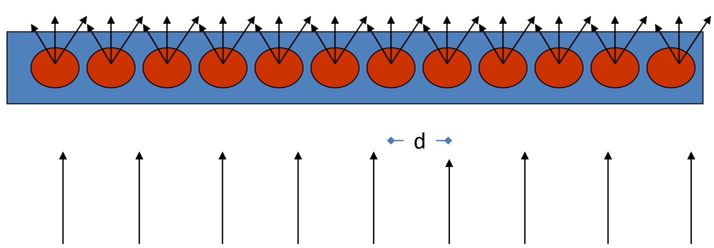
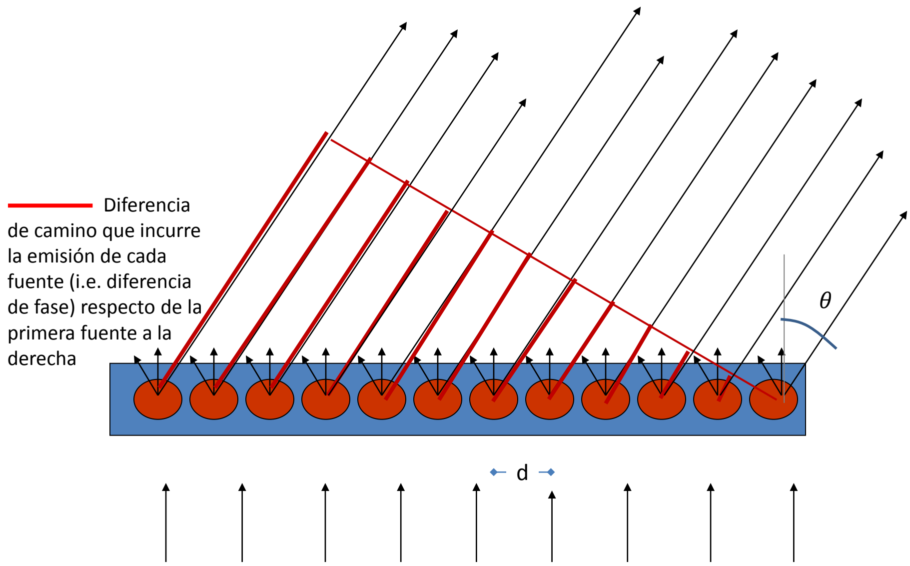
Difraccion

- Supongamos una onda plana incidente perpendicular al arreglo de **fuentes**.

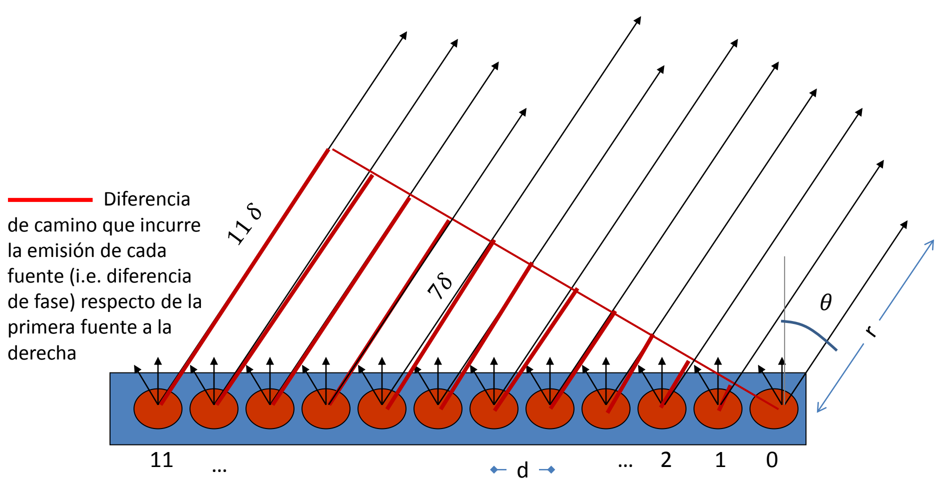
- Las fuentes pueden ser, en nuestro ejemplo:
  - Agujeritos equiespaciados sobre una pantalla opaca
  - Reemisores atómicos equiespaciados linealmente



Esto hace que la fase inicial de las fuentes sea identica…nocierto?



Nos va a interesar analizar el patron generado **muy lejos** de las fuentes…
Por ejemplo, aquel que se forma en el infinito (condición de difracción de **Franhauffer**).
En otras palabras quiero caracterizar la **emisión en una dirección dada**.



Para la fuente i-esima, el desfasaje respecto a la primera resulta:

desfasaje entre una y la siguiente

$$k(r_i - r_1) = k(i * d)\sin\theta = i * \underbrace{k\ d\ \sin\theta}_{\delta} = i * \delta$$

El campo resultante en direccion θ:

$$R = A\ \cos(\boldsymbol{kr} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{2\delta} + wt + \varepsilon) + \cdots + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + (\boldsymbol{N}-\boldsymbol{1})\boldsymbol{\delta} + wt +$$

con $\delta = k\ d\ \sin\theta$

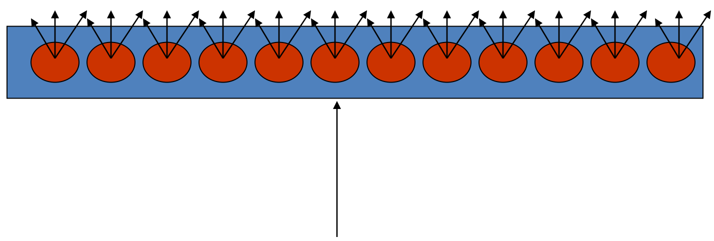
Es un problema de interferencia de muchas fuentes, para calcular la intensidad en algún punto hay que resolver como sumar este tipo de cosas…

$$R(\delta) = A\ \cos(\boldsymbol{kr} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{2\delta} + wt + \varepsilon) + \cdots + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + (\boldsymbol{N-1})\boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon)$$

Hay que calcular el campo resultante como función del desfasaje entre fuentes δ

Y luego, calcular el desfasaje en función de la geometría del problema

$$\delta(\theta) = k\ d\ \sin\theta$$



Es un problema de interferencia de muchas fuentes, para calcular la intensidad en algún punto hay que resolver como sumar este tipo de cosas…

$$R(\delta) = A\ \cos(\boldsymbol{kr} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{2\delta} + wt + \varepsilon) + \cdots + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + (\boldsymbol{N-1})\boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon)$$

Como sumar esto?
1) Abrir todos los cosenos, anular mil términos y enfermarse.
2) Pasarlo a números complejos, donde los cosenos se vuelven exponenciales y la suma se resuelve muy fácil … si uno sabe complejos.
3) Geométricamente.

Veamos como sumar las dos primeras

$$R_2(\delta) = A\ \cos(\boldsymbol{kr} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon)$$
$$= A\ \cos(\alpha_1) + A\ \cos(\alpha_2)$$

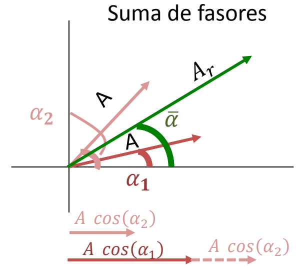
Analiticamente…(slide siguiente)

$$R_2(\delta) = \underbrace{2A\,cos\left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right)}_{A_r} \cos(\bar{\alpha})$$

con $\bar{\alpha} = \frac{\alpha_2+\alpha_1}{2}$
$\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$

Amplitud A_r de la suma de fasores

Suma de fasores



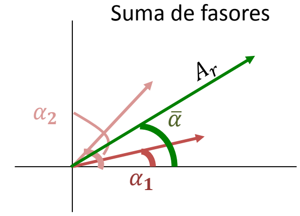
La matematica del slide anterior*

$$R = A\ cos(\alpha_1) + A\ cos(\alpha_2)$$

definimos $\bar{\alpha} = \dfrac{\alpha_2 + \alpha_1}{2}$ $\quad\longrightarrow\quad$ $\alpha_1 = \bar{\alpha} - \dfrac{\Delta\alpha}{2}$

$\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$ $\qquad\qquad$ $\alpha_2 = \bar{\alpha} + \dfrac{\Delta\alpha}{2}$

Suma de fasores



$$R = A\ cos\left(\bar{\alpha} - \frac{\Delta\alpha}{2}\right) + A\ cos\left(\bar{\alpha} + \frac{\Delta\alpha}{2}\right)$$

$$= A\ cos\,\bar{\alpha}\cos\frac{\Delta\alpha}{2} + A\sin\bar{\alpha}\sin\frac{\Delta\alpha}{2} + A\ cos\,\bar{\alpha}\cos\frac{\Delta\alpha}{2} - A\sin\bar{\alpha}\sin\frac{\Delta\alpha}{2}$$

$$R = 2A\ \cos\frac{\Delta\alpha}{2}cos\,\bar{\alpha}$$

Entonces ya sabemos sumar contribuciones desfasadas geometricamente

$$R_2(\delta) = A\ \cos(\boldsymbol{kr} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon)$$
$$= A\ \cos(\boldsymbol{\alpha_1}) + A\ \cos(\boldsymbol{\alpha_2})$$

$$R_2(\delta) = 2A\,cos\left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right)\ \ \cos(\bar{\alpha})$$

con $\bar{\alpha} = \frac{\alpha_2+\alpha_1}{2}$

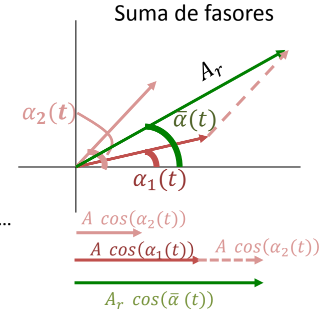
$\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$

$2A\,cos\left(\dfrac{\delta}{2}\right)$

Esta parte depende del tiempo…

$\cos(\boldsymbol{kr} + wt + \varepsilon + \delta/2)$

Suma de fasores



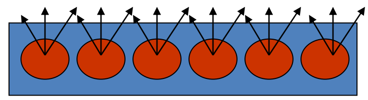
$$A_r = 2A\,cos\left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right) = 2A\cos\frac{\delta}{2}$$

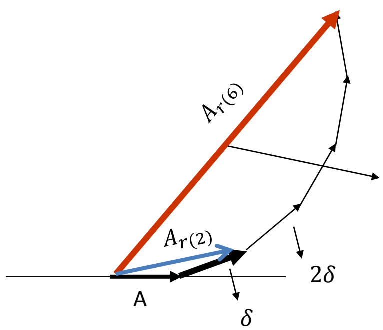
Para seguir sumando fuentes seguimos geometricamente…..

La amplitud resultante depende de la diferencia de fases

$$R(\delta) = A\ \cos(\boldsymbol{kr} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{2\delta} + wt + \varepsilon) + \cdots + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + (\boldsymbol{N}-\boldsymbol{1})\boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon)$$

N=6





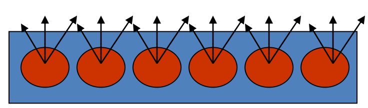
El vector resultante de sumar la suma de arriba, con seis términos. Esta resultante es una función geométrica no trivial de:

- el desfasaje δ,
- el numero de términos (resulta en una suerte de espiral)
- y es, sencillamente multiplicativa por la amplitud (si todas son iguales.)

$$A_{r(6)} = \text{expresion analitica?}$$

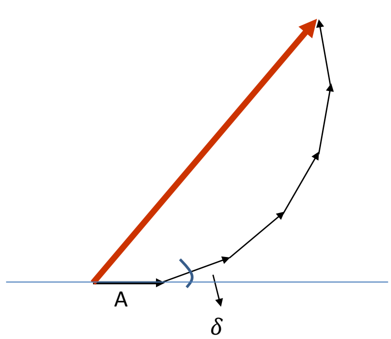
$$R(\delta) = A\ \cos(\boldsymbol{kr} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{2\delta} + wt + \varepsilon) + \cdots + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + (\boldsymbol{N}-\boldsymbol{1})\boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon)$$

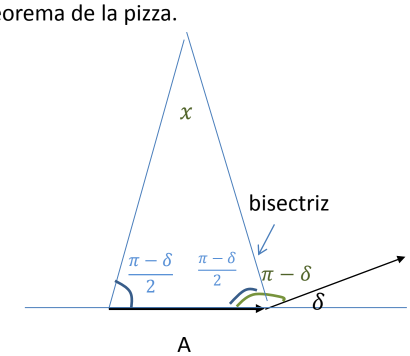
N=6



Ya encontramos graficamente Ar… habra una manera de obtener una expresion analitica?

El teorema de la pizza.



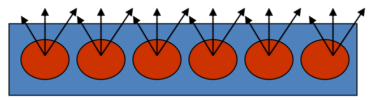


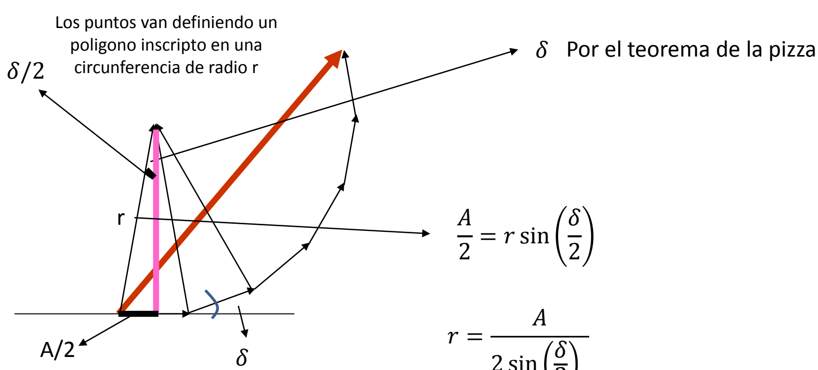
Como en todo triangulo: la suma de sus angulos debe ser π

$$\frac{\pi-\delta}{2} + \frac{\pi-\delta}{2} + x = \pi \longrightarrow \boxed{x = \delta}$$

$$R(\delta) = A\ \cos(\boldsymbol{kr} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{2\delta} + wt + \varepsilon) + \cdots + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + (\boldsymbol{N}-\boldsymbol{1})\boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon)$$

N=6



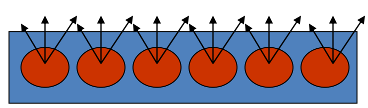


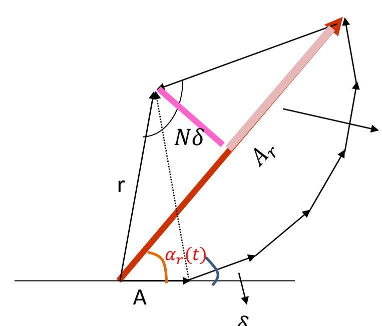
$$\frac{A}{2} = r\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

$$r = \frac{A}{2\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

$$R(\delta) = A\ \cos(\boldsymbol{kr} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{2\delta} + wt + \varepsilon) + \cdots + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + (\boldsymbol{N}-\boldsymbol{1})\boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon)$$

N=6





$$\frac{A_R}{2} = r\ \sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)$$

$$r = \frac{A}{2\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

Amplitud de la onda resultante

$$A_R(\delta) = A\frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

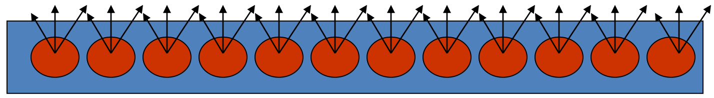
$E_R = A_R\cos(\alpha_r(t))$

$I_R = {A_R}^2\langle\cos^2(\alpha_r(t))\rangle$

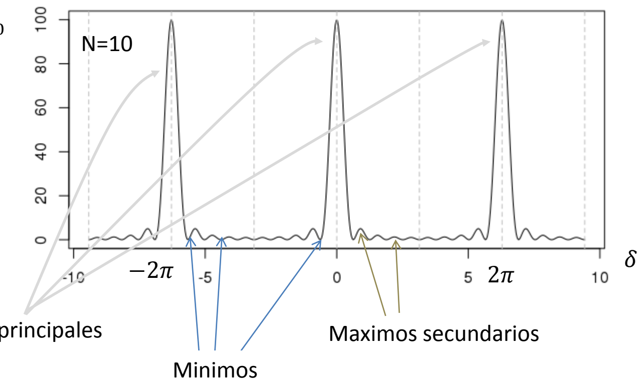
Irradiancia resultante en funcion del desfasaje entre fuentes δ

$$I_R(\delta) = I_0\frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

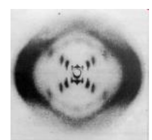
$$R(\delta) = A\ \cos(\boldsymbol{kr} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{2\delta} + wt + \varepsilon) + \cdots + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + (\boldsymbol{N} - \boldsymbol{1})\boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon)$$



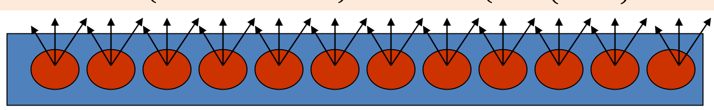
$$I_R(\delta) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$



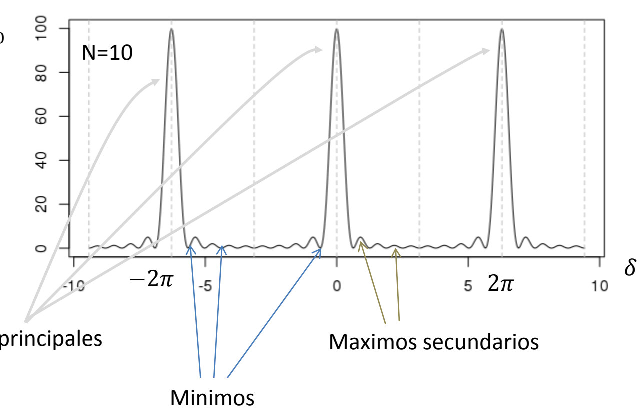
El patron de maximos y minimos tiene mucha estructura relacionada con la geometria de las fuentes. En esto se basan las aplicaciones derivadas de solucionar el **problema inverso** que mencionabamos antes



$$R(\delta) = A\ \cos(\boldsymbol{kr} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{2\delta} + wt + \varepsilon) + \cdots + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + (\boldsymbol{N} - \boldsymbol{1})\boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon)$$

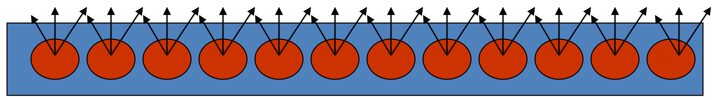


$$I_R(\delta) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

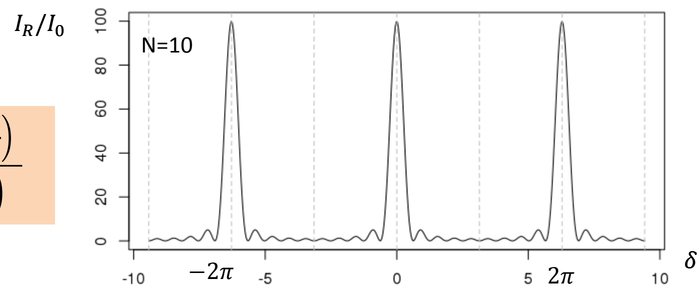


Animemonos!

$$R(\delta) = A\ \cos(\boldsymbol{kr} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{2\delta} + wt + \varepsilon) + \cdots + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + (\boldsymbol{N}-\boldsymbol{1})\boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon)$$



$$I_R(\delta) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$



Maximos principales se producen cuando se anula el denominador (y por tanto tambien el numerador):

$$\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right) = 0 \rightarrow \frac{N\delta}{2} = m\pi \rightarrow \delta = m\frac{2\pi}{N}$$

$$\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) = 0 \rightarrow \frac{\delta}{2} = n\pi \rightarrow \delta = 2n\pi$$

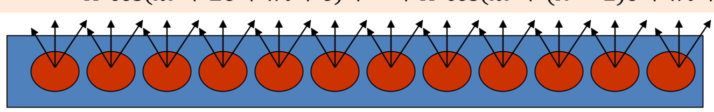
(si se cumple esto, se cumple lo de arriba: m=2*n*N)

Vemos cuanto valen los max: Si $\delta \rightarrow 0$

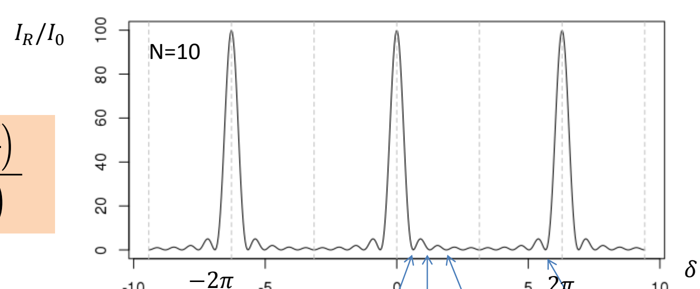
$$\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right) \rightarrow \left(\frac{N\delta}{2}\right)^2 \quad \text{y} \quad \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \rightarrow \left(\frac{\delta}{2}\right)^2$$

$$I_R(\delta) = I_0 \frac{\left(\frac{N\delta}{2}\right)^2}{\left(\frac{\delta}{2}\right)^2} \qquad I_R(\delta = 0) = I_0 N^2$$

$$R(\delta) = A\ \cos(\boldsymbol{kr} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{2\delta} + wt + \varepsilon) + \cdots + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + (\boldsymbol{N}-\boldsymbol{1})\boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon)$$



$$I_R(\delta) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$



Minimos se producen cuando se anula el numerador, pero no el denominador:

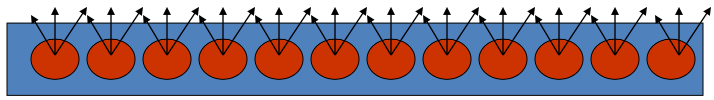
$$\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right) = 0 \rightarrow \frac{N\delta}{2} = m\pi \rightarrow \delta = 2m\frac{\pi}{N}$$

$$\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \neq 0 \rightarrow \frac{\delta}{2} \neq n\pi \rightarrow \delta \neq 2n\pi$$

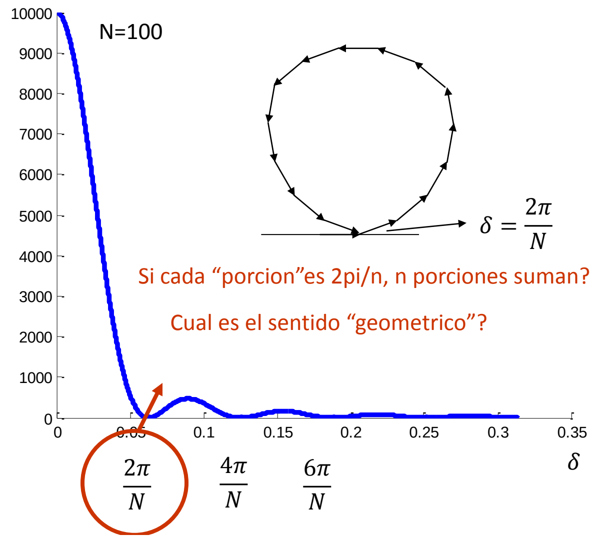
$$\delta_{min} = \frac{2\pi}{N}, 2\frac{2\pi}{N}, 3\frac{2\pi}{N}, \ldots, (N-1)\frac{2\pi}{N}$$

Tengo N-1 minimos entre 2 maximos cualesquiera….contando minimos puedo saber cuantas fuentes tengo!

$$R(\delta) = A\ \cos(\boldsymbol{kr} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{2\delta} + wt + \varepsilon) + \cdots + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + (\boldsymbol{N}-\boldsymbol{1})\boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon)$$

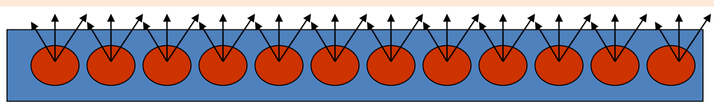


$$I_R(\delta) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$



$$R(\delta) = A\ \cos(\boldsymbol{kr} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{2\delta} + wt + \varepsilon) + \cdots + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{N\delta} + wt + \varepsilon)$$

N=100



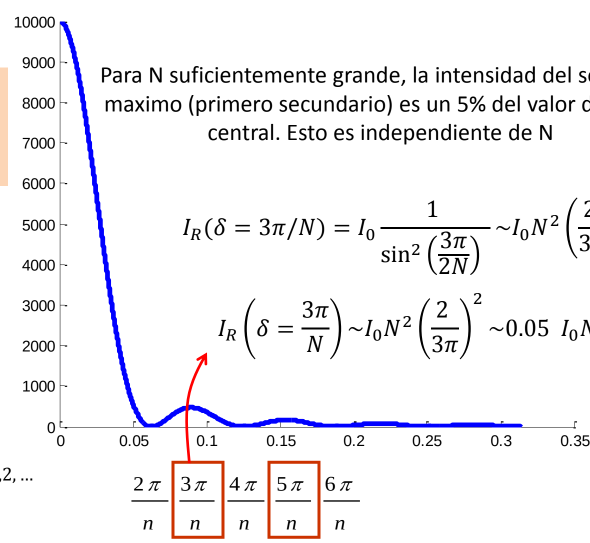
$$I_R(\delta) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

Maximos secundarios se producen en maximos del numerador:

$$\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right) = 1$$

$$\rightarrow \frac{N\delta}{2} = (2m+1)\pi/2 \qquad m = 1,2,\ldots$$

$$\rightarrow \delta = \frac{(2m+1)\pi}{N}$$



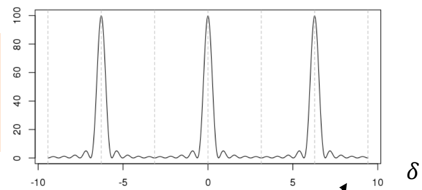
Para N suficientemente grande, la intensidad del segundo maximo (primero secundario) es un 5% del valor del pico central. Esto es independiente de N

$$I_R(\delta = 3\pi/N) = I_0 \frac{1}{\sin^2\left(\frac{3\pi}{2N}\right)} \sim I_0 N^2 \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2$$

$$I_R\left(\delta = \frac{3\pi}{N}\right) \sim I_0 N^2 \left(\frac{2}{3\pi}\right)^2 \sim 0.05\ I_0 N^2$$

Ya entendimos como funciona la intensidad emitida de acuerdo al desfasaje

$$I_R(\delta) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$



A que **direccion** en particular corresponde un desfasaje dado?

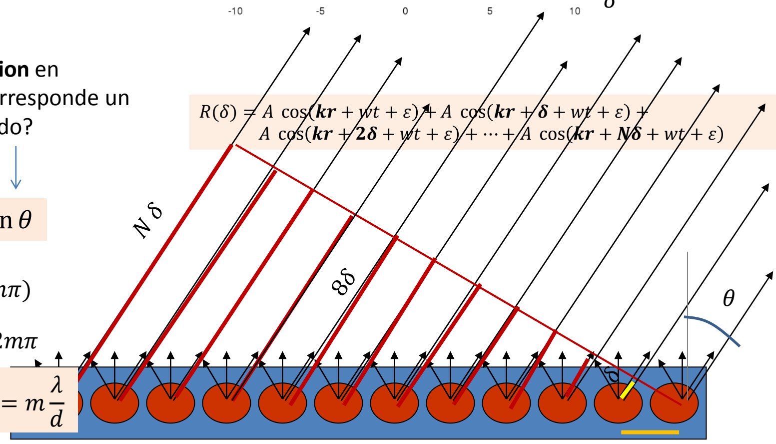
$$\delta = k\ d\ \sin\theta$$

$R(\delta) = A\ \cos(\boldsymbol{kr} + wt + \varepsilon) + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{\delta} + wt + \varepsilon) +$
$A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{2\delta} + wt + \varepsilon) + \cdots + A\ \cos(\boldsymbol{kr} + \boldsymbol{N\delta} + wt + \varepsilon)$

Maximos ($\delta = 2m\pi$)

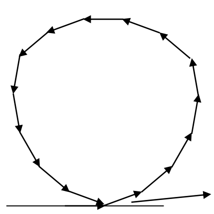
$k\ d\ \sin\theta_{max} = 2m\pi$

$$\sin\theta_{max} = \frac{2m\pi}{k\ d} = m\frac{\lambda}{d}$$



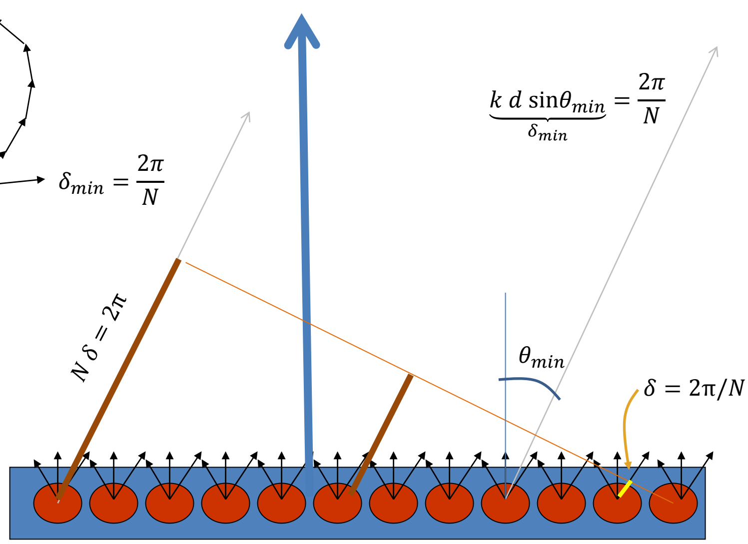
Notar que si λ/d>1 tengo un unico maximo (!) correspondiente a m=0

$\theta = 0$ maximo de orden cero (m=0)



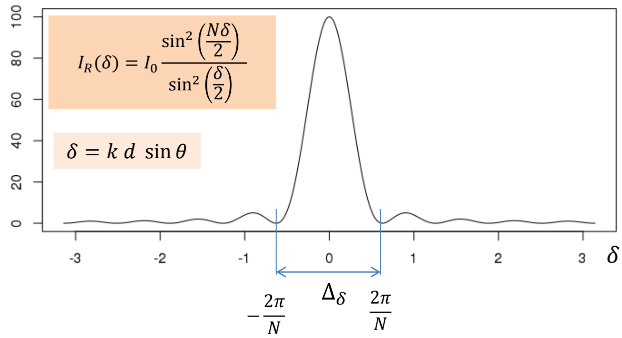
$$\delta_{min} = \frac{2\pi}{N}$$

$$\underbrace{k\ d\ \sin\theta_{min}}_{\delta_{min}} = \frac{2\pi}{N}$$



Fuentes en fase

La campana de difraccion

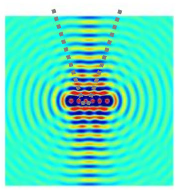


Maximos ($\delta = 2n\pi$)

$$k\, d\, \sin\theta_{max} = 2m\pi$$

$$\sin\theta_{max} = \frac{2m\pi}{k\, d} = m\frac{\lambda}{d}$$

Notar que si $d < \lambda$ se produce un unico maximo correspondiente m=0

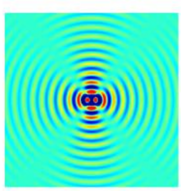


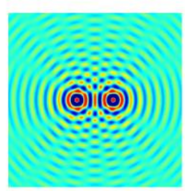
El ancho de la campana principal resulta de analizar los primeros minimos a izq y derecha

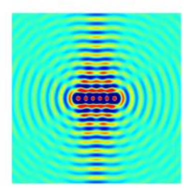
Minimos ($\delta = \pm 2\pi/N$)

$$k\, d\, \sin\theta_{\min\pm} = \pm\frac{2\pi}{N} \longrightarrow \sin\theta_{\min\pm} = \pm\frac{\lambda}{Nd}$$

- $d < \lambda$ para que haya un unico maximo
- Cuantas mas fuentes mas angosto ese maximo







$$\boxed{sen(\theta) = \frac{\lambda}{d}}$$

$$\boxed{sen(\theta) = \frac{\lambda}{D}}$$

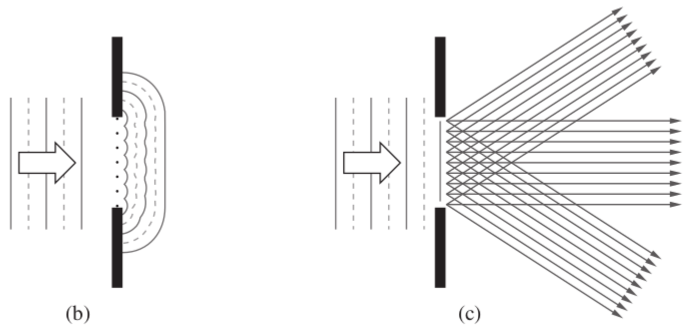
$$\boxed{sen(\theta) = \frac{\lambda}{nd} = \frac{\lambda}{D}}$$

Lo mejor de los dos mundos … un máximo central angosto sin máximos laterales.

Nuevamente una estrategia de borrado constructiva.
Para eliminar los máximos laterales, agregar mas fuentes.

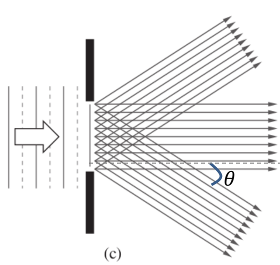
En términos del problema inverso, de adivinar la fuente que emite (o la textura del material que difracta la luz) a partir del espectro. Hay algún problema?

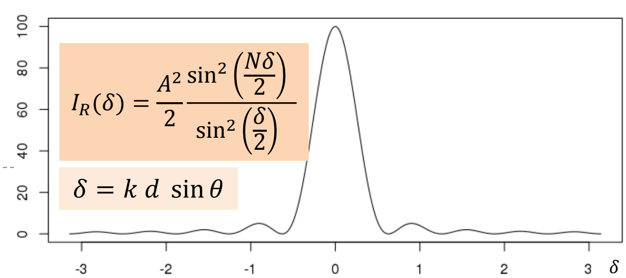
La rendija



En una rendija de ancho D sobre la que incide luz
Cuantas fuentes hay?

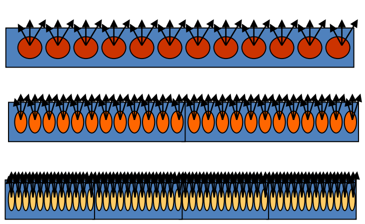
La rendija





$$I_R(\delta) = \frac{A^2}{2}\frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

$$\delta = k\ d\ \sin\theta$$



Tengo muchisisimas fuentes (Huygens) $\lim N \to \infty$

Infinitamente cerca unas de otras $\lim d \to 0$

Cada una emite una amplitud diferencial $\lim A \to 0$

$N * d = cte = D$

$N * A = cte$

Tomando limites para entender la rendija

(no prigunto cuantos son…sino que vayan saliendo)

$$I_R(\delta) = \frac{A^2}{2}\frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

$$\delta = k\ d\ \sin\theta$$

Tengo muchisisimas fuentes (Huygens) $\lim N \to \infty$

Infinitamente cerca unas de otras $\lim d \to 0$

Cada una emite una amplitud diferencial $\lim A \to 0$

$$N * d = cte = D$$
$$N * A = cte$$

$$I_{Rendija}(\delta) = \lim_{\substack{N\to\infty \\ d\to 0 \\ A\to 0 \\ Nd=D \\ NA=cte}} \frac{A^2}{2}\frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} = \frac{A^2}{2}\frac{\sin^2\left(\frac{Nk\ d\ \sin\theta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{k\ d\ \sin\theta}{2}\right)} = \frac{A^2}{2}\frac{\sin^2\left(\frac{k\ D\ \sin\theta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{k\ d\ \sin\theta}{2}\right)}$$

$$\sim \frac{A^2}{2}\frac{\sin^2\left(\frac{k\ D\ \sin\theta}{2}\right)}{\left(\frac{k\ d\ \sin\theta}{2}\right)^2} = \frac{A^2}{2}\frac{\sin^2\left(\frac{k\ D\ \sin\theta}{2}\right)}{\left(\frac{k\ Nd\ \sin\theta}{2N}\right)^2} = \frac{(AN)^2}{2}\frac{\sin^2\left(\frac{k\ D\ \sin\theta}{2}\right)}{\left(\frac{k\ D\ \sin\theta}{2}\right)^2}$$

$\sin\alpha \sim \alpha$
$\alpha \to 0$

Tomando limites para entender la rendija

$$I_R(\delta) = \frac{A^2}{2}\frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

$$\delta = k\ d\ \sin\theta$$

Tengo muchisisimas fuentes (Huygens) $\lim N \to \infty$

Infinitamente cerca unas de otras $\lim d \to 0$

Cada una emite una amplitud diferencial $\lim A \to 0$

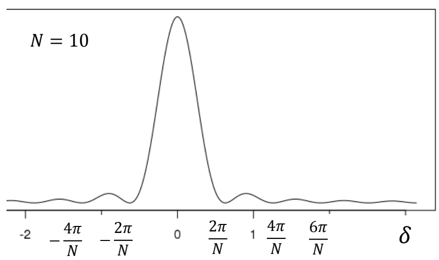
$$N * d = cte = D$$
$$N * A = cte = \mathcal{A}$$

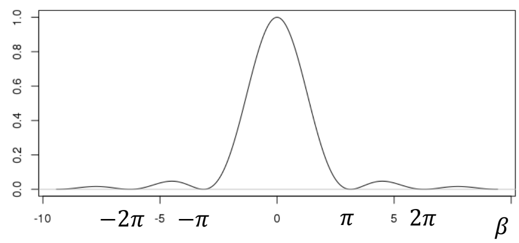
$$I_{Rendija} = \lim_{\substack{N\to\infty \\ d\to 0 \\ A\to 0 \\ Nd=D \\ NA=cte}} \frac{A^2}{2}\frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} = \frac{\mathcal{A}^2}{2}\frac{\sin^2\left(\frac{k\ D\ \sin\theta}{2}\right)}{\left(\frac{k\ D\ \sin\theta}{2}\right)^2} = \frac{\mathcal{A}^2}{2}\frac{\sin^2(\beta)}{\beta^2}$$

$$\beta = \frac{k\ D\ \sin\theta}{2}$$

$$I_{Rendija} = \frac{\mathcal{A}^2}{2}\frac{\sin^2(\beta)}{\beta^2}$$

N fuentes vs 1 rendija





$$I_R(\delta) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

$$\delta = k\ d\ \sin\theta$$

$\lim N \to \infty$
$\lim d \to 0$
$\lim A \to 0$

$$I_{Rendija} = \frac{(AN)^2}{2}\frac{\sin^2(\beta)}{\beta^2}$$

$$\beta = \frac{k\ D\ \sin\theta}{2}$$

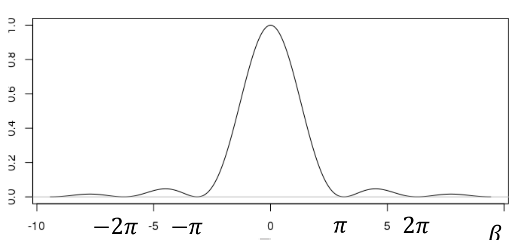
Ancho campana (minimos $\delta = \pm 2\pi/N$)

$$k\ d\ \sin\theta_{\min\pm} = \pm\frac{2\pi}{N} \qquad \sin\theta_{\min\pm} = \pm\frac{\lambda}{Nd}$$

(minimos $\beta = \pm\pi$)

$$\frac{\pi\ D\ \sin\theta_{min}}{\lambda} = \pm\pi \qquad \sin\theta_{min} = \pm\frac{\lambda}{D}$$

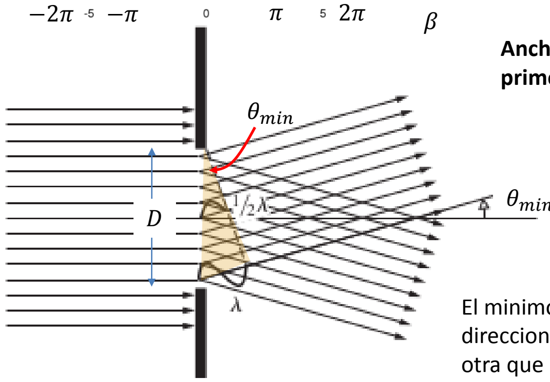
Entendamos los minimos de la rendija



$$I_{Rendija} = \frac{\mathcal{A}^2}{2}\frac{\sin^2(\beta)}{\beta^2} = \frac{\mathcal{A}^2}{2}\operatorname{sinc}^2\beta$$

con $\beta = \frac{k\ D\ \sin\theta}{2}$

manera ñoña de escribir $\frac{\sin^2(\beta)}{\beta^2}$



Ancho de la campana de difraccion: primeros minimos a izq y derecha

$$\beta = \pm\pi$$

$$\frac{\pi\ D\ \sin\theta_{min}}{\lambda} = \pm\pi$$

$$D \sin\theta_{min} = \pm\lambda$$

El minimo se produce porque en esta direccion, por cada fuente secundaria hay otra que emite a contrafase

Lo que acabamos de resolver es esto

$$I_{Rendija} = \frac{\mathcal{A}^2}{2}\frac{\sin^2(\beta)}{\beta^2} = \frac{\mathcal{A}^2}{2}\operatorname{sinc}^2\beta$$

con $\beta = \frac{k\ D\ \sin\theta}{2}$