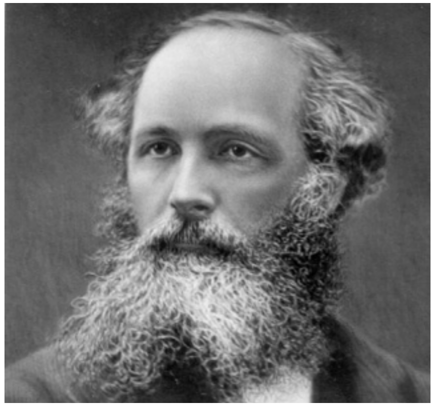
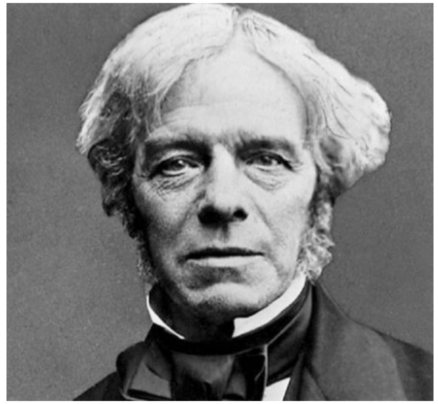
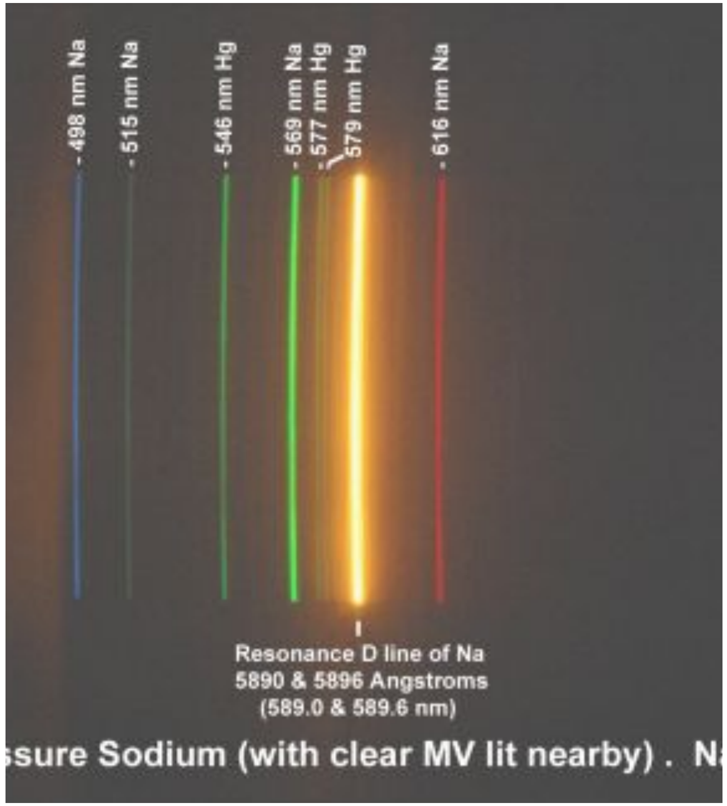
Electromagnetismo
y Óptica

Verano 2022







Condiciones para aprobar la materia

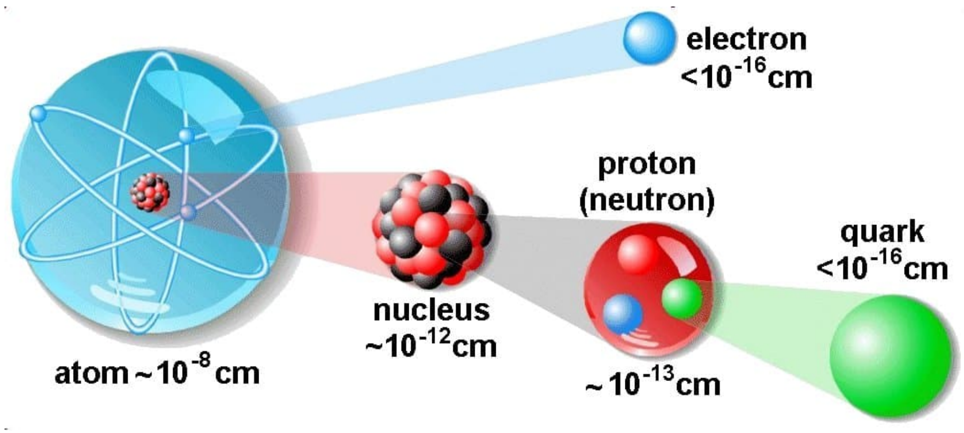
- Los trabajos prácticos de la materia se aprueban aprobando el Laboratorio y los dos parciales o sus correspondientes recuperatorios
- Los parciales / recuperatorios se aprueban con 6 o mas. No se recuperan temas aislados si no todos los temas incluidos en el parcial correspondiente.
- La nota del recuperatorio reemplaza a la del parcial siempre.
- La materia se aprueba habiendo aprobado los TP con un examen final donde entran todos los temas de las tres partes (teórica, práctica y laboratorio)

La electricidad y el magnetismo nos rodea

- Luz eléctrica, celulares, computadores
- La luz es un fenómeno electromagnético
- Los colores del arcoíris se deben al EM.
- Autos, aviones, caballos
- Neuronas
- Átomos, moléculas
- Reacciones químicas
- Las estrellas no podrían brillar sin EM.
- No podríamos ver
- El corazón no podría latir.
- No podríamos pensar sin electricidad.

El átomo

- Núcleo muy pequeño (10^{-12} cm)
  - Protones cargado positivamente
  - Neutrones
  - Masa de cada uno: 1.7 10^{-27} kg
- Nube de electrones negativos 10^{-8} cm. Masa: 9.1 10^{-31} kg
- La carga es la misma para electrones y protones: 1.6 10^{-19} C.
- Átomo neutro: igual numero de iones y electrones.



Breve historia del EM

Benjamin Franklin (1706-1790)

- 600 AC ámbar (‘elektron’ en griego)

frotado atraía hojas.

- Siglo XVI: Más sustancias similares: Vidrio, azufre.
- Siglo XVIII: dos tipos: vidrio (A) Ámbar (B)
- A repele A, B repele B, pero A atrae B
- Benjamin Franklin
  - Toda sustancia esta penetrada por fuego eléctrico o fluido eléctrico. Estableció convención de signos. Exceso de fuego=positivo, defecto=negativo. Vidrio positivo.
  - Cuanto más fuego, mayor la fuerza. Cuanto más cerca están los objetos, mayor es la fuerza.

Breve historia del Electromagnetismo

- 1770-90: Cavendish y Coulomb establecen los fundamentos de la electrostática.
- 1820: Oersted establece conexión entre magnetismo y corriente eléctrica.
- 1820s: Ampère identifica a las corrientes como la fuente de todo magnetismo (incluso imanes).
- 1831: Faraday descubre que campos magnéticos variables en el tiempo son fuente de campos eléctricos.
- 1864: Maxwell junta todo en cuatro ecuaciones
- 1887: Hertz demuestra la existencia de radiación electromagnética.

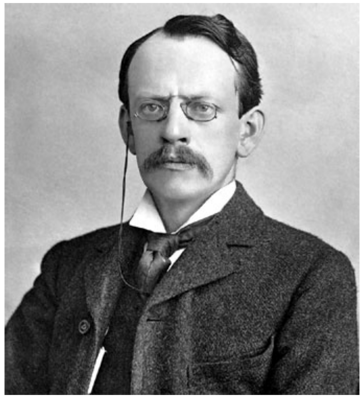
Electrostática

La carga eléctrica

Electrostática

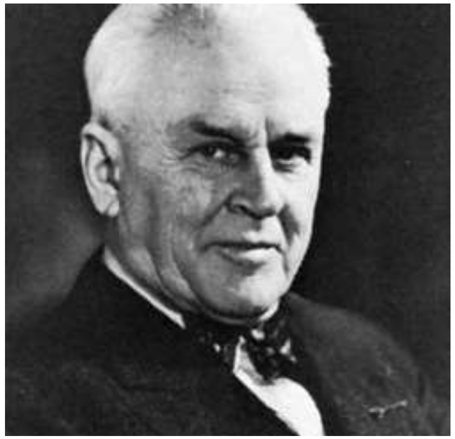
Experimentos fundacionales

- Descubrimiento de los protones (Goldstein,1886; Rutherford 1899).
- Descubrimiento del electrón a partir de rayos catódicos (Thomson, 1896)
- Modelo del átomo como núcleo y electrones (Rutherford, 1911)
- Cuantización de la carga (Milikan & Fletcher 1909).



Joseph Thomson

Ernest Rutherford



Robert Milikan

La carga eléctrica

- Característica fundamental de la materia, junto con la masa. Existe en dos versiones: positiva y negativa
- Los portadores de carga son los **protones (positiva)** y los **electrones (negativa)**. Ambos tienen carga
$$|e| = 1.6\ 10^{-19}\ C$$
- En átomos y moléculas neutros las cargas positivas y negativas se compensan.
- Un exceso de carga en un cuerpo implica que éste está cargado con una carga Q.

Leyes fundamentales de la electrostática

- **Ley de cuantización de la carga :**

Toda carga Q es siempre múltiplo entero de la carga elemental *e.*

- **Ley de conservación de la carga**:

La carga eléctrica neta de un sistema aislado es siempre la misma.

- **Ley de Coulomb**:

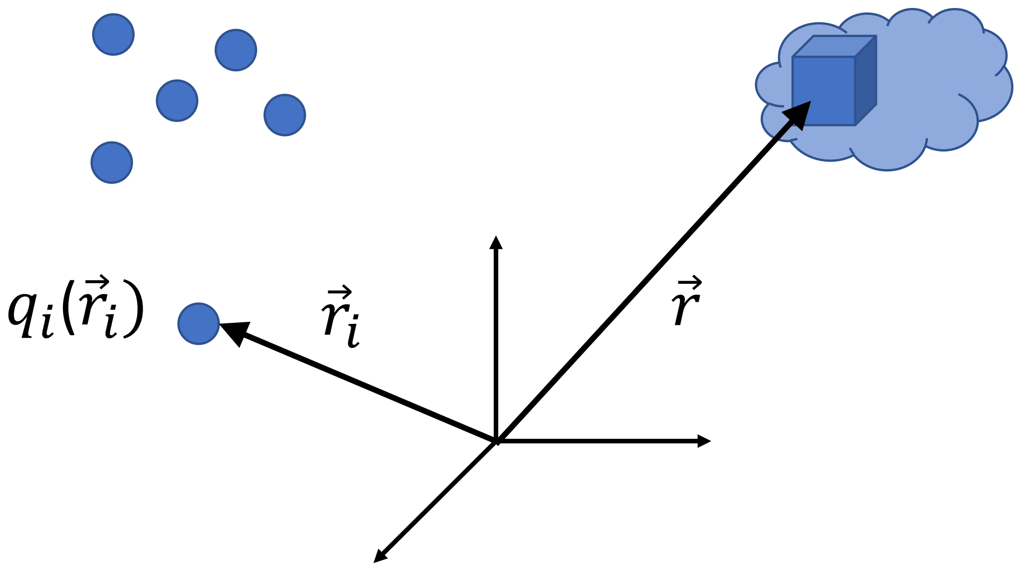
Dos cargas eléctricas en reposo se repelen o atraen entre sí con una fuerza proporcional al producto de sus cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.

Representaciones de la carga

Puntuales
(discretas)

Distribución contínua
de cargas

$$dq(\vec{r}) = \rho(\vec{r})\, dV$$

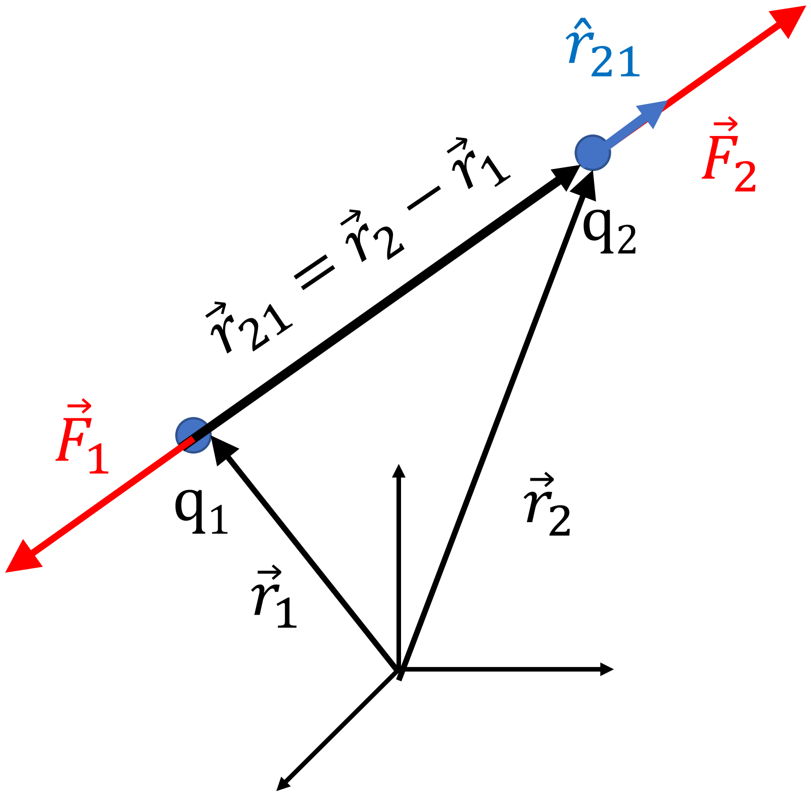


Ley de Coulomb

Charles Augustin de Coulomb
1736-1806

Electrostática

Ley de Coulomb



- La fuerza experimentada por q_2:

$$\vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2 \hat{r}_{21}}{r_{21}^2}$$

$\hat{r}_{21}$ es el vector unitario de q_1a q_2

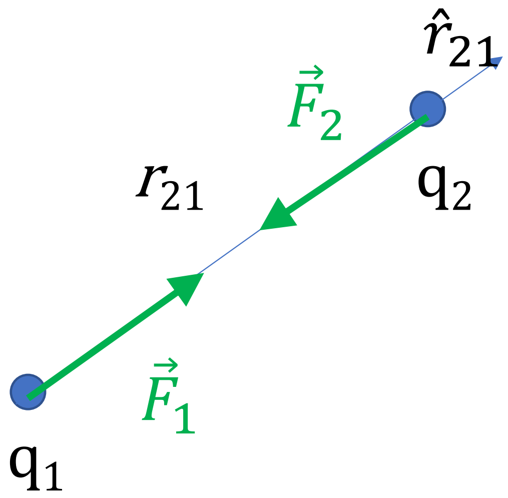
$$\hat{r}_{21} = \frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}$$

- La fuerza eléctrica es Newtoniana

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$$

- **Cargas de igual signo se repelen**

Ley de Coulomb



- La fuerza experimentada por q_2:

$$\vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2 \hat{r}_{21}}{{r_{21}}^2}$$

$\hat{r}_{21}$ es el vector unitario de q_1 a q_2

- La fuerza eléctrica es Newtoniana

$$\vec{F}_2 = -\vec{F}_1$$

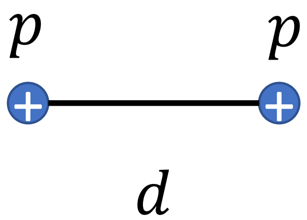
- **Cargas de signo opuesto se atraen**

Factor de proporcionalidad

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9\ 10^9 Nm^2C^{-2}$$

ϵ_0 es la permitividad del vacío

Fuerza eléctrica vs gravedad



- Supongamos dos protones separados por una distancia d.
- Calculemos el módulo de la fuerza de Coulomb entre ellos

$$9\times10^{9}\,\frac{(1{,}6\times10^{-19})^{2}}{d^{2}}=\frac{2{,}3\times10^{-28}}{d^{2}}$$

- El módulo de la fuerza gravitatoria entre ellos es:

$$6{,}7\times10^{-11}\,\frac{(1{,}7\times10^{-27})^{2}}{d^{2}}=\frac{1{,}9\times10^{-64}}{d^{2}}$$

- La diferencia de es de 36 órdenes de magnitud!

Fuerza eléctrica versus fuerzas nucleares

- ¿Cuánto vale la fuerza de Coulomb entre dos protones en el núcleo atómico?
- Usar $d = 10^{-12} cm$

Escalas y fuerzas

- A nivel atómico lo que mantiene la materia unida es la fuerza eléctrica

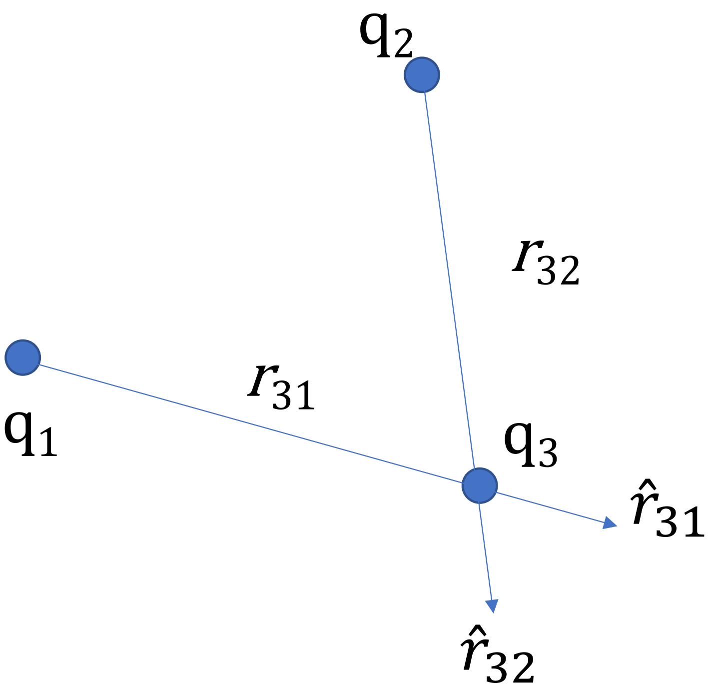
- A gran escala estrellas, planetas y galaxias es la fuerza gravitatoria.

- ¿Por qué? Porque hay poca carga por unidad de masa en cuerpos celestes.

- La Tierra o Marte tienen una carga neta de 400000 C lo cual es poco comparado con su masa.

Principio de superposición

La fuerza con la que dos cargas interaccionan no se modifica por la presencia de una tercera



- COROLARIO:

La fuerza experimentada por q_3 es la suma vectorial de las fuerzas de interacción entre q_1 y q_3 ,y q_2 y q_3

$$\vec{F}_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{q_1 q_3 \hat{r}_{31}}{r_{31}^2} + \frac{q_2 q_3 \hat{r}_{32}}{r_{32}^2}\right]$$

Fuerza del par q_1 q_3

Fuerza del par q_2 q_3

La energía potencial electrostática

Electrostática

Energía potencial electrostática

- **La fuerza de Coulomb es conservativa**.
- El **trabajo que debe darse al sistema para atraer dos cargas q_1 y q_2** inicialmente muy lejanas, hasta una distancia r_{12} es:

$$W = \int_{posición\ inicial}^{posición\ final} \overrightarrow{F_2} \cdot \overrightarrow{ds}$$

Diferencial de camino

- Nos paramos en q_1.
- Desde ahí, la fuerza sobre q_2 es:

$$\vec{F}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2 \hat{r}}{r^2}$$

Energía potencial electrostática

- Vamos a traer q_2 en línea radial desde q_1
- El diferencial de camino radial en coordenadas esféricas es $\overrightarrow{ds} = -dr\,\hat{r}$ porque voy trayendo q_2 desde muy lejos. Entonces:

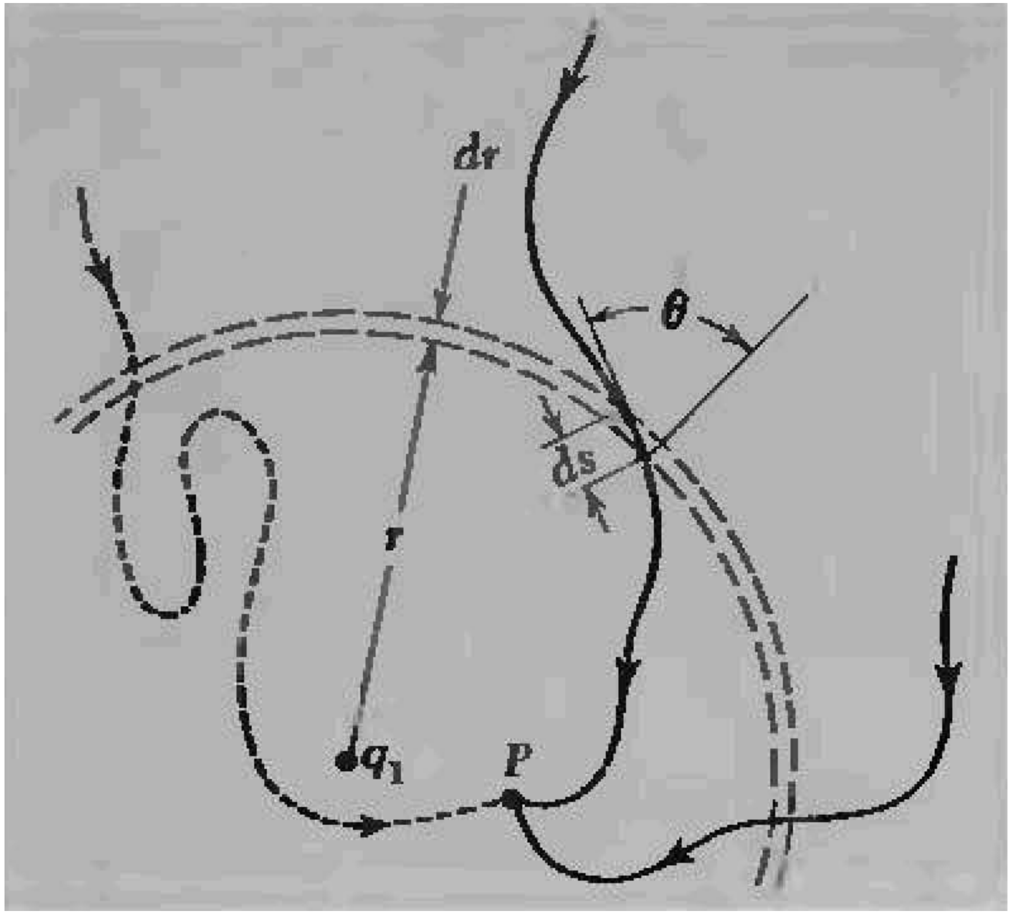
$$W = \int_{posición\ inicial}^{posición\ final} \overrightarrow{F_2} \cdot \overrightarrow{ds} = \int_{\infty}^{r_{12}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2 (\hat{r} \cdot (-dr)\hat{r})}{r^2}$$

- Como $\hat{r} \cdot \hat{r} = 1$

$$W = \int_{\infty}^{r_{12}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2 (-dr)}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

W > 0 para signos de cargas iguales,

W < 0 para signos de cargas opuestos

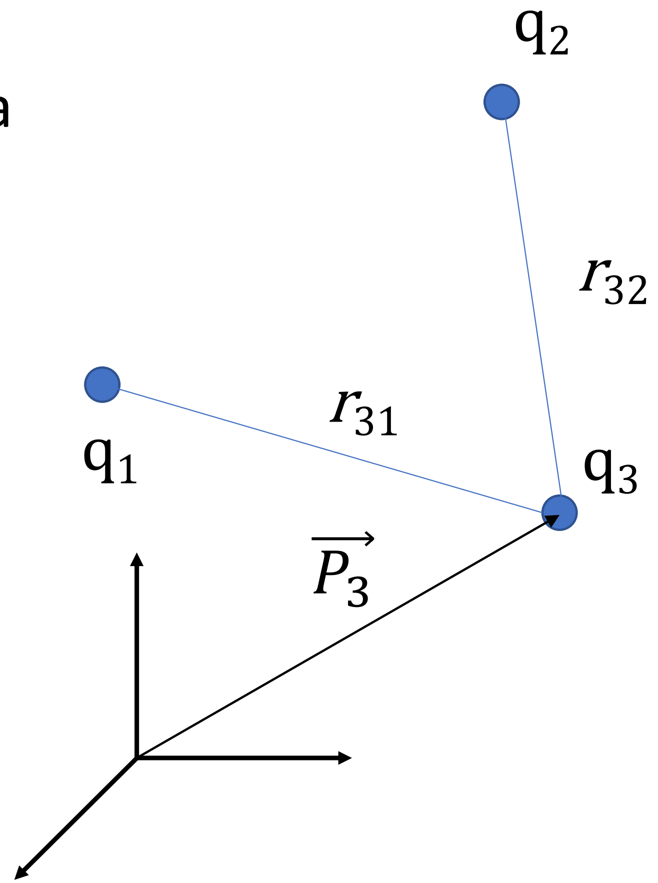


Debido a que la fuerza electrostática es central, los tramos de diferentes caminos entre r y $r+dr$ requieren el mismo trabajo

Energía de un sistema de cargas

Calculemos la energía que insume armar un sistema de cargas puntuales. Acerquemos una tercera carga q_3 desde muy lejos hasta $\overrightarrow{P_3}$.

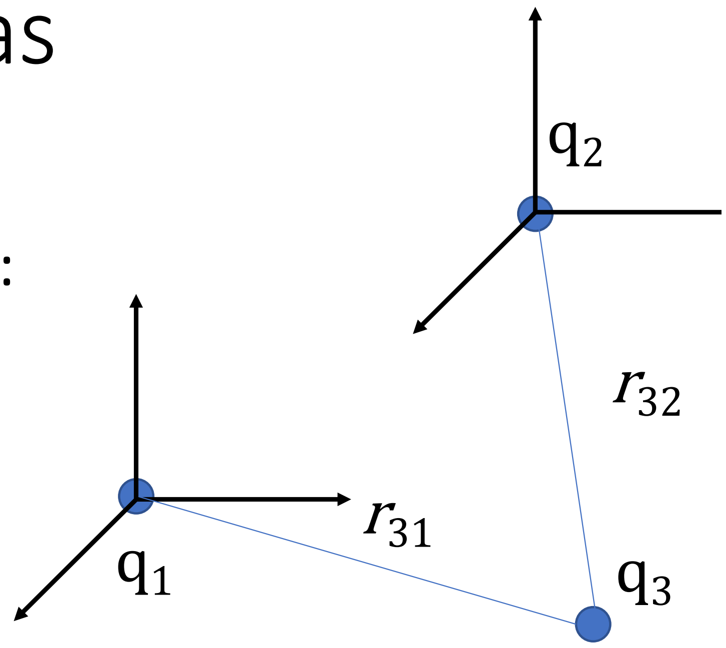
$$W = -\int_{\infty}^{P_3} \vec{F}_3 \cdot \overrightarrow{ds} = -\int_{\infty}^{P_3} \vec{F}_{31} \cdot \overrightarrow{ds} - \int_{\infty}^{P_3} \vec{F}_{32} \cdot \overrightarrow{ds}$$



Donde $\vec{F}_{31}$ y $\vec{F}_{32}$ son las fuerzas que siente q_3 a causa de q_1 y q_2 respectivamente

Energía de un sistema de 3 cargas

Parándonos en q_1 y q_2 respectivamente, W queda:



$$W = \int_{\infty}^{r_{31}} \vec{F}_{31} \cdot \overrightarrow{ds'} + \int_{\infty}^{r_{32}} \vec{F}_{32} \cdot \overrightarrow{ds''} =$$

$$= \int_{\infty}^{r_{31}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_3 \widehat{r'}}{r'^2} \cdot \overrightarrow{ds'} + \int_{\infty}^{r_{32}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_2 q_3 \widehat{r''}}{r''^2} \cdot \overrightarrow{ds''}$$

Energía de un sistema de 3 cargas

$$W = -\int_{\infty}^{r_{31}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_3 dr'}{r'^2} - \int_{\infty}^{r_{32}} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2 q_3 dr''}{r''^2} = \underbrace{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_3}{r_{31}}}_{W_{31}} + \underbrace{\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_2 q_3}{r_{32}}}_{W_{32}}$$

- El trabajo para llevar q_3 a $\overrightarrow{P_3}$ es la suma del trabajo cuando solamente está q_1 y cuando solamente está q_2.
- Entonces el trabajo total cedido al sistema para reunir las tres cargas es igual a la energía electrostática acumulada U

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{q_1 q_2}{r_{21}} + \frac{q_1 q_3}{r_{31}} + \frac{q_2 q_3}{r_{32}}\right]$$

La energía potencial eléctrica U de un sistema

- No depende del orden de colocación de las cargas
- Es independiente del camino seguido por cada carga

Dependerá únicamente de la disposición final de las cargas

Energía de un sistema de N cargas

- La expresión general queda:

$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{N}\sum_{k\neq j}\frac{q_j q_k}{r_{jk}}$$

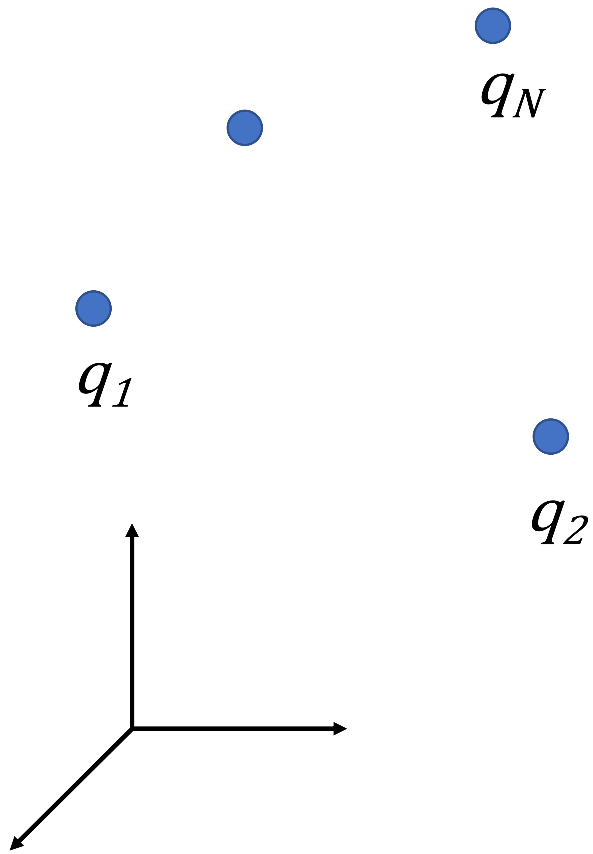
- La doble sumatoria significa:
  - tomar j=1 y sumar para k=2,3,4…N,
  - luego tomar j=2 y sumar para k= 1, 3, 4… N y así sucesivamente hasta j=N.
- El ½ aparece porque los términos con cargas j y k aparecen dos veces como jk y kj.

El Campo Eléctrico

Electrostática

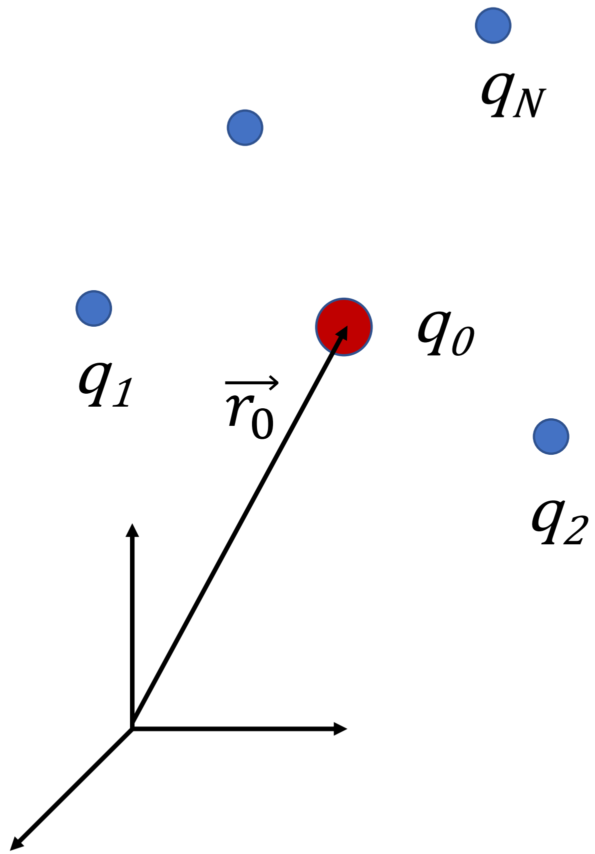
El campo eléctrico

- Supongamos una distribución de cargas q_1, q_2... q_N fijas.



El campo eléctrico

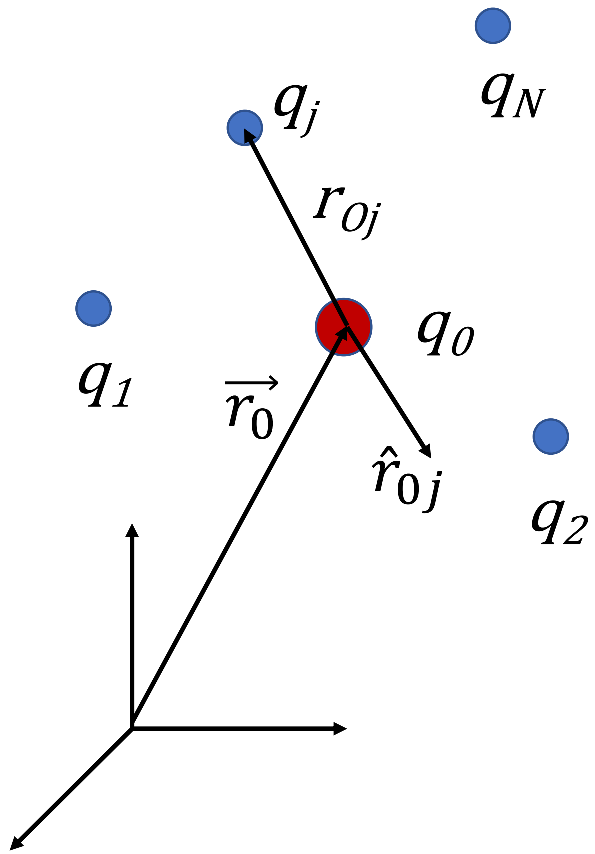
- Supongamos una distribución de cargas q_1, q_2... q_N fijas.
- Nos interesa saber la fuerza resultante sobre una carga q_0 que se agrega en la posición $\overrightarrow{r_0}$



El campo eléctrico

- Supongamos una distribución de cargas q_1, q_2... q_N fijas.
- Nos interesa saber la fuerza resultante sobre una carga q_0 que se agrega en la posición $\overrightarrow{r_0}$

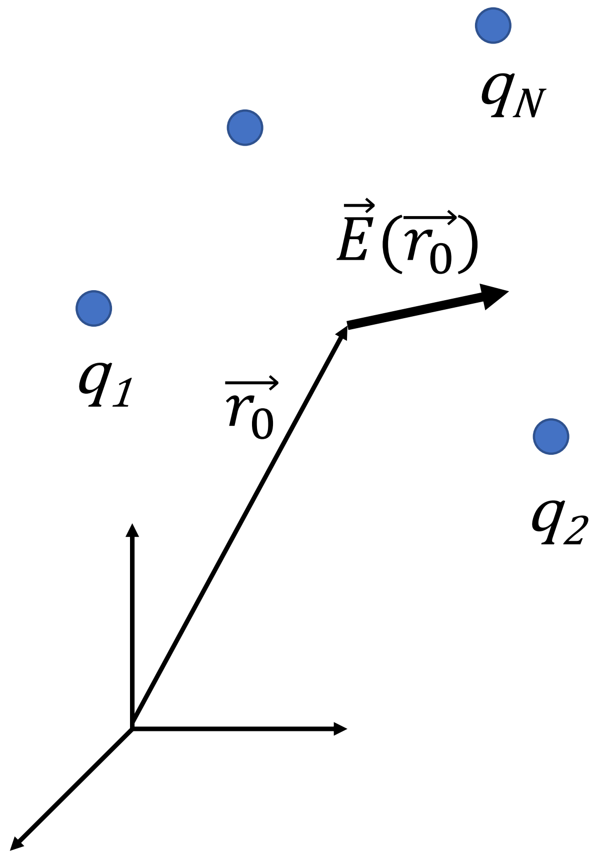
$$\vec{F}_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{j=1}^{N}\frac{q_0 q_j \hat{r}_{0j}}{r_{0j}^2}$$

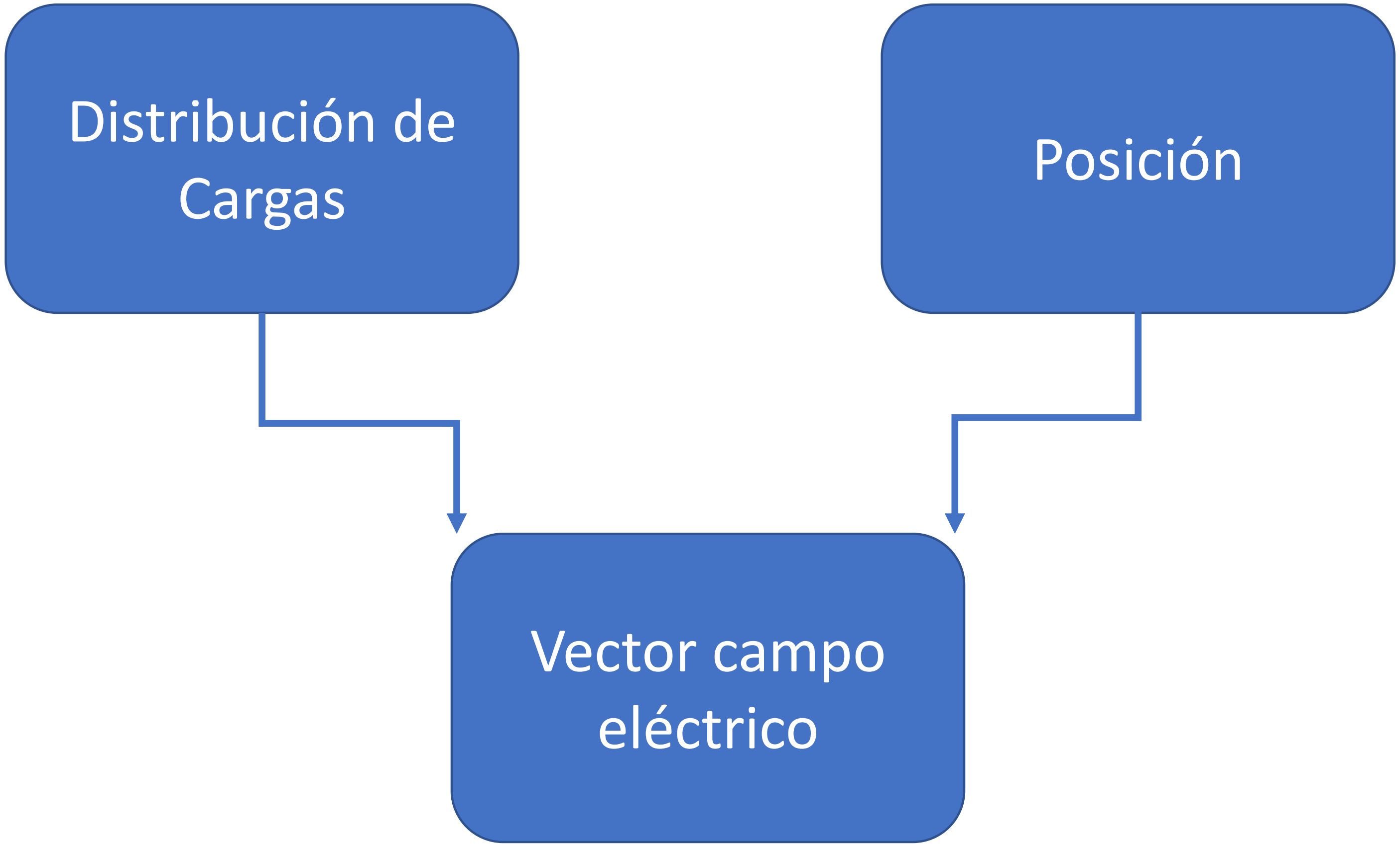


El campo eléctrico

- Si dividimos $\vec{F}_0$ por q_0 nos queda una cantidad vectorial dependiente del sistema de cargas y de la posición $\overrightarrow{r_0}$.
- Esta cantidad es el campo eléctrico $\vec{E}$ generado por el sistema de cargas en el punto $\overrightarrow{r_0}$:

$$\vec{E}(\overrightarrow{r_0}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{j=1}^{N}\frac{q_j\hat{r}_{0j}}{r_{0j}^2}$$



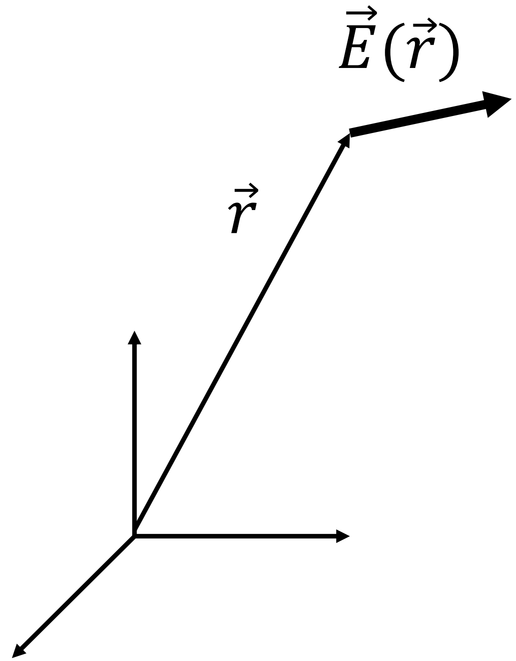

Distribución de Cargas
Posición
Vector campo eléctrico

Propiedades del campo eléctrico

- Es un vector $\vec{E}$ definido en cada punto del espacio. A cada posición $\vec{r}$ le asignaremos una flecha $\vec{E}(\vec{r})$ (vector).

- La dirección e intensidad dependerá de la posición pero también de las cargas que hay en el espacio.

- Su intensidad se mide en N/C ó como veremos más adelante en Volt /m

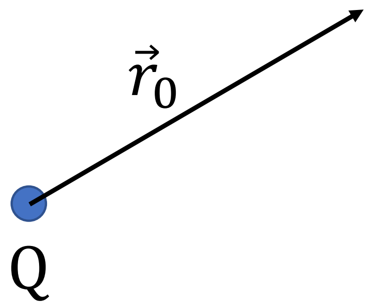


Campo de una carga Q

- El campo generado por una carga Q en la posición $\overrightarrow{r_0}$ medida desde ella es:

$$\vec{E}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r_0^2}\,\hat{r}_0$$

- $\hat{r}_0$ es un vector de módulo 1 que apunta en la dirección de $\vec{r}_0$.

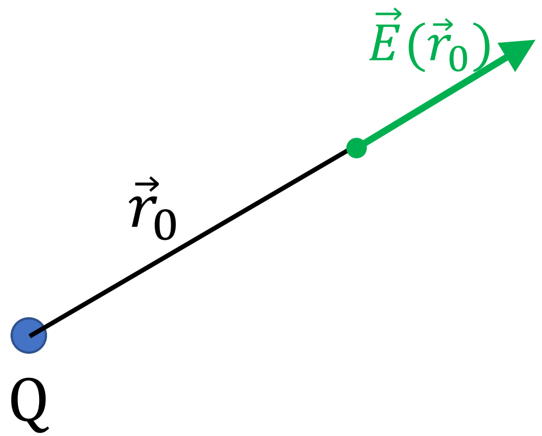


Campo de una carga Q

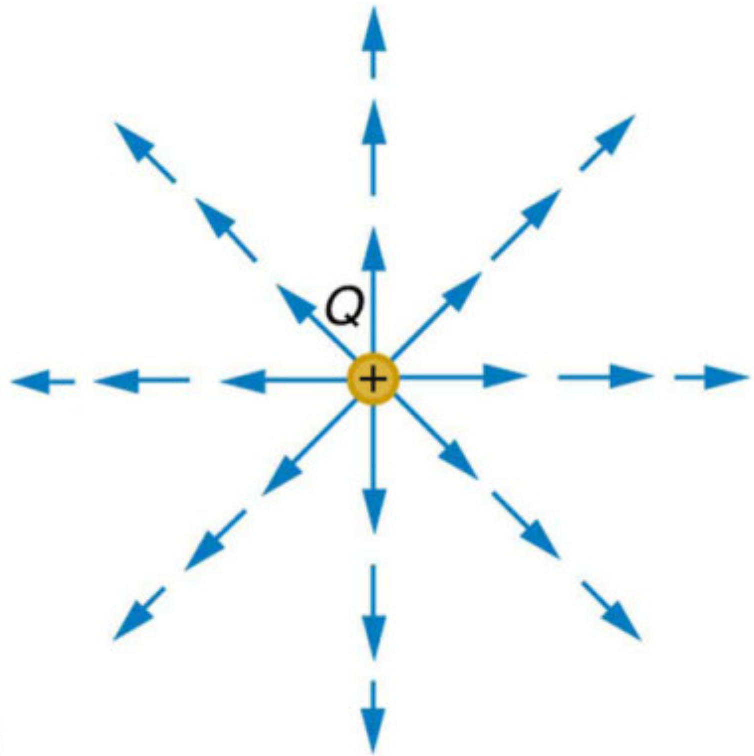
- El campo generado por una carga Q en la posición $\overrightarrow{r_0}$ medida desde ella es:

$$\vec{E}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r_0^2}\,\hat{r}_0$$

- $\hat{r}_0$ es un vector de módulo 1 (versor) que apunta en la dirección de $\vec{r}_0$.



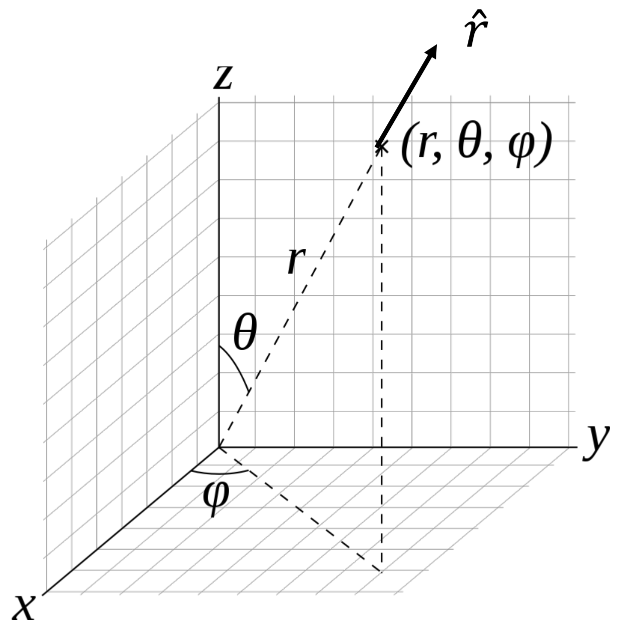
Campo de una carga Q>0



Campo de una carga Q

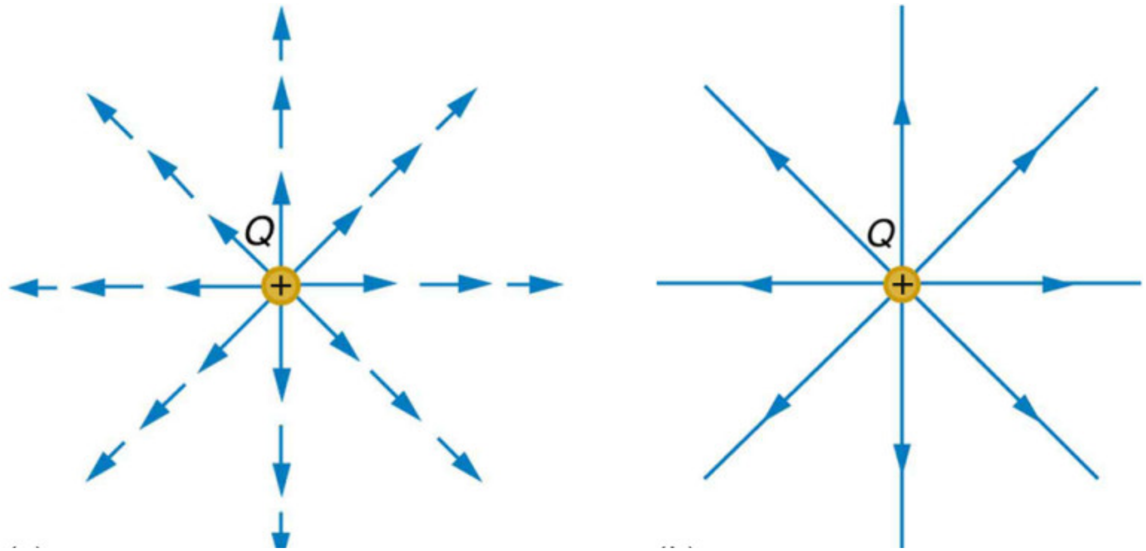
- En coordenadas esféricas (r, θ, φ) con la carga en el origen:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$



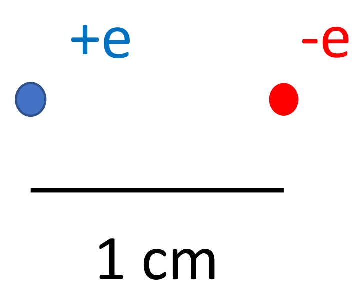
Líneas de campo de una carga Q

- Líneas que tienen al campo $\vec{E}$ como vectores tangentes.
- Densidad de líneas indica intensidad.



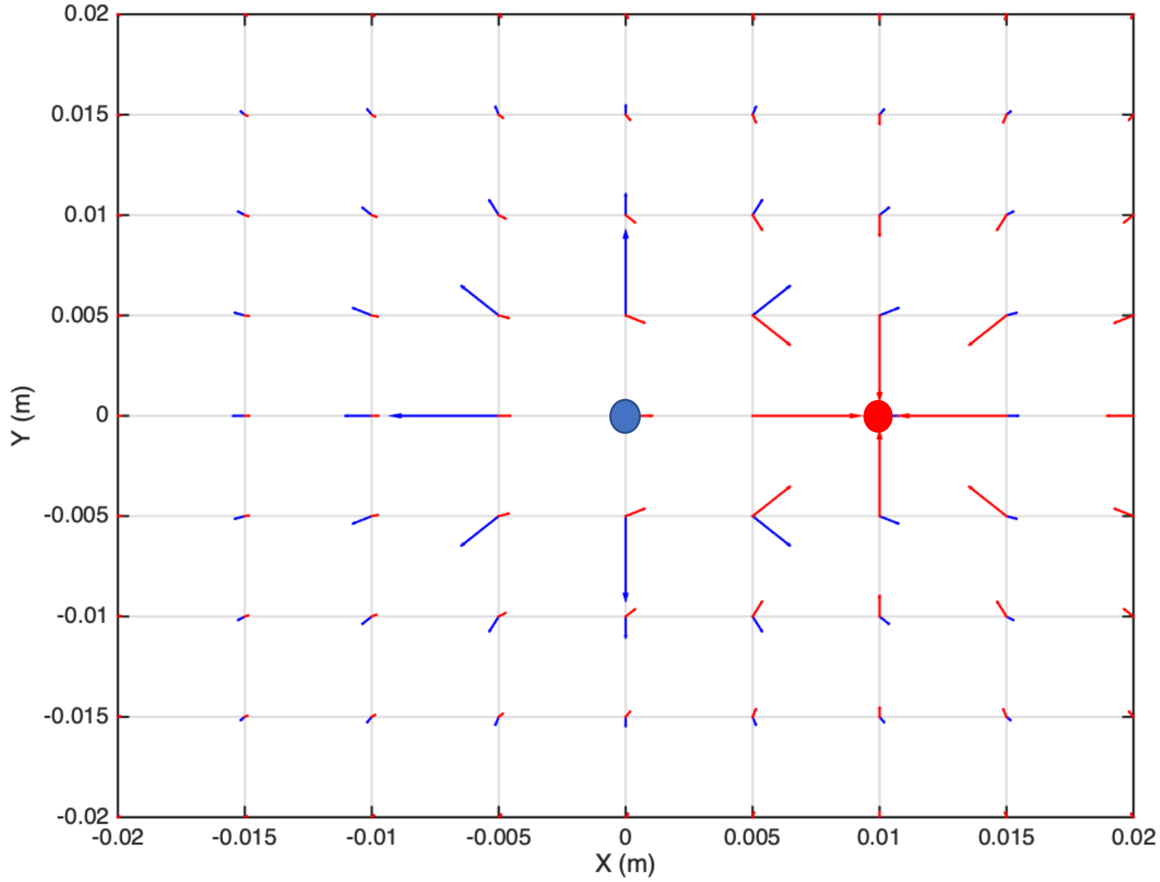
Campo de dos cargas

- Una carga +e en (0,0).
- Una carga –e en (1 cm).



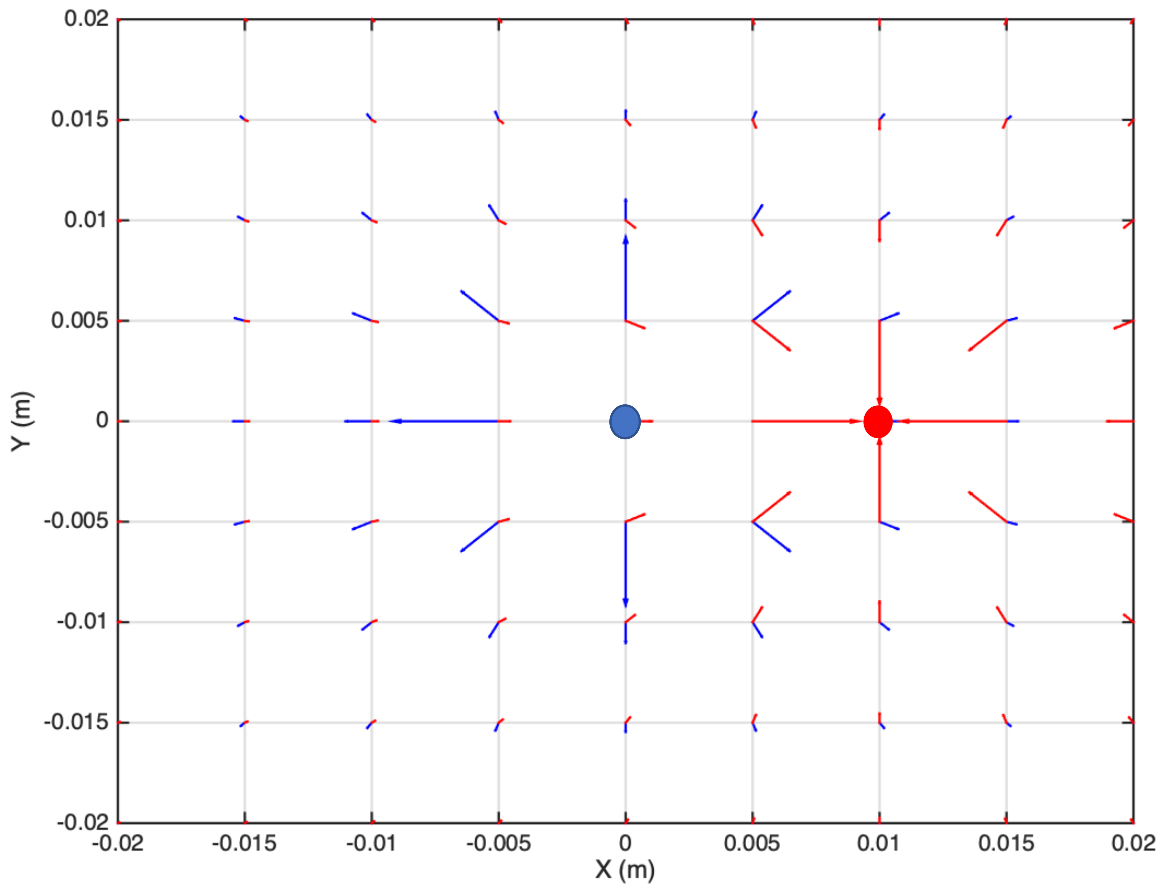
Campo de dos cargas

- Una carga +e en (0,0).
- Una carga –e en (0,1 cm).



Campo de dos cargas

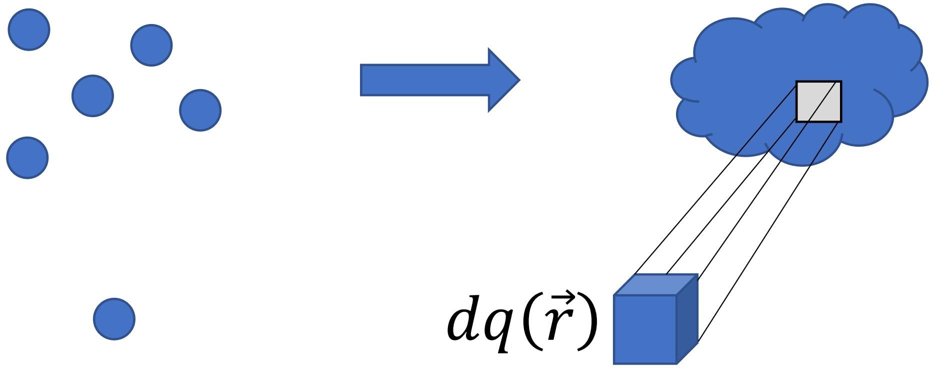
- Una carga +e en (0,0).
- Una carga –e en (0,1 cm).
- El campo total en cada punto es la suma vectorial de los campos de cada carga.



Distribuciones de cargas

DISCRETA

CONTINUA



Carga puntual en punto $\vec{r}$

Diferencial de carga en el punto $\vec{r}$

$$Q$$

$$dq(\vec{r}) = \rho(\vec{r})\, dV$$

Densidad de carga en $\vec{r}$

Diferencial de volumen en el punto $\vec{r}$

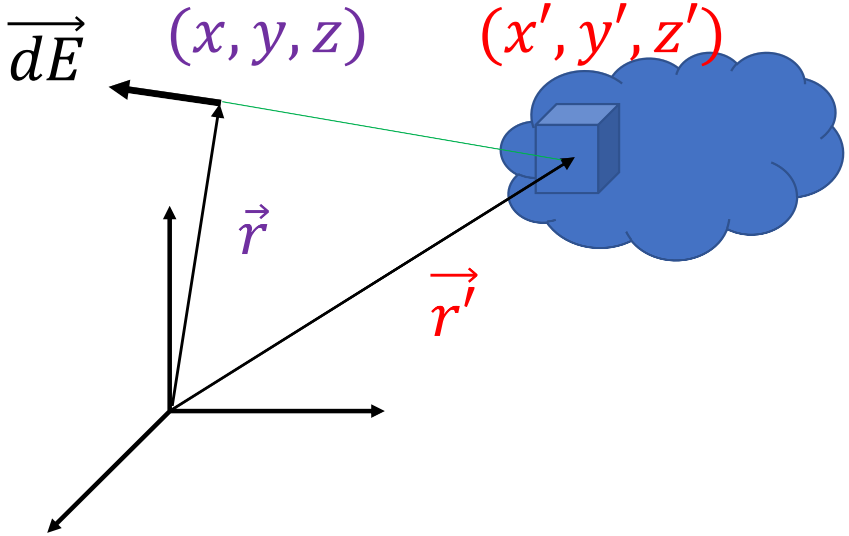
Campo eléctrico de una distribución

- Vimos que para N cargas puntuales en posiciones $\overrightarrow{r_j}$, el campo $\vec{E}$ en el punto $\overrightarrow{r_0}$

$$\vec{E}(\overrightarrow{r_0}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{j=1}^{N}\frac{q_j\hat{r}_{0j}}{r_{0j}^2}$$

- Donde $\hat{r}_{0j}$ es un vector unitario que apunta desde $\overrightarrow{r_0}$ hasta $\overrightarrow{r_j}$. Equivalentemente:

$$\vec{E}(\overrightarrow{r_0}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{j=1}^{N}\frac{q_j\left(\overrightarrow{r_j} - \overrightarrow{r_0}\right)}{\left|\overrightarrow{r_j} - \overrightarrow{r_0}\right|^3}$$

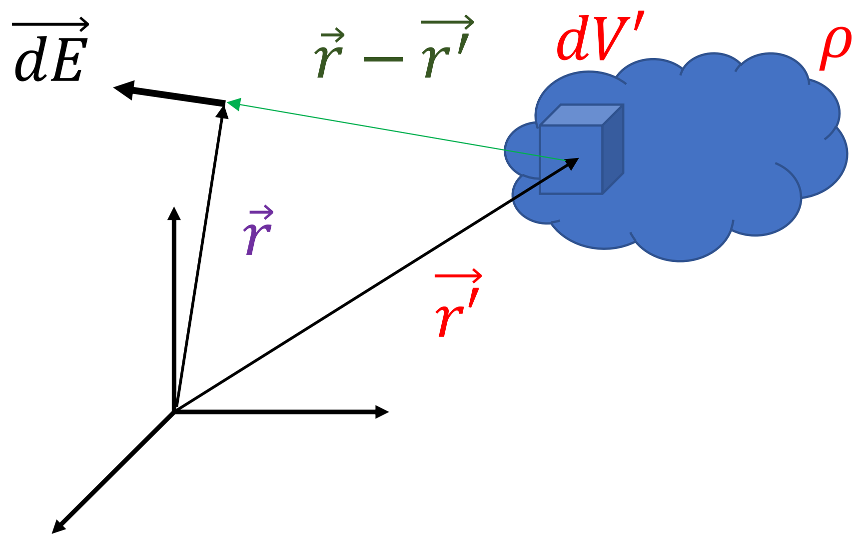


Campo eléctrico de una distribución

- Equivalentemente, pensemos en un diferencial de carga $\rho\left(\overrightarrow{r'}\right)dV'$ en el punto $\overrightarrow{r'}$ como parte de una distribución volumétrica ρ.

- La contribución de $\rho\left(\overrightarrow{r'}\right)dV'$ al campo eléctrico $\vec{E}$ en el punto $\vec{r}$ es:

$$\overrightarrow{dE}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{\rho\left(\overrightarrow{r'}\right)dV'\,\left(\vec{r}-\overrightarrow{r'}\right)}{\left|\vec{r}-\overrightarrow{r'}\right|^3}$$



Campo eléctrico de una distribución

- El campo total $\vec{E}$ en el punto $\vec{r}$ se obtiene integrando sobre todo el volumen de la distribución de carga.

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho\left(\overrightarrow{r'}\right)\,(\vec{r} - \overrightarrow{r'})}{\left|\vec{r} - \overrightarrow{r'}\right|^3}\, dV'$$

- En cartesianas $\overrightarrow{r'} = (x', y', z')$ y $\vec{r} = (x, y, z)$:

$$E_x(x,y,z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho(x',y',z')\,(x - x')}{\left(\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}\right)^3}\, dx'dy'dz'$$

$$E_y(x,y,z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho(x',y',z')\,(y - y')}{\left(\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}\right)^3}\, dx'dy'dz'$$

$$E_z(x,y,z) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \iiint \frac{\rho(x',y',z')\,(z - z')}{\left(\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2 + (z-z')^2}\right)^3}\, dx'dy'dz'$$

¿Hay una manera más fácil de calcular el campo eléctrico para distribuciones de carga simétricas?

Ley de Gauss

Ley de Gauss

- Supongamos una superficie cerrada S que encierra un volumen V

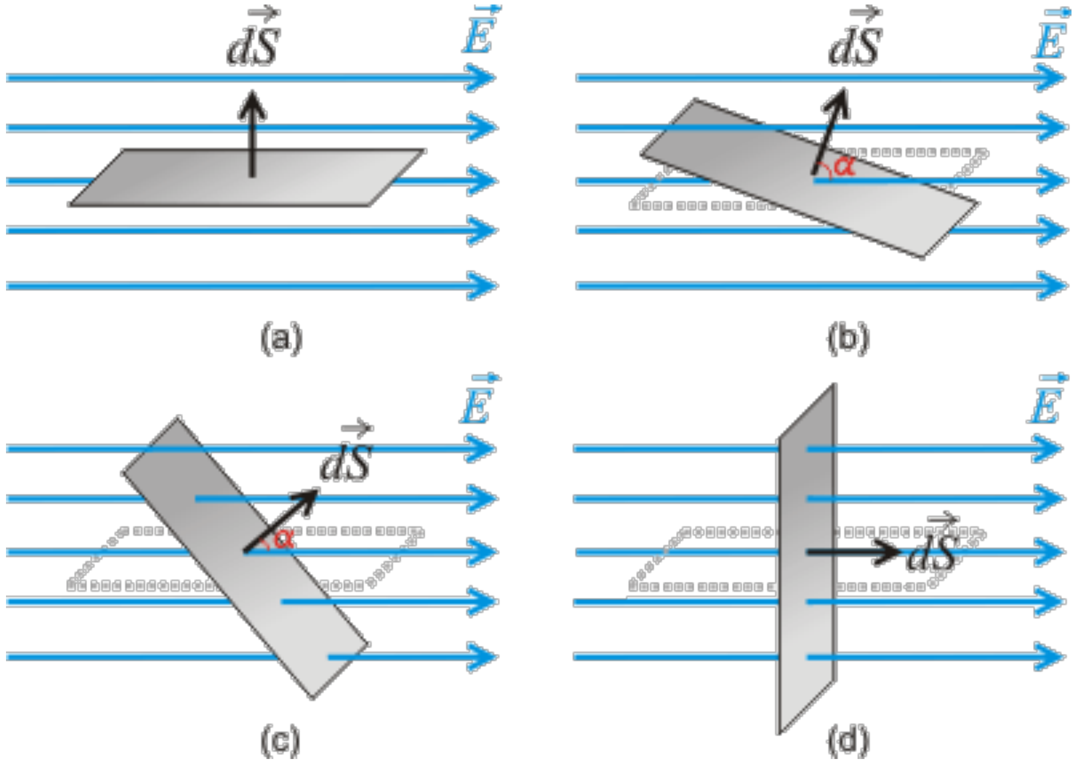
- Se verifica que el flujo del campo eléctrico $\vec{\mathrm{E}}$ a través de S es proporcional a la carga total encerrada dentro de S (es decir en el volumen V)

Carl Friederich Gauss
(1777-1855)

$$\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{a} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum_i q_i = \frac{1}{\varepsilon_0} \int_V \rho \, dv$$

Flujo de un campo a través de una superficie

El flujo es el **producto de un campo por el área transversal** que atraviesa

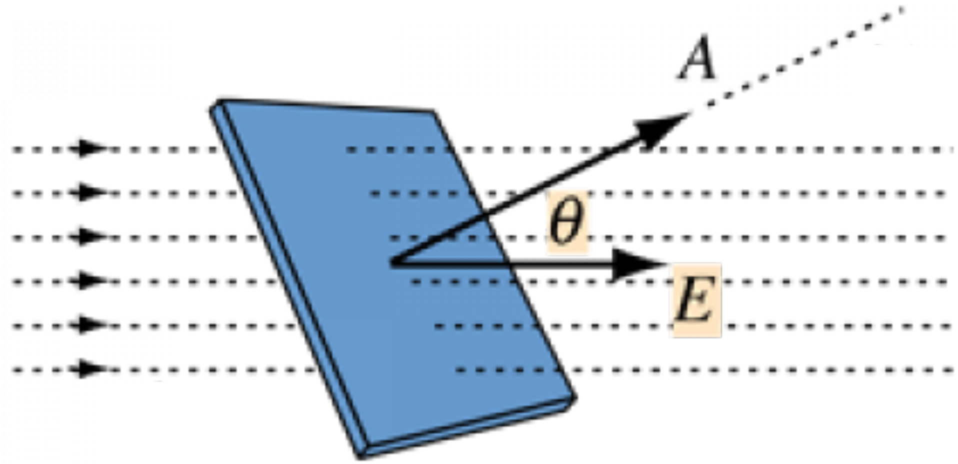


Flujo de un campo a través de una superficie

El flujo es el producto de un campo por el área transversal que atraviesa

Superficie plana de área A, $\vec{E}$ uniforme

$$\Phi = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA\ \cos\theta$$



Flujo de campo eléctrico

- Superficie compuestas de facetas de área $\overrightarrow{A_i}$ atravesadas por campos $\overrightarrow{E_i}$.

$$\Phi = \sum_{todos\ los\ i} \overrightarrow{E_i} \cdot \overrightarrow{A_i} = \sum_{todos\ los\ i} E_i A_i \cos\theta_i$$

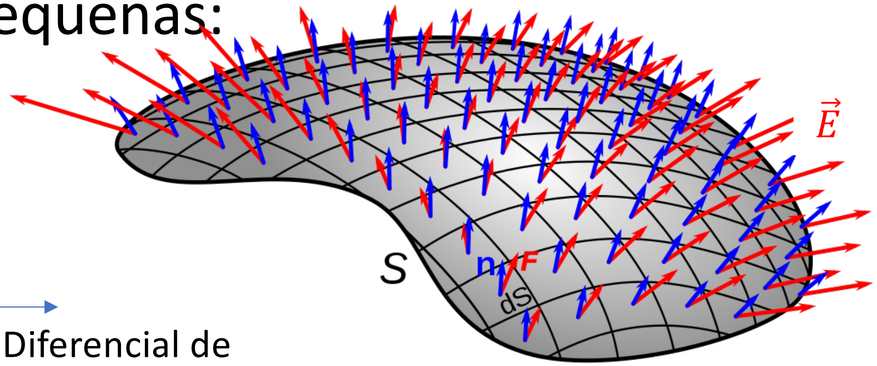
- Si las facetas son infinitesimalmente pequeñas:

$$\Phi = \int_S \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds} = \int_S \vec{E} \cdot \hat{n}\, ds$$

Campo en la faceta infinitesimal

Normal a la faceta infinitesimal

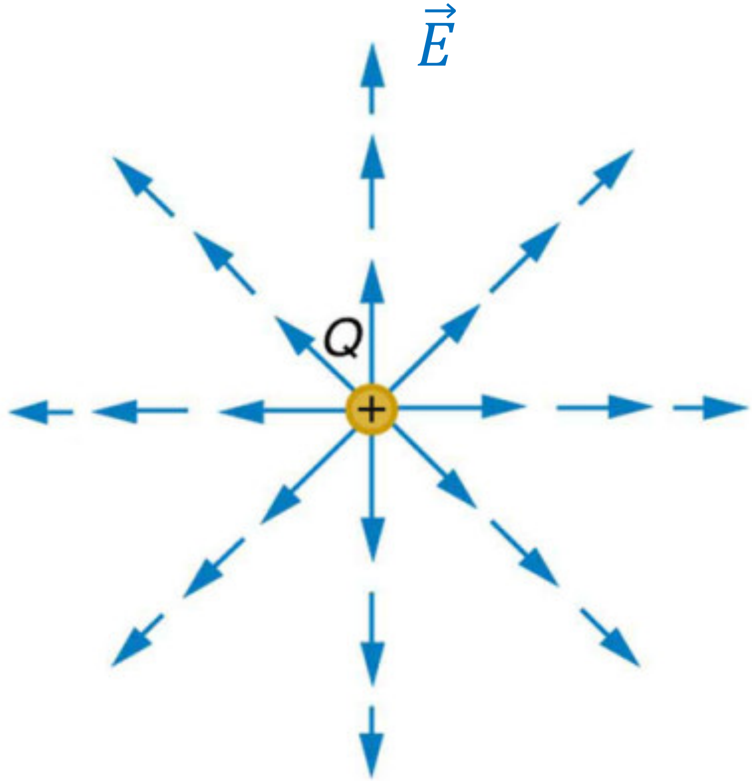
Diferencial de área



Flujo eléctrico de una carga Q a través de una esfera de radio r

- En coordenadas esféricas, el campo generado a una distancia r es siempre radial y vale:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{r}$$

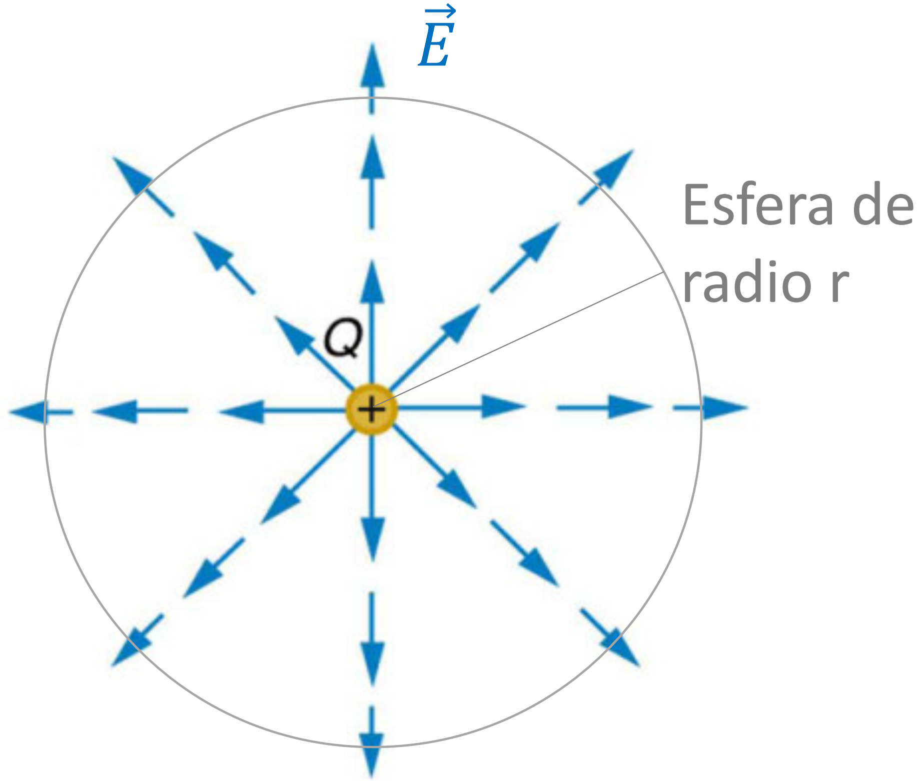


Flujo eléctrico de una carga Q a través de una esfera de radio r

- El flujo del campo eléctrico a través de una esfera de radio r vale:

$$\Phi = \int \vec{E} \cdot \overrightarrow{ds}$$

Superficie de la esfera

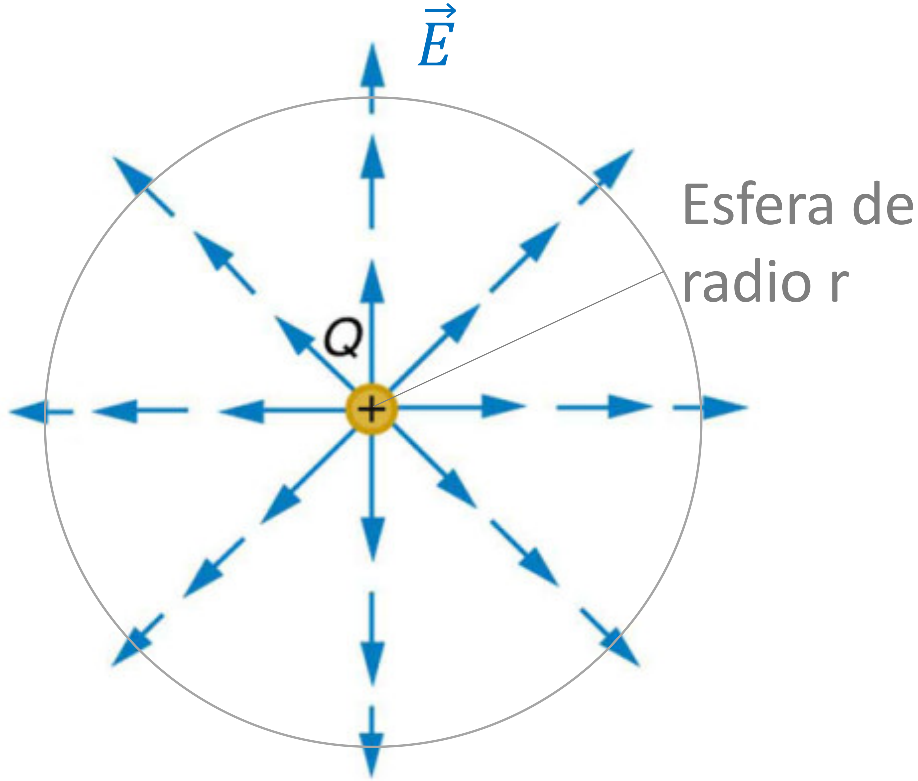


Flujo eléctrico de una carga Q a través de una esfera de radio r

- Sobre la esfera, $\vec{E}$ apunta siempre radialmente y vale lo mismo

$$\Phi = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\hat{r}\cdot\overrightarrow{ds}$$

Superficie de
la esfera

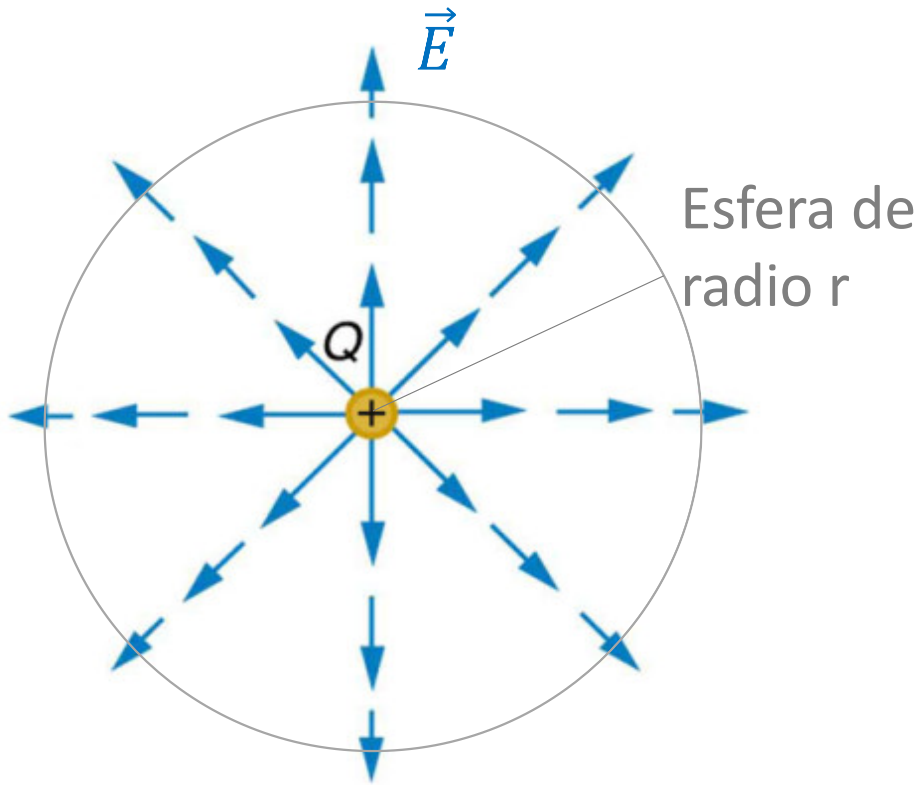


Flujo eléctrico de una carga Q a través de una esfera de radio r

- El diferencial de área en la esfera apunta radialmente y vale $r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$

$$\Phi = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} \hat{r} \cdot r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \, \hat{r}$$

Superficie de la esfera



Flujo eléctrico de una carga Q a través de una esfera de radio r

- Partiendo de:

$$\Phi = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{r^2}\,\hat{r}\cdot r^2 \sin\theta \; d\theta \; d\varphi \; \hat{r}$$

Superficie de
la esfera

- Reorganizamos los factores y tachamos los r^2

$$\Phi = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{\cancel{r^2}}\,\cancel{r^2} \sin\theta \; d\theta \; d\varphi \; \hat{r}\cdot\hat{r}$$

Superficie de
la esfera

Flujo eléctrico de una carga Q a través de una esfera de radio r

- Luego, sabemos que por definición $\hat{r} \cdot \hat{r} = 1$

$$\Phi = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} Q \sin\theta \, d\theta \, d\varphi$$

Superficie de
la esfera

- Ponemos ahora los límites de integración y Q sale afuera

$$\Phi = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0} \int_0^{\pi} \sin\theta \, d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi$$

Flujo eléctrico de una carga Q a través de una esfera de radio r

- La primera integral da 2, mientras que la segunda vale 2π, entonces

$$\Phi = \frac{1}{\cancel{4\pi}\epsilon_0} Q \,\cancel{4\pi} = \frac{Q}{\epsilon_0}$$

- Vemos que el resultado no depende del radio de la esfera, o sea que es <u>el mismo para cualquier valor de</u> r.