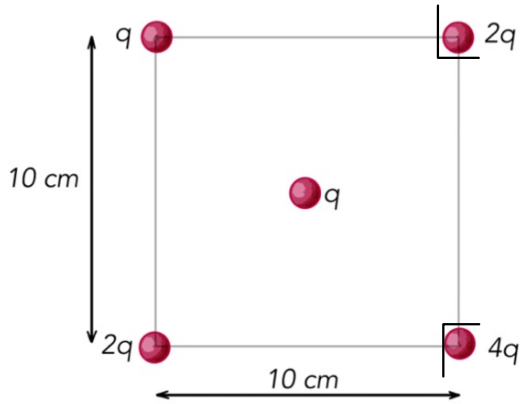
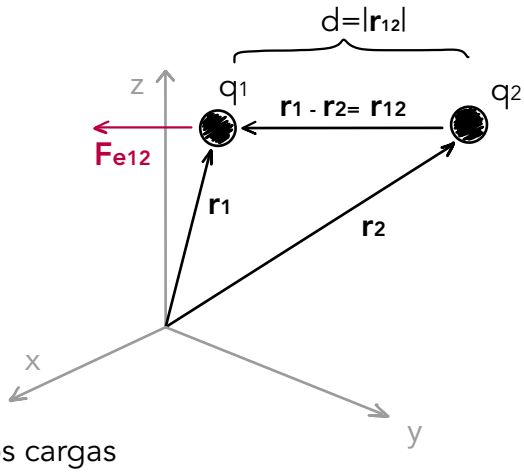
GUÍA 1: ELECTROSTÁTICA

Fuerza de Coulomb



Ejercicio 3: Halle la fuerza sobre una partícula de carga $q = \mu 1C$ colocada en el centro de un cuadrado de $10cm$ de lado en cuyos vértices se han ubicado partículas de cargas q, $2q$, $4q$ y $2q$ (ver figura). ¿Depende la fuerza del orden en que se ubican las cargas en los vértices?
Respuesta: $5.4N$ en dirección hacia la partícula de carga q.

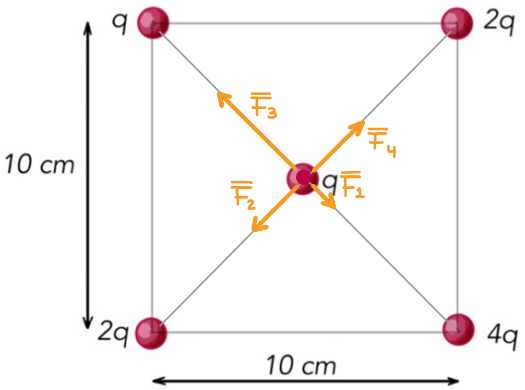


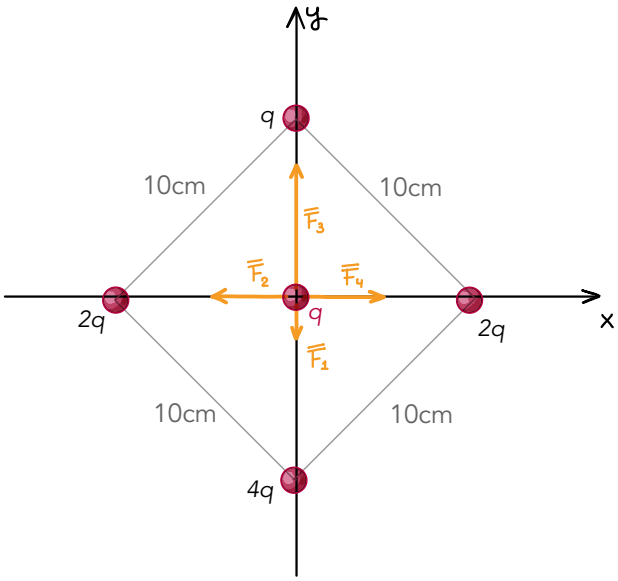
Fuerza de Coulomb

$$\mathbf{F}_{12} = k\,\frac{q_1 q_2}{d^2}\,\hat{r}_{12} \quad , \; k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

Resultado fenomenológico

- Decrece con la distancia
- Está en la dirección que une las dos cargas
- Su sentido lo determinan los signos de q_1 y q_2





Fuerza de Coulomb

$$\mathbf{F}_{21} = k\,\frac{q_1 q_2}{d^2}\,\hat{r}_{21} \quad , \quad k = 8.98\ 10^9\ \frac{N\,m^2}{C^2}$$

$$\bar{F}_1 = k\,\frac{q\,q}{d^2}\,(-\hat{y}) \qquad q = 1\mu C$$

$$\bar{F}_1 = = -k\,\frac{q^2}{d^2}\,\hat{y}$$

$$= -8{,}98\ 10^9\ \frac{Nm^2}{C^2}\ \frac{(1\mu C)^2}{(7{,}07cm)^2}\ \hat{y} \qquad 10^{-6}\,C \qquad 10^{-2}\,m$$

$$= -8{,}98\ 10^9\ \frac{Nm^2}{C^2}\ \frac{10^{-(2\cdot 6)}\ C^2}{7{,}07^2\ 10^{-(2\cdot 2)}\ m^2}\ \hat{y}$$

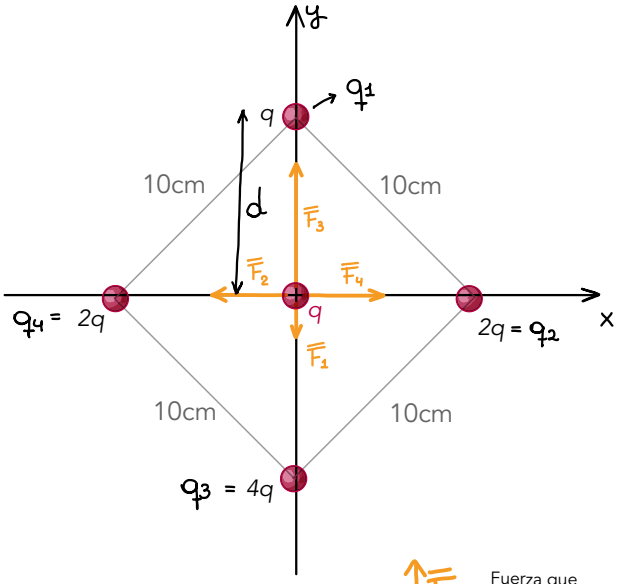
$$\bar{F}_1 = -1{,}8\,N\,\hat{y}$$

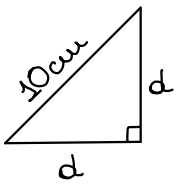
$$\bar{F}_2 = k\,\frac{q\cdot(2q)}{d^2}\,(-\hat{x}) = -2\,k\,q^2/d^2\ \hat{x}$$

$$= -3{,}6\,N\,\hat{x}$$

$$\bar{F}_3 = 7{,}2\,N\,\hat{y}$$

$$\bar{F}_4 = 3{,}6\,N\,\hat{x}$$





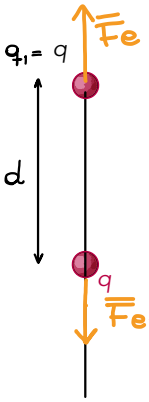
$$(10cm)^2 = d^2 + d^2$$

$$100\,cm^2 = 2d^2$$

$$50\,cm^2 = d^2$$

$$\sqrt{50}\,cm = d$$

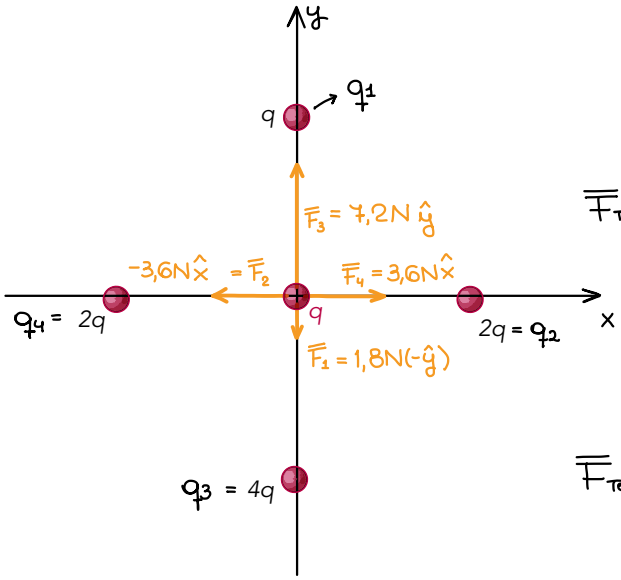
$$7{,}07\,cm \sim d$$



Fuerza que siente q1 Debido a que existe q2

$$\bar{F}_1 = k\cdot\frac{q_1\cdot q}{d^2}\ \hat{n}$$

$$= k\,q^2/d^2$$



$$\bar{F}_{TOT} = \cancel{3{,}6N\hat{x}} - \cancel{3{,}6N\hat{x}} + 7{,}2N\hat{y} - 1{,}8N\hat{y}$$

$$F_T = 5{,}4N\,\hat{y}$$

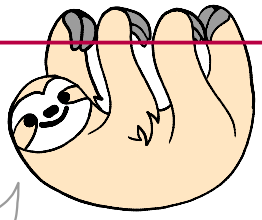
$$\bar{F}_{TOT} = (3{,}6N, 0) + (-3{,}6N, 0) + (0, 7{,}2N) + (0, -1{,}8N)$$

CAMPO ELÉCTRICO

$$\bar{E}(\bar{r}) = E_x(x,y,z)\hat{x} + E_y(x,y,z)\hat{y} + E_z(x,y,z)\hat{z}$$

$$\bar{E}(\bar{r}) = E_r(r,\varphi,z)\hat{r} + E_\varphi(r,\varphi,z)\hat{\varphi} + E_z(r,\varphi,z)\hat{z}$$

$$\bar{E}(\bar{r}) = E_r(r,\theta,\varphi)\hat{r} + E_\theta(r,\theta,\varphi)\hat{\theta} + E_\varphi(r,\theta,\ )\hat{\varphi}$$



El campo consiste en un conjunto de vectores cuya magnitud dirección y sentido dependen del punto del espacio en el cuál observemos el campo

Vamos a descomponer estos vectores en las direcciones dadas por los sistemas de coordenadas cartesianas, cilíndricas y esféricas. También vamos a usar estas coordenadas para describir la dependencia de las componentes en los puntos del espacio

Ley deGauss

$$\oint_S \bar{E}(\bar{r}) \cdot d\vec{S} = 4\pi k\, Q_{enc}$$

Flujo de campo a través de la superficie S

Carga encerrada por la superficie

No es la definición del campo sino una ley que éste satisface. Sin embargo vamos a tratar de encontrar el campo. E(r) "despejándolo" de ella

Para que la integral *flujo de campo* arroje algo de donde podamos "despejar" **E**(**r**), hay que:

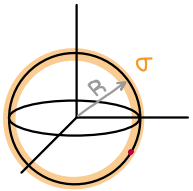
- Elegir superficies convenientes
- Eliminar dependencias y componentes (usando argumentos de simetría o de otro tipo)

La carga-fuente es simétrica respecto de una transformación ⟷ El campo generado por esa carga satisface alguna condición

Ejercicio 6: Para las siguientes configuraciones de carga, grafique las líneas de campo eléctrico y las equipotenciales .Calcule el campo eléctrico y el potencial en todo el espacio.

i. Un hilo recto infinito con densidad lineal uniforme λ.
ii. Una superficie esférica de radio R con densidad superficial uniforme σ.
iii. Una esfera maciza de radio R con densidad volumétrica uniforme ρ.
iv. Un plano infinito con densidad superficial uniforme σ.
v. Un cilindro hueco infinito con densidad superficial uniforme σ.
vi. Un cilindro macizo infinito con densidad volumétrica uniforme ρ.

b)



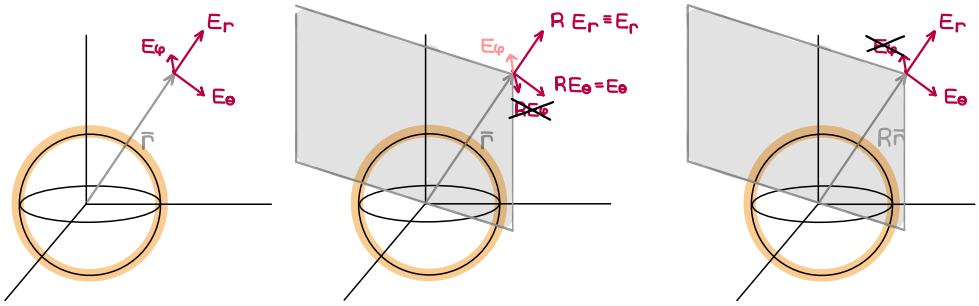
I) simetrías de las fuentes
i) rotación en torno a cualquier eje que pase por el centro de la esfera
ii) reflexiones respecto de cualquier plano que contenga al eje z

Condición

ii) $R\bar{E}(\bar{r}) = \bar{E}(R\bar{r})$

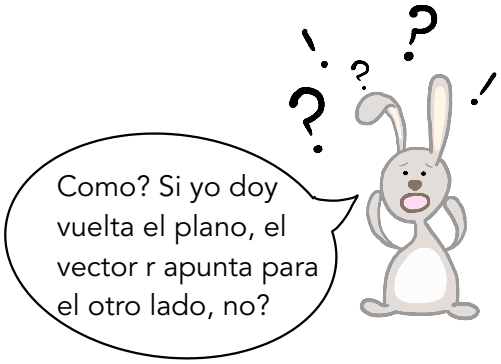
Vector que se obtiene evaluando el campo en el punto reflejado **Rr**

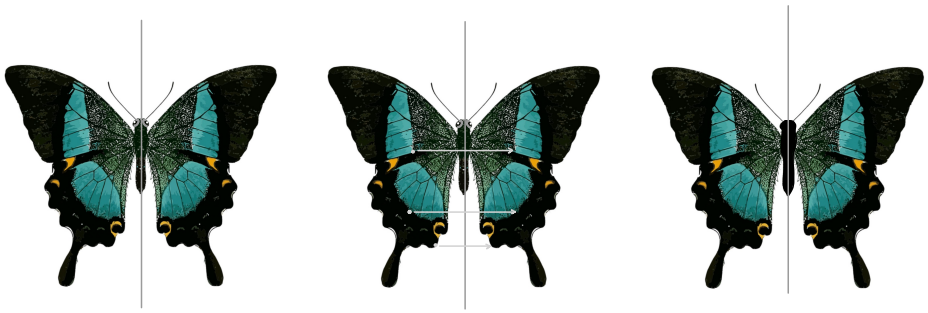
Reflejar el vector que se obtiene evaluando el campo **E**(**r**) en un punto **r**



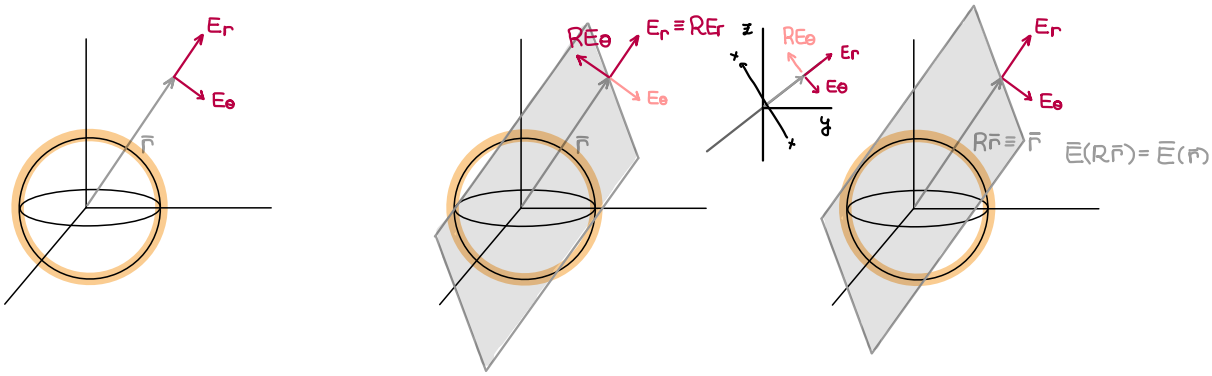
$$\underbrace{R\bar{E}(\bar{r}) = \bar{E}(R\bar{r})}$$

$$E_\varphi(\bar{r}) = 0$$
$$\Downarrow$$
$$\bar{E}(\bar{r}) = E_r(\bar{r})\,\hat{r} + E_\theta(\bar{r})\,\hat{\theta}$$





Mariposa. Reflejada Rotada 180°
quedo de cara al PDF!



$$\underbrace{R\bar{E}(\bar{r}) \qquad = \qquad \bar{E}(R\bar{r})}_{E_\theta(\bar{r})=0}$$

$$\Downarrow$$

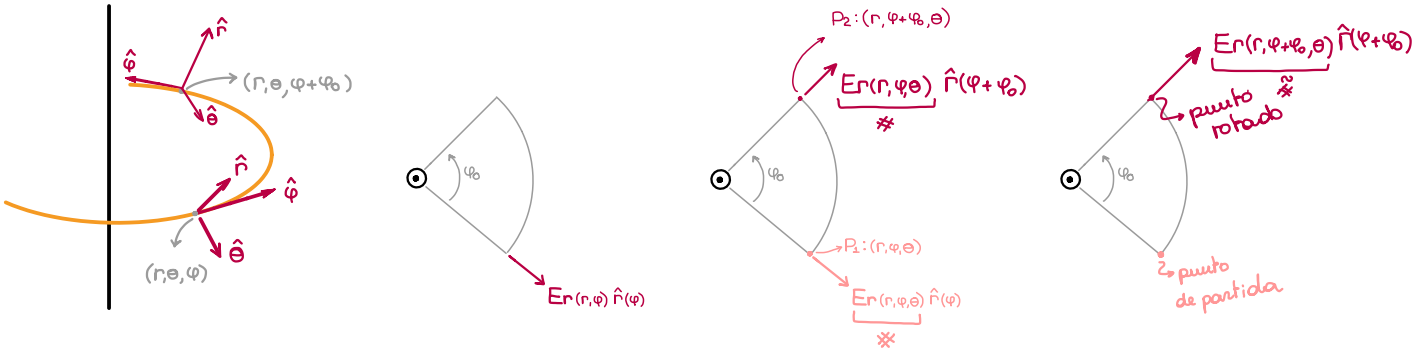
$$\bar{E}(\bar{r}) = E_r(\bar{r})\,\hat{r}$$

Condición

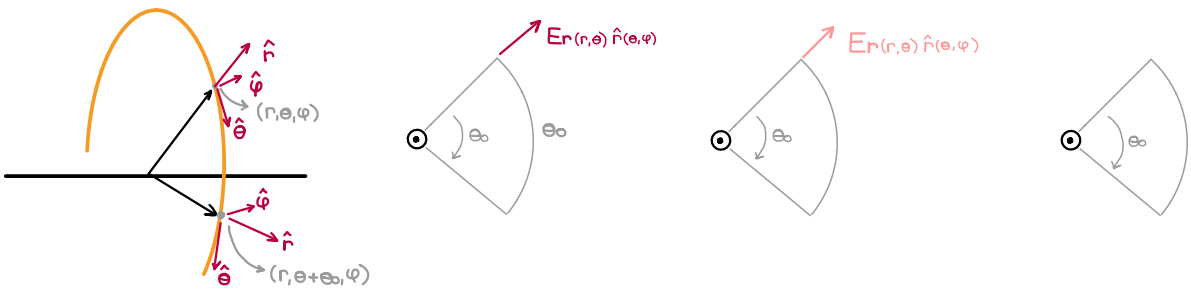
i) $R\bar{E}(\bar{r}) = \bar{E}(R\bar{r})$

Vector que se obtiene evaluando el campo en el punto rotado **Rr**

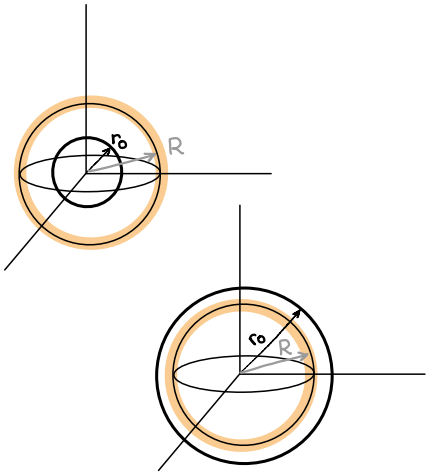
Rotar el vector que se obtiene evaluando el campo **E**(**r**) en un punto **r**



$$\bar{E}(r,\varphi,\theta) = E_r(r,\theta)\,\hat{r}$$



$$\bar{E}(\bar{r}) = E_r(r)\,\hat{r}$$



II) Ley deGauss

Tomando como volumen una esfera radio ro

$$\oint_{\partial V} \bar{E}(\bar{r})\cdot d\vec{S} = 4\pi k\, Q_{enc}$$

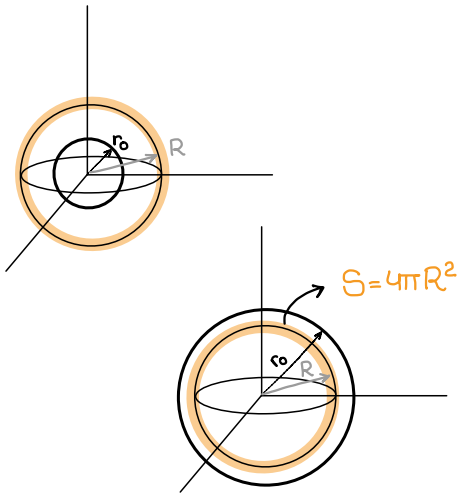
$$\int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi}\int_{\theta=0}^{\theta=\pi} E_r(r_0)\,\hat{r}\cdot\left(r_0^2 \sin\theta\, d\varphi\, d\theta\, \hat{r}\right) = 4\pi k\, Q_{enc}$$

$$E_r(r_0)\int_{\varphi=0}^{\varphi=2\pi}\int_{\theta=0}^{\theta=\pi} r_0^2 \sin\theta\, d\varphi\, d\theta\, \underbrace{(\hat{r}\cdot\hat{r})}_{=1} = 4\pi k\, Q_{enc}$$

$$E_r(r_0)\, r_0^2 \underbrace{\left(\int_0^{2\pi} d\varphi\right)}_{=2\pi}\underbrace{\left(\int_0^{\pi} \sin\theta\, d\theta\right)}_{=-\cos\theta\big|_0^{\pi} = 1-(-1)=2} = 4\pi k\, Q_{enc}$$

$$E_r(r_0)\, r_0^2\, \cancel{4\pi} = \cancel{4\pi} k\, Q_{enc}$$

$$E_r(r_0) = k\frac{Q_{enc}}{r_0^2}$$



La carga encerrada varía según el radio r_0 de la esfera tomada para aplicar el teorema

$$r_0 < R \Rightarrow Q_{enc} = 0 \Rightarrow \bar{E} = 0$$

$$r_0 > R \Rightarrow Q_{enc} = \sigma\cdot S = 4\pi R^2\sigma \Rightarrow \bar{E}(r_0) = 4\pi k\sigma\frac{R^2}{r^2}\hat{r}$$

$$\bar{E}(\bar{r}) = \begin{cases} 0 & r<R \\ 4\pi k\sigma\dfrac{R^2}{r^2}\hat{r} & r>R \end{cases}$$