = E_{0x}\ [\cos(w\ t)\hat{x} \mp\ sin(w\ t)\hat{y}\ ]$$

$\varepsilon = +\pi/2$



Luz circular derecha
(horaria)

ε = -π/2



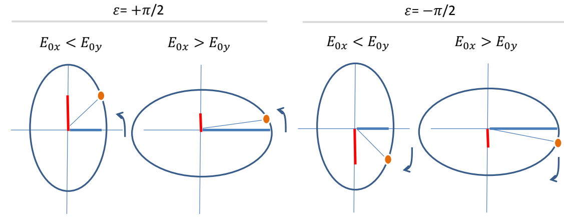
Luz circular izquierda
(anti-horaria)

Polarización Elíptica: caso particular

$$\vec{\psi}(z,t) = \boldsymbol{E_{0x}}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\ t)\hat{x} + \boldsymbol{E_{0y}}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\ t + \boldsymbol{\varepsilon})\hat{y}$$

$\varepsilon = \pm\pi/2 \quad E_{0x} \neq E_{0y}$

$\varepsilon = +\pi/2$ | $\varepsilon = -\pi/2$



Polarización elíptica. Caso general

- En realidad los casos de polarizacion lineal y circular vistos hasta ahora pueden ser considerados como casos particulares de un estado de **polarización elíptico.**

$$\vec{\psi}(z,t) = \boldsymbol{E_{0x}}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t)\hat{x} + \boldsymbol{E_{0y}}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \boldsymbol{\varepsilon})\hat{y}$$

- Veamoslo en un applet primero.

Polarización elíptica. Caso general

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_y)\hat{y}$$

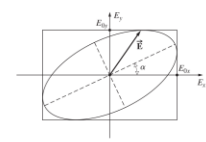
$$\varphi_y = \varphi_x + \varepsilon$$

$$\vec{\psi}(z,t) = E_{0x}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x)\hat{x} + E_{0y}\ \cos(\frac{2\pi}{\lambda}z - w\,t + \varphi_x + \varepsilon)\hat{y}$$

Se puede demostrar (les dejo las filminas al final para los que tengan ganas) que si vale la ecuacion de arriba tambien vale la de abajo. Ecuacion quue relaciona E_x con E_y

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos\boldsymbol{\varepsilon} = \sin^2\boldsymbol{\varepsilon}$$

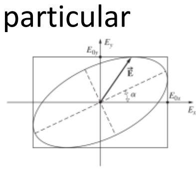
$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos\varepsilon}{{E_{0x}}^2 + {E_{0y}}^2}$$



Polarización elíptica.
De lo general a lo particular

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos\boldsymbol{\varepsilon} = \sin^2\boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos\varepsilon}{{E_{0x}}^2 + {E_{0y}}^2}$$



- ✓ Si $\varepsilon = \pm\frac{\pi}{2} + 2m\pi \rightarrow \alpha = 0,$ la elipse queda alineada con los ejes y la ec se simplifica:

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = 1$$

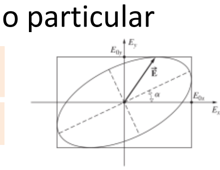
- ✓ Si $\varepsilon = \pm\frac{\pi}{2} + 2m\pi$, **y ademas** E_{0x}=E_{0y}

$${E_x}^2 + {E_y}^2 = {E_{oy}}^2 \quad \leftarrow \text{queda polarizacion circular}$$

Polarización elíptica.
De lo general a lo particular

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos\boldsymbol{\varepsilon} = \sin^2\boldsymbol{\varepsilon}$$

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos\varepsilon}{{E_{0x}}^2 + {E_{0y}}^2}$$



- ✓ Si $\varepsilon = \pm\frac{\pi}{2} + 2m\pi \rightarrow \alpha = 0,$ la elipse queda alineada con los ejes
- ✓ Si $\varepsilon = \pm\frac{\pi}{2} + 2m\pi$, **y ademas** E_{0x}=E_{0y} ← queda polarizacion circular
- ✓ Si $\varepsilon = 0 + 2m\pi$ $\quad \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right) = 0$

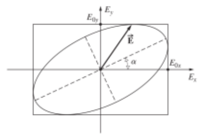
$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}} - \frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 = 0 \longrightarrow E_y = \frac{E_{0y}}{E_{0x}}E_x$$

Polarizacion lineal

Polarización elíptica.
De lo general a lo particular

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2+\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2-2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos\varepsilon=\sin^2\varepsilon$$

$$\tan 2\alpha=\frac{2E_{0x}E_{0y}\cos\varepsilon}{{E_{0x}}^2+{E_{0y}}^2}$$



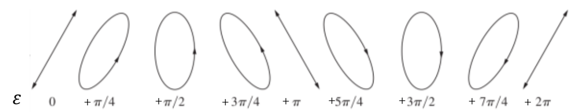
- ✓ Si $\varepsilon=\pm\frac{\pi}{2}+2m\pi \rightarrow \alpha=0,$ la elipse queda alineada con los ejes
- ✓ Si $\varepsilon=\pm\frac{\pi}{2}+2m\pi,$ **y ademas** E_{0x}=E_{0y} ⟵ queda polarizacion circular
- ✓ Si $\varepsilon=0+2m\pi$ $\quad E_y=\frac{E_{0y}}{E_{0x}}E_x$
- ✓ Si $\varepsilon=\pm\pi+2m\pi$ $\quad E_y=-\frac{E_{0y}}{E_{0x}}E_x$

Polarizacion lineal

Resumiendo graficamente

$$\vec{\psi}(z,t)=E_{0x}\cos(\frac{2\pi}{\lambda}z-w\,t+\varphi_x)\hat{x}+E_{0y}\cos(\frac{2\pi}{\lambda}z-w\,t+\varphi_x+\varepsilon)\hat{y}$$

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2+\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2-2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos\varepsilon=\sin^2\varepsilon$$



Polarización elíptica. Caso general

- En realidad los casos de polarizacion lineal y circular vistos hasta ahora pueden ser considerados como casos particulares de un estado de **polarización elíptico.**

$$\vec{\psi}(z,t)=\underbrace{E_{0x}\ \cos(kz-w\,t)}_{E_x}\ \hat{x}+\underbrace{E_{0y}\ \cos(kz-w\,t+\varepsilon)}_{E_y}\ \hat{y}$$

Para encontrar la curva descripta en el plano (E_x,E_y) lo que vamos a hacer es tratar de sacarnos de encima la dependencia en $kz-w\,t$ para encontrar E_y=$E_y(E_x)$

$$\cos(kz-w\,t+\varepsilon)=\cos(kz-w\,t)\cos\varepsilon\ -\sin(kz-w\,t)\sin\varepsilon$$

$$\frac{E_y}{E_{0y}}=\cos(kz-w\,t)\cos\varepsilon\ -\sin(kz-w\,t)\sin\varepsilon$$

$$\frac{E_x}{E_{0x}}=\cos(kz-w\,t)$$

Polarización elíptica. Caso general

- En realidad los casos de polarizacion lineal y circular vistos hasta ahora pueden ser considerados como casos particulares de un estado de **polarización elíptico.**

$$\vec{\psi}(z,t) = \underbrace{E_{0x}\ \cos(kz - w\,t)}_{E_x}\ \hat{x} + \underbrace{E_{0y}\ \cos(kz - w\,t + \varepsilon)}_{E_y}\ \hat{y}$$

$$\frac{E_y}{E_{0y}} = \cos(kz - w\,t)\cos\varepsilon - \sin(kz - w\,t)\sin\varepsilon$$

$$\frac{E_x}{E_{0x}} = \cos(kz - w\,t)$$

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}}\cos\varepsilon = -\sin(kz - w\,t)\sin\varepsilon$$

Polarización elíptica. Caso general

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}}\cos\varepsilon = -\sin(kz - w\,t)\sin\varepsilon$$

$$\frac{E_x}{E_{0x}} = \cos(kz - w\,t) \xrightarrow{\cos^2(x) = 1 - \sin^2(x)} \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 = 1 - \sin^2(kz - w\,t)$$

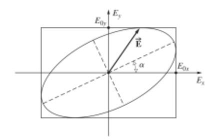
$$\sin(kz - w\,t) = \sqrt{1 - \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2}$$

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}}\cos\varepsilon = -\sqrt{1 - \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2}\ \sin\varepsilon$$

$$\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos\varepsilon = \sin^2\varepsilon$$

Ec de una elipse en el plano E_x, E_y

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos\varepsilon}{{E_{0x}}^2 + {E_{0y}}^2}$$



Applets utilizados

- Ver links en Material Adicional en la pagina de la materia