

Disipación de la energía en una resistencia

- Sea \vec{F} una fuerza para mover un portador de carga q en un campo \vec{E}
$$\vec{F} = q\vec{E}$$

- El trabajo de \vec{F} por unidad de tiempo es (suponiéndola estacionaria)

$$\frac{dW}{dt} = \vec{F} \cdot \frac{d\vec{l}}{dt} = \vec{F} \cdot \vec{v} = q\vec{E} \cdot \vec{v}$$

- La energía potencial es transformada de este modo en calor y $P = \frac{dW}{dt}$ es la potencia disipada.

Disipación de la energía en una resistencia

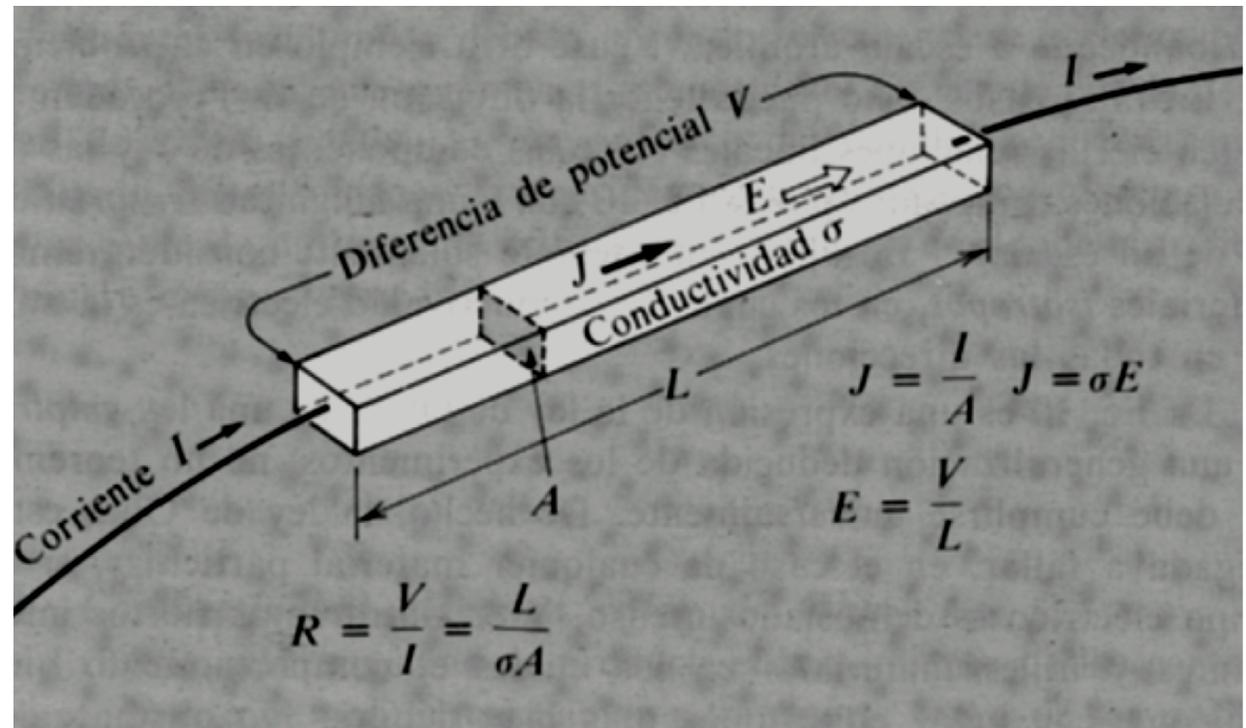
- Entonces en una dimensión y suponiendo que en Δt pasan N portadores de carga q por el área A

$$P = NqEv$$

donde $\Delta L = v \Delta t$

- Entonces por ley de Ohm

$$P = \frac{Nq\rho J \Delta L}{\Delta t}$$



Disipación de la energía en una resistencia

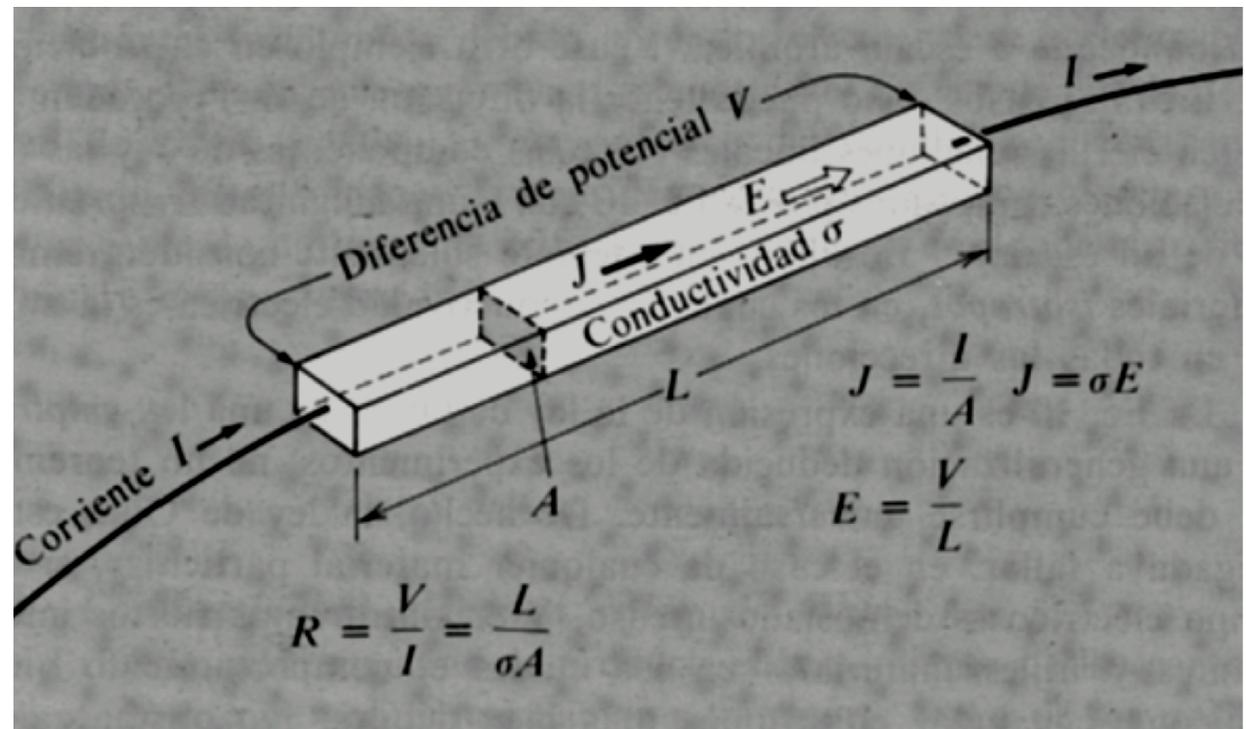
- Entonces como

$$I = \frac{Nq}{\Delta t} \text{ y } J = \frac{I}{A}$$

$$P = \frac{I^2 \rho \Delta L}{A}$$

- Lo que equivale a

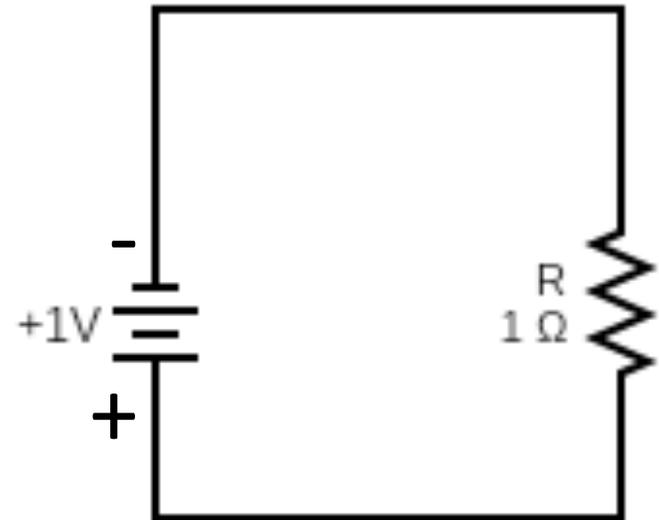
$$P = I^2 R$$



La potencia P o energía disipada por unidad de tiempo en SI se mide en Watts

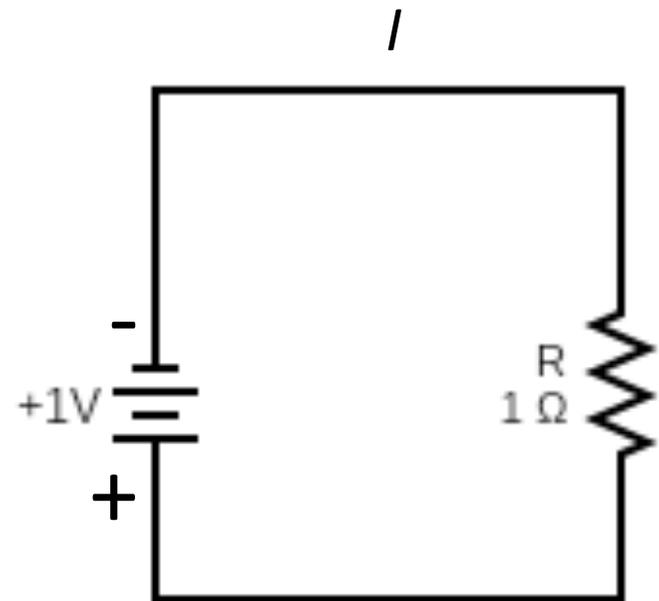
Leyes de Kirchhoff: Aplicación en circuito simple

- Tenemos como datos la FEM de la batería (1V) y el valor de la resistencia (1Ω).



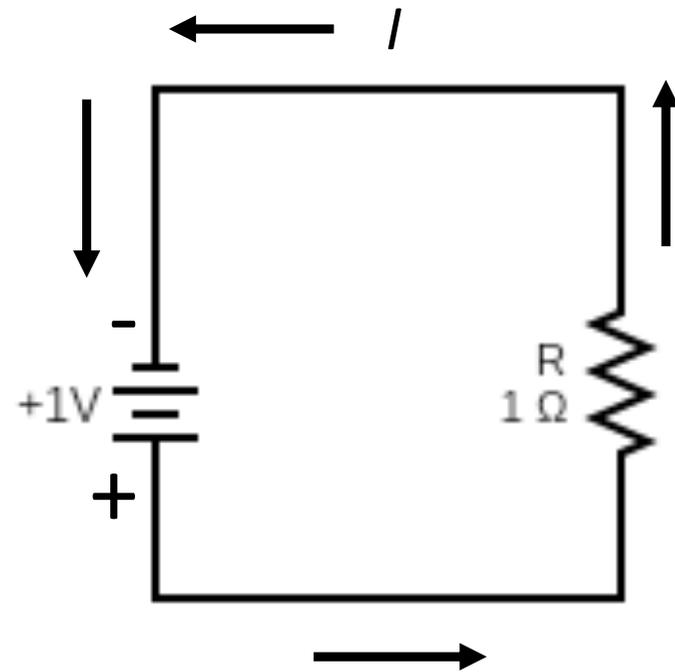
Leyes de Kirchhoff: Aplicación en circuito simple

- Tenemos como datos la FEM de la batería (1V) y el valor de la resistencia (1Ω).
- No hay nodos. Por lo tanto existe una sola corriente I que circula por la rama. No sabemos cuál es su intensidad ni cual es su sentido.



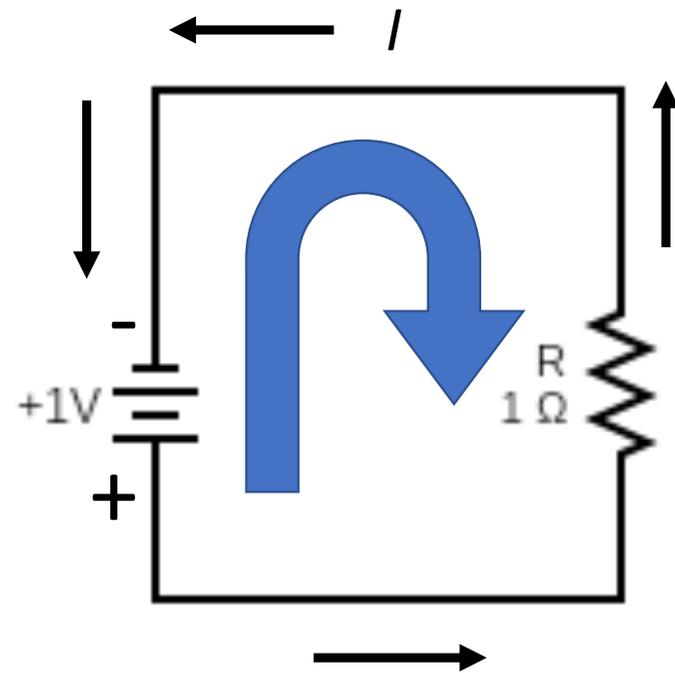
Leyes de Kirchhoff: Aplicación en circuito simple

- Tenemos como datos la FEM de la batería (1V) y el valor de la resistencia (1Ω).
- No hay nodos. Por lo tanto existe una sola corriente I que circula por la rama. No sabemos cuál es su intensidad ni cual es su sentido.
- Elijamos un sentido 'a priori' para I .



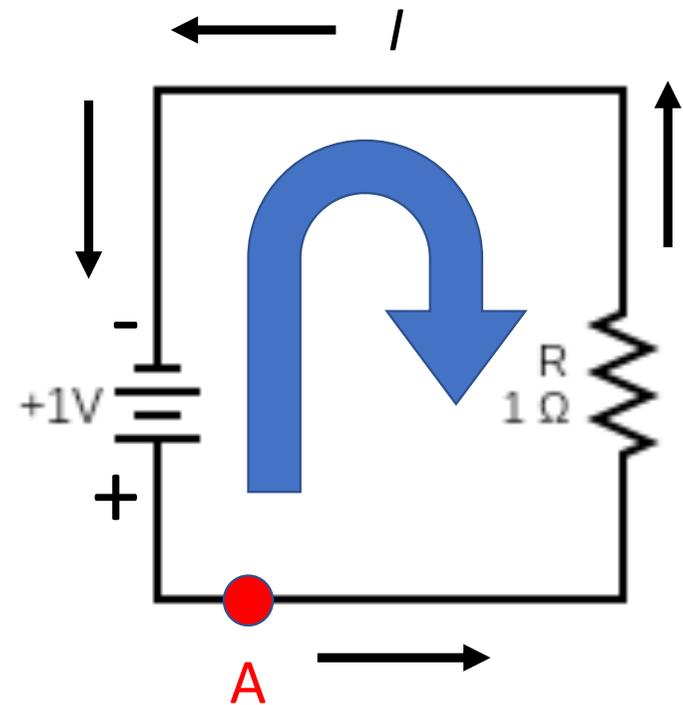
Leyes de Kirchhoff: Aplicación en circuito simple

- Tenemos como datos la FEM de la batería (1V) y el valor de la resistencia (1Ω).
- No hay nodos. Por lo tanto existe una sola corriente I que circula por la rama. No sabemos cuál es su intensidad ni cual es su sentido.
- Elijamos un sentido 'a priori' para I .
- Apliquemos la Ley de Kirchhoff eligiendo un recorrido, por ejemplo, el indicado por la flecha azul.



Leyes de Kirchhoff: Aplicación en circuito simple

- Comenzando desde cualquier punto, por ejemplo el A.
- El primer salto de voltaje es la batería. Anotamos una caída de 1 V por pasar del borne + al -.
- Luego encontramos la resistencia. Al recorrerla en contra de la corriente suma un valor $1\Omega I > 0$.
- Luego de la resistencia no hay más variaciones.



$$\sum_i V_i = -1V + 1\Omega I = 0$$

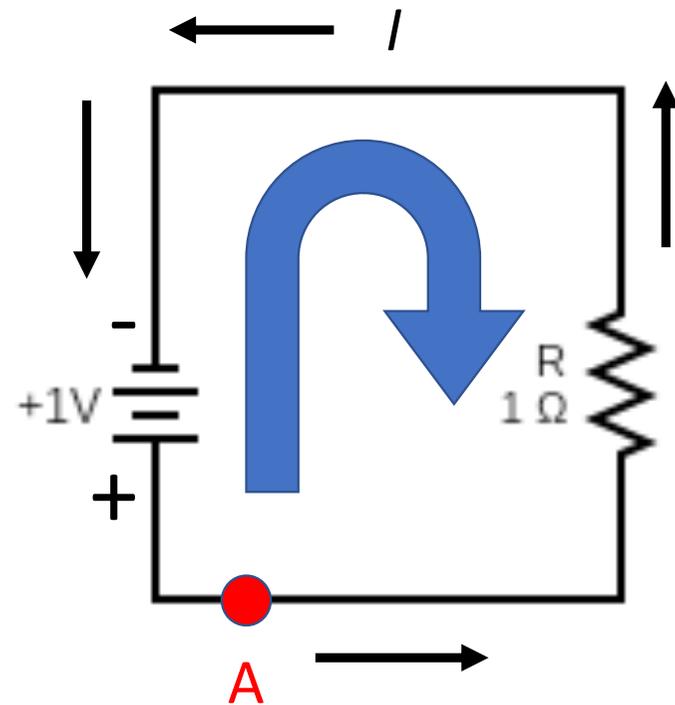
Leyes de Kirchhoff: Aplicación en circuito simple

- Sólo resta despejar I :

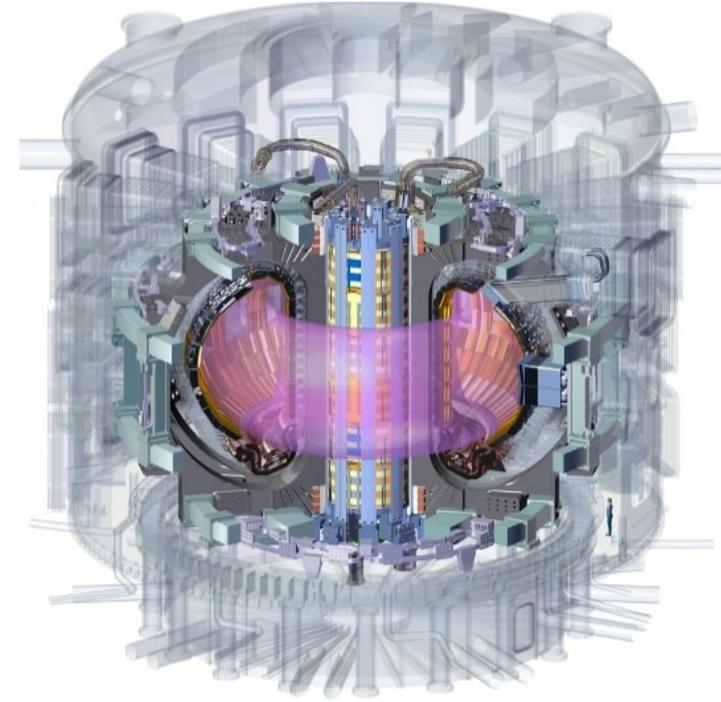
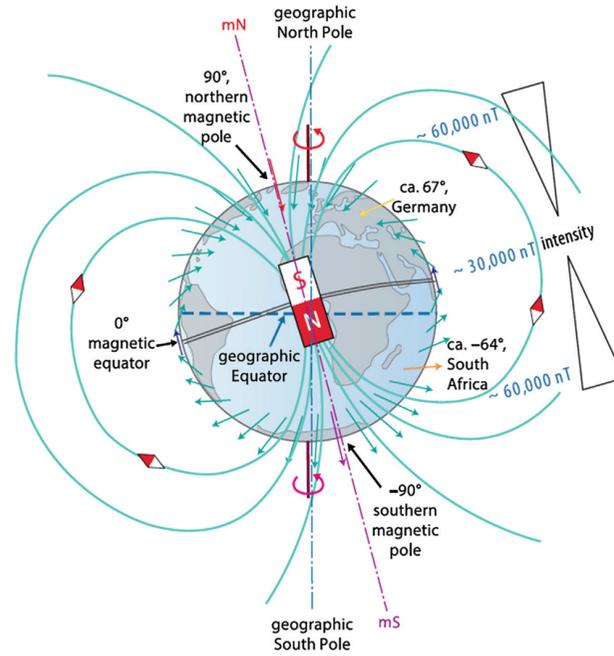
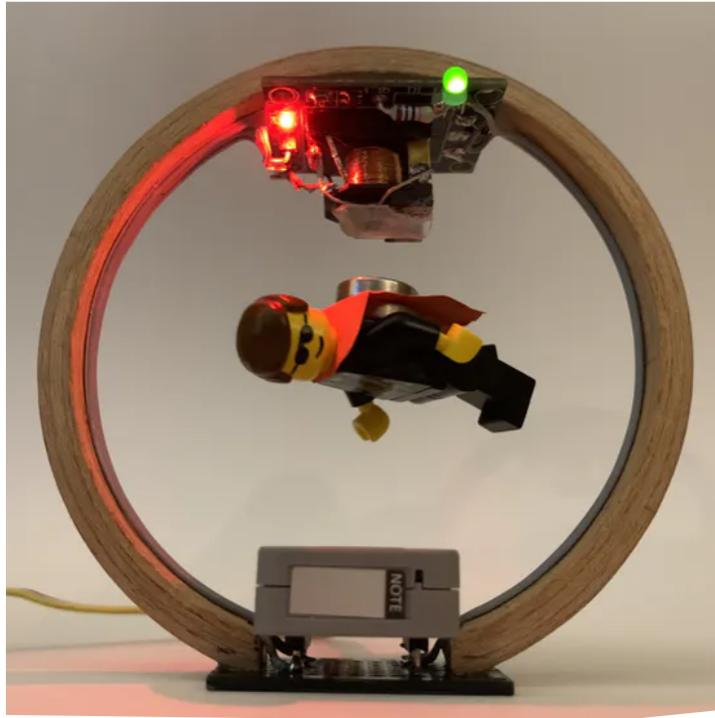
$$1\Omega I = 1V$$

$$I = 1A$$

- El valor de I no es negativo. De ahí que la elección de la dirección de la corriente fue acertada.



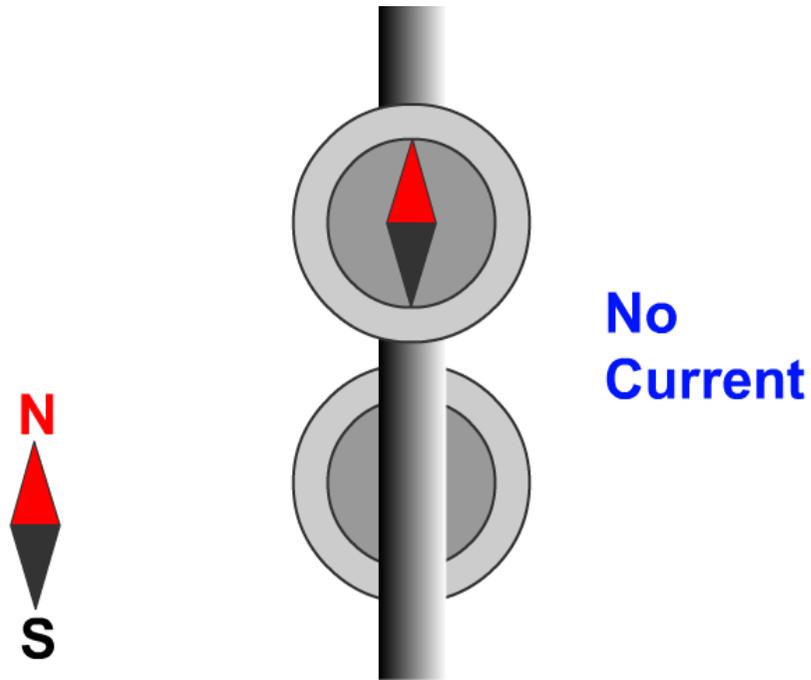
$$\sum_i V_i = -1V + 1\Omega I = 0$$



Magnetismo

El campo magnético

- Hans Christian Oersted (1819) demuestra que una corriente estacionaria puede generar un campo magnético.

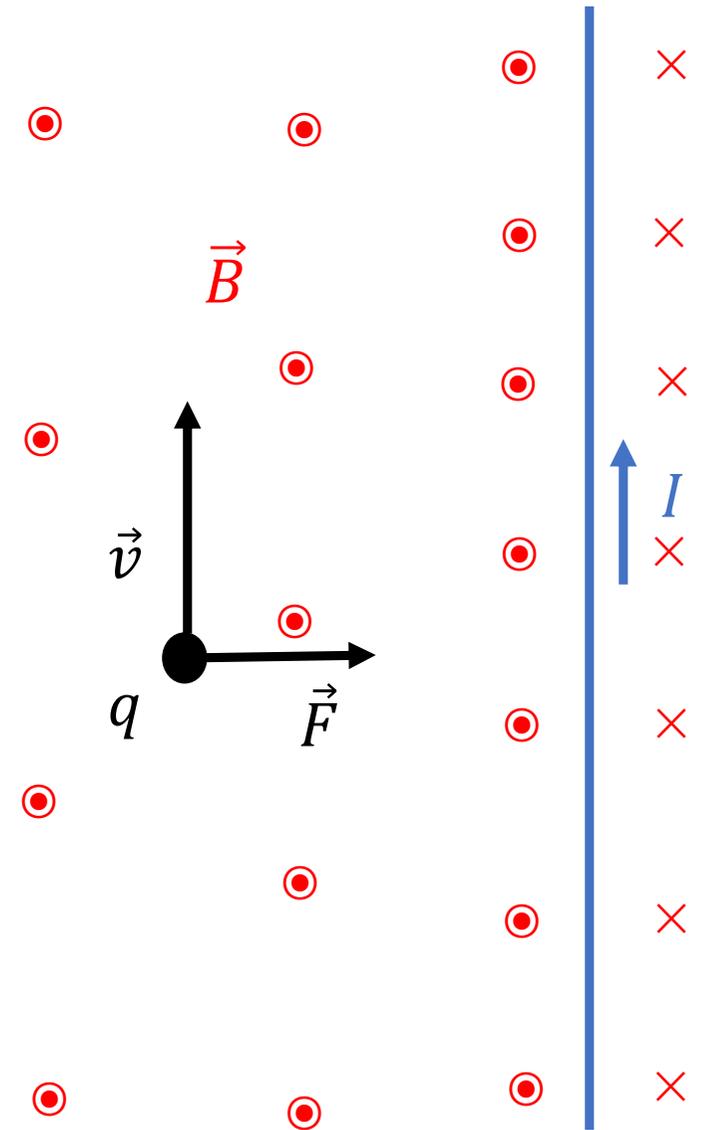


Hans Christian Oersted

Fuerza de Lorentz

- Hendrik Lorentz formalizó en 1895 la expresión para la fuerza magnética a partir de un campo magnético \vec{B}
- Una carga q con una velocidad \vec{v} que pasa por una región con campo magnético \vec{B} experimentará una fuerza igual a:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

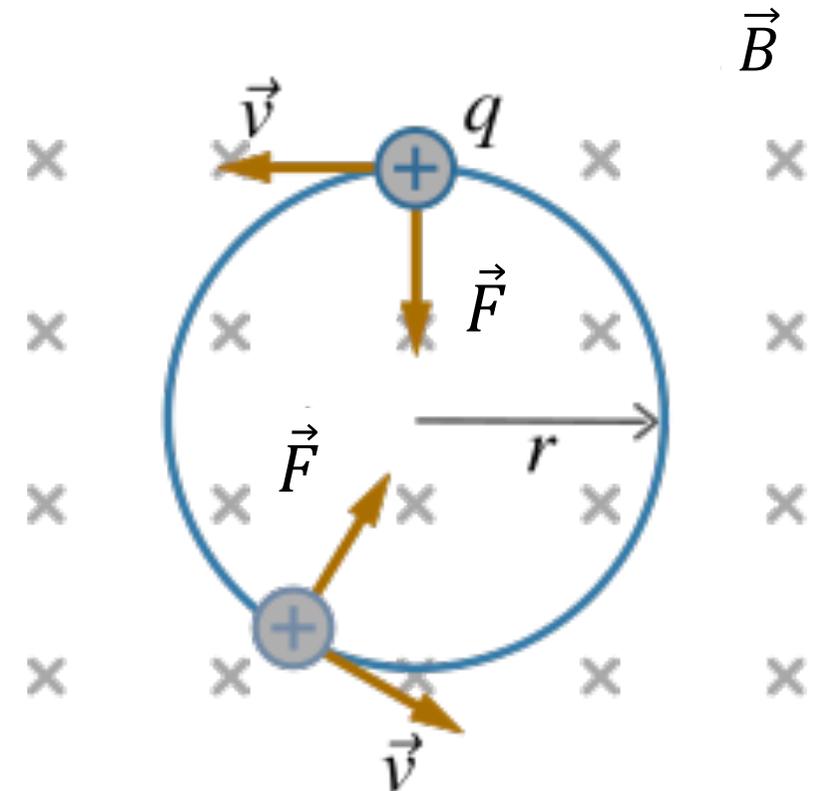


Movimiento de una carga en campo magnetico uniforme

- Supongamos que \vec{v} es perpendicular a \vec{B}
- La ecuación de movimiento de una carga q de masa m y velocidad \vec{v} en un campo magnetico uniforme \vec{B} es:

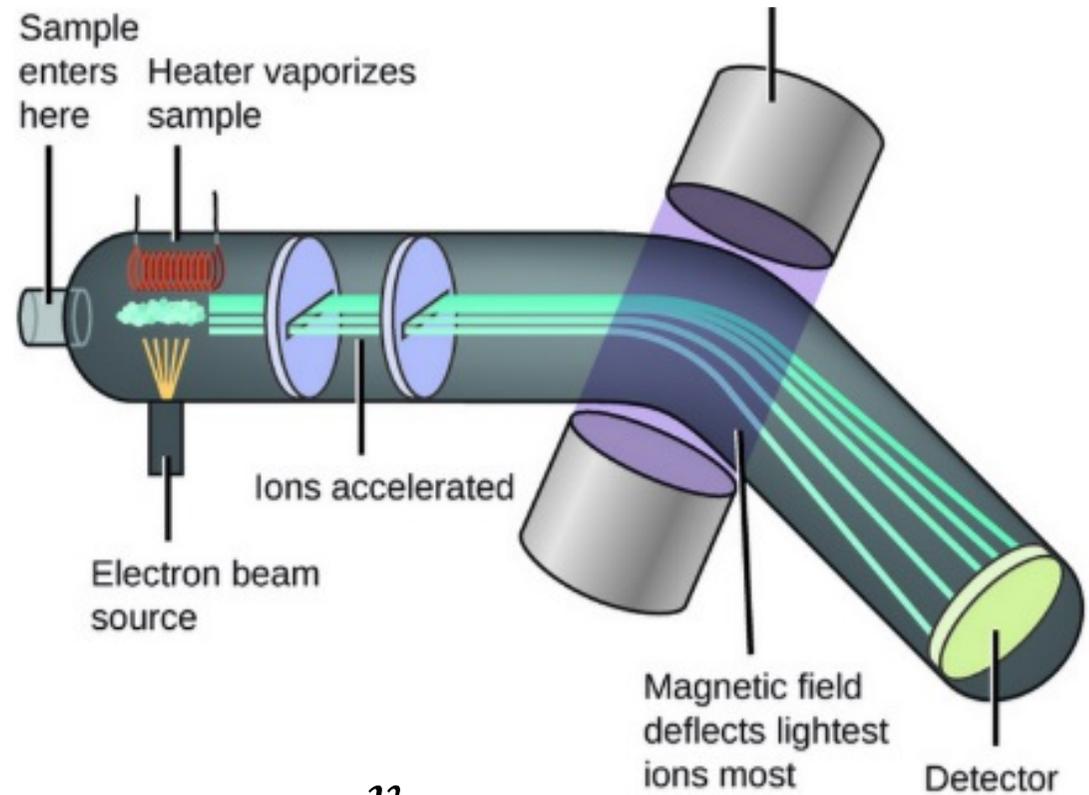
$$\frac{d(m\vec{v})}{dt} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

- Es decir que la fuerza \vec{F} es **perpendicular** a \vec{v} y produce una curvatura en la trayectoria de la partícula **pero no cambia v ni su energía cinética.**



Aplicaciones:
Espectrómetro
de masa

(separa iones
de acuerdo a
su masa)

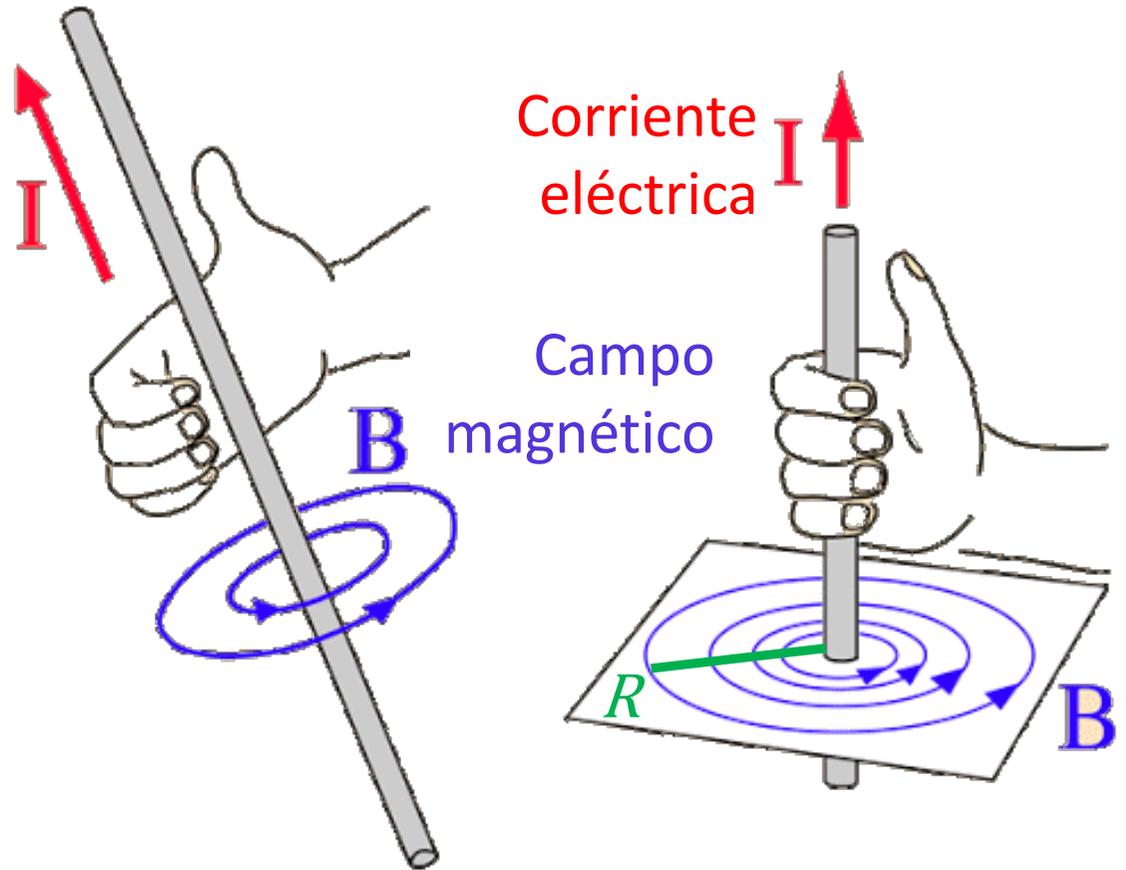


$$r_g = \frac{v_{perp}}{|q|B} m$$

Campo magnético de un hilo recto de corriente

- **Experimentalmente**, se sabe que el campo magnético de un hilo recto de corriente I genera un campo en el sentido de las líneas azules.
- También **experimentalmente** se obtiene que B es proporcional a la corriente I e inversamente proporcional a la distancia al hilo R .

$$B \propto \frac{I}{R}$$



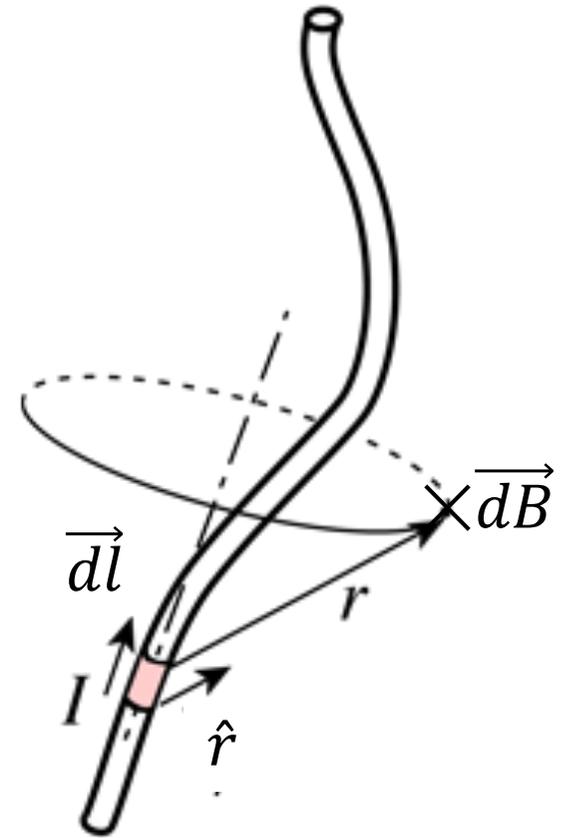
Monopolos eléctricos y magnéticos

- El campo eléctrico de un hilo de carga decae como $E \propto \frac{1}{R}$ ya que sumabamos monopolos eléctricos cuyos campos decaían como $\frac{1}{R^2}$.
- Hasta ahora, no hay evidencia de la existencia de monopolos magnéticos, pero si existieran, el campo magnético generado por uno de ellos vararía como $\frac{1}{R^2}$.
- Sin embargo, este pensamiento indica que si dividiéramos el hilo de corriente en tramos infinitesimales, el campo magnético generado por cada uno de ellos debería variar como $\frac{1}{R^2}$.

Ley de Biot-Savart

- Biot y Savart plantearon un formalismo para obtener el campo a partir de contribuciones de elementos de corriente $I\vec{dl}$.
- El diferencial de campo magnético \vec{dB} a partir de un elemento de corriente $I\vec{dl}$ en el punto $\vec{r} = r\hat{r}$ se puede escribir como:

$$\vec{dB} = \frac{C}{r^2} I\vec{dl} \times \hat{r}$$



Ley de Biot-Savart

- Mediante experimentos se comprueba que en el sistema SI.

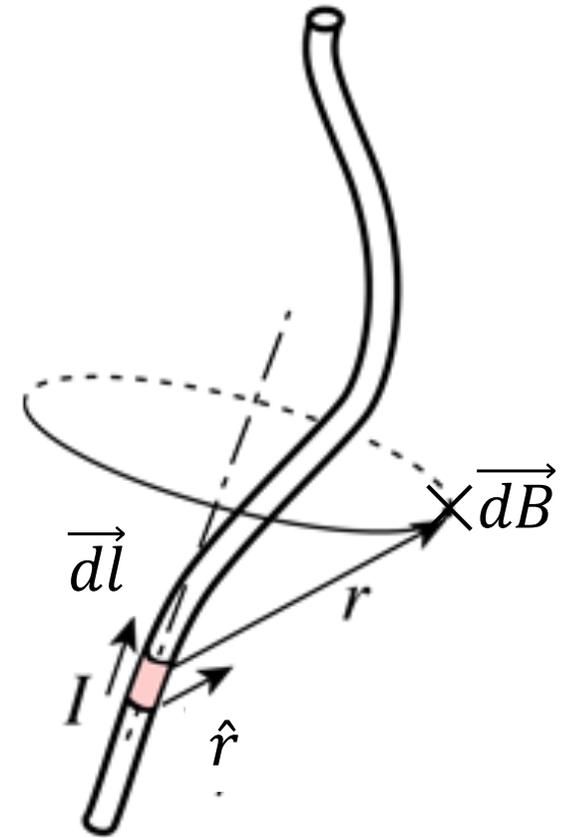
$$C = 10^{-7} \frac{N}{A^2}$$

- Entonces, por similitud con la electrostática se define la permeabilidad magnética del vacío μ_0 tal que:

$$C = \frac{\mu_0}{4\pi}$$

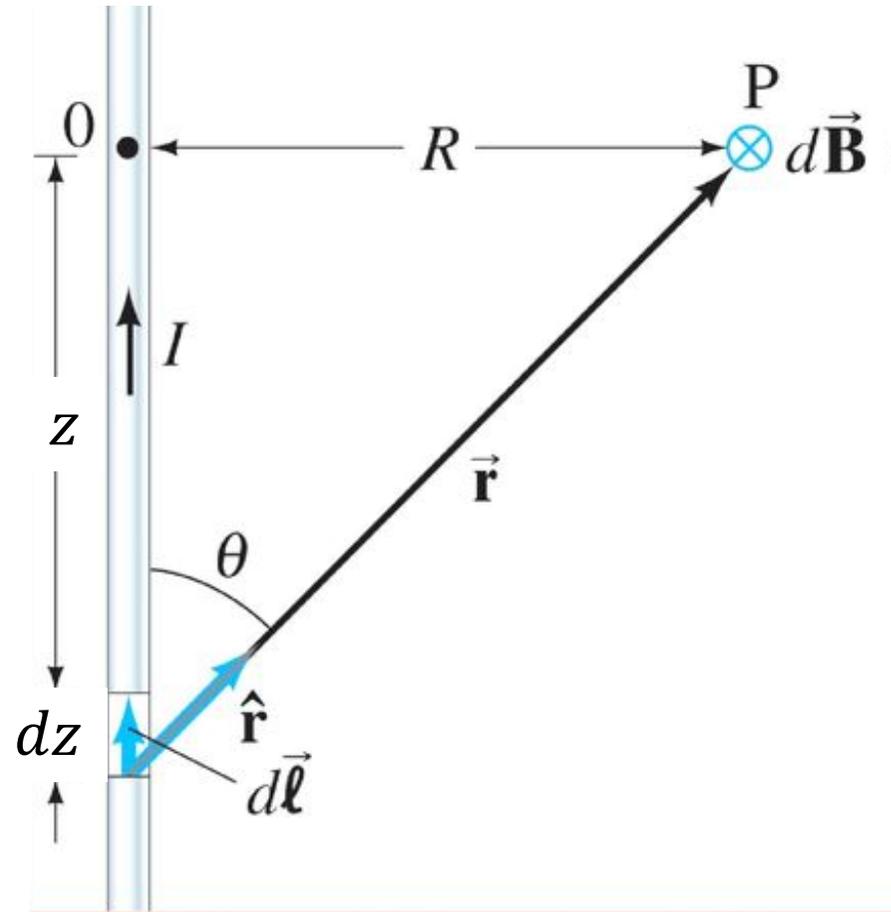
- Entonces

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{N}{A^2} = 1,25 \cdot 10^{-6} \frac{N}{A^2}$$



Campo magnético de un hilo infinito

- Consideremos una corriente I a lo largo de un hilo paralelo al eje z .
- El elemento de corriente es
$$I d\vec{l} = I dz \hat{z}$$
- Desde el elemento de corriente, el punto P donde evaluó $d\vec{B}$ se indica con el vector $\vec{r} = r\hat{r}$ que forma un ángulo θ con el eje z .
- R es la distancia desde el eje a P .

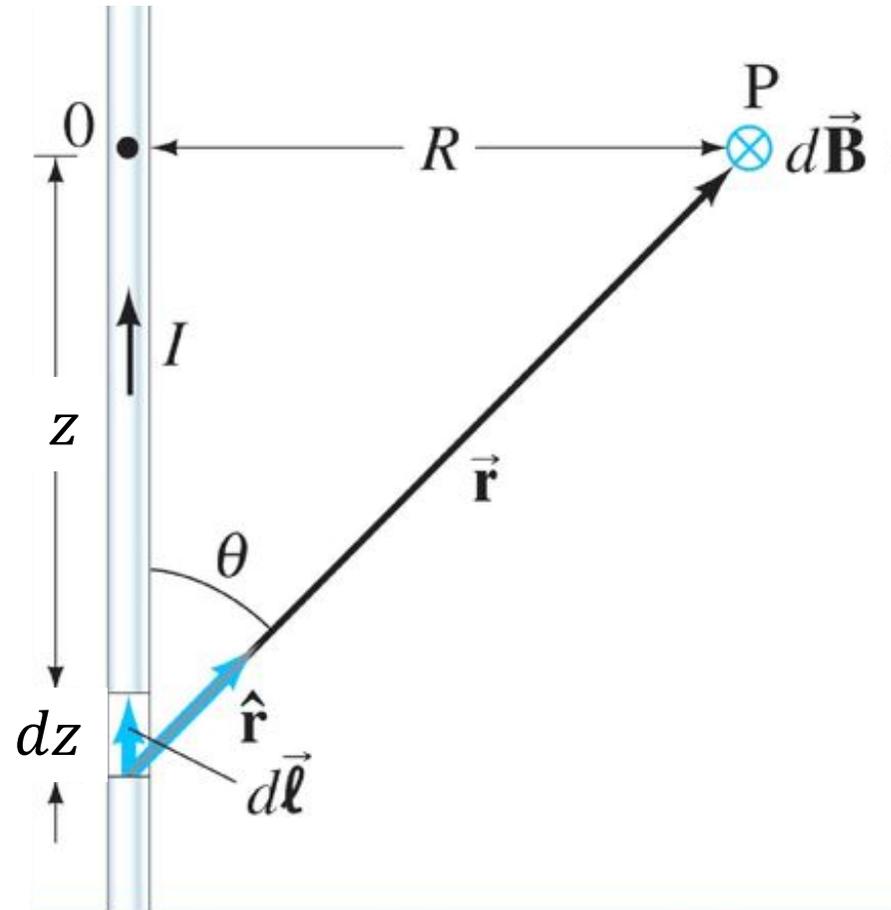


Campo magnético de un hilo infinito

- Por la ley de la mano derecha $d\vec{B}$ se dirige hacia adentro de la pantalla ($\hat{\phi}$ en coordenadas cilíndricas). Integrando a lo largo del hilo tengo \vec{B} .

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{Idz \sin \theta}{r^2} \hat{\phi}$$

- Donde $r^2 = \frac{R^2}{(\sin \theta)^2}$ y $-z = \frac{R}{\tan \theta}$



Campo magnético de un hilo infinito

- Lo anterior indica que

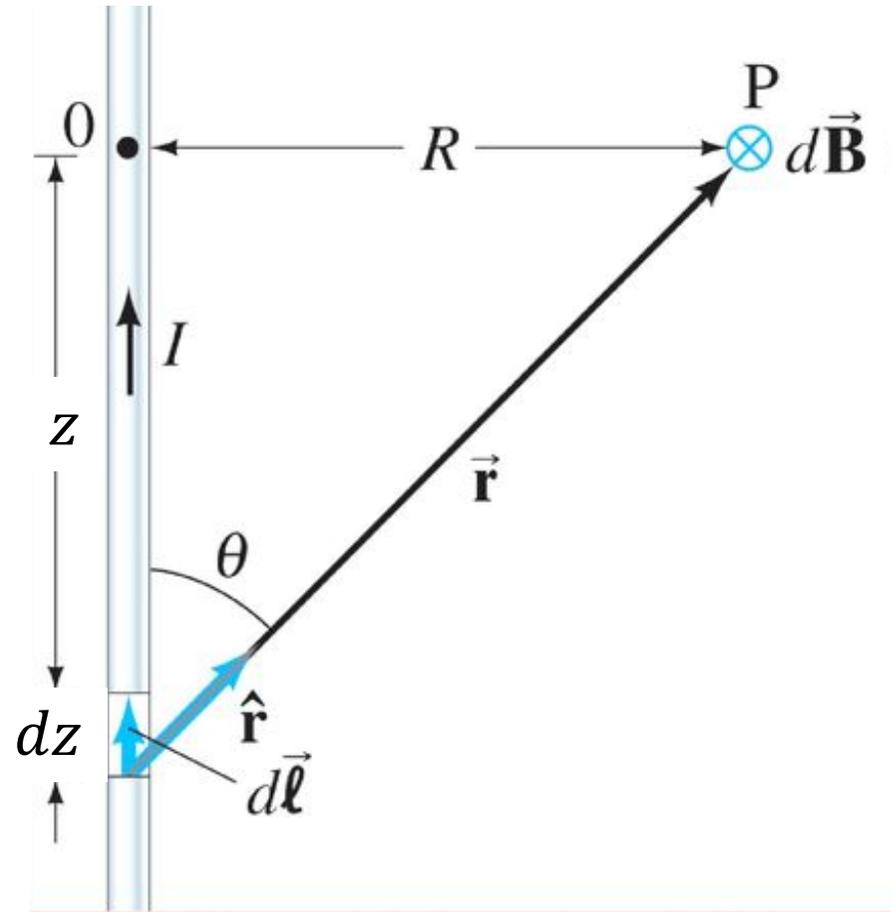
$$dz = \frac{R}{(\sin \theta)^2} d\theta$$

- Poniendo todo en función de R y θ

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_0^\pi \frac{\sin \theta d\theta}{R} \hat{\phi}$$

- Entonces

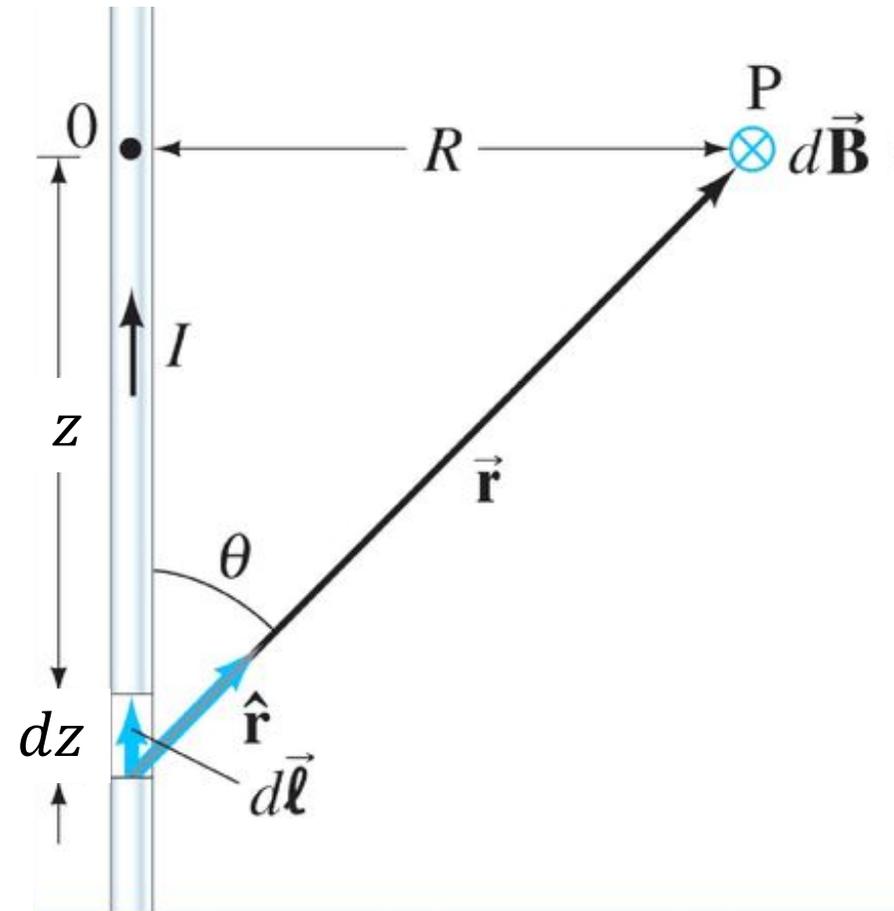
$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \hat{\phi}$$



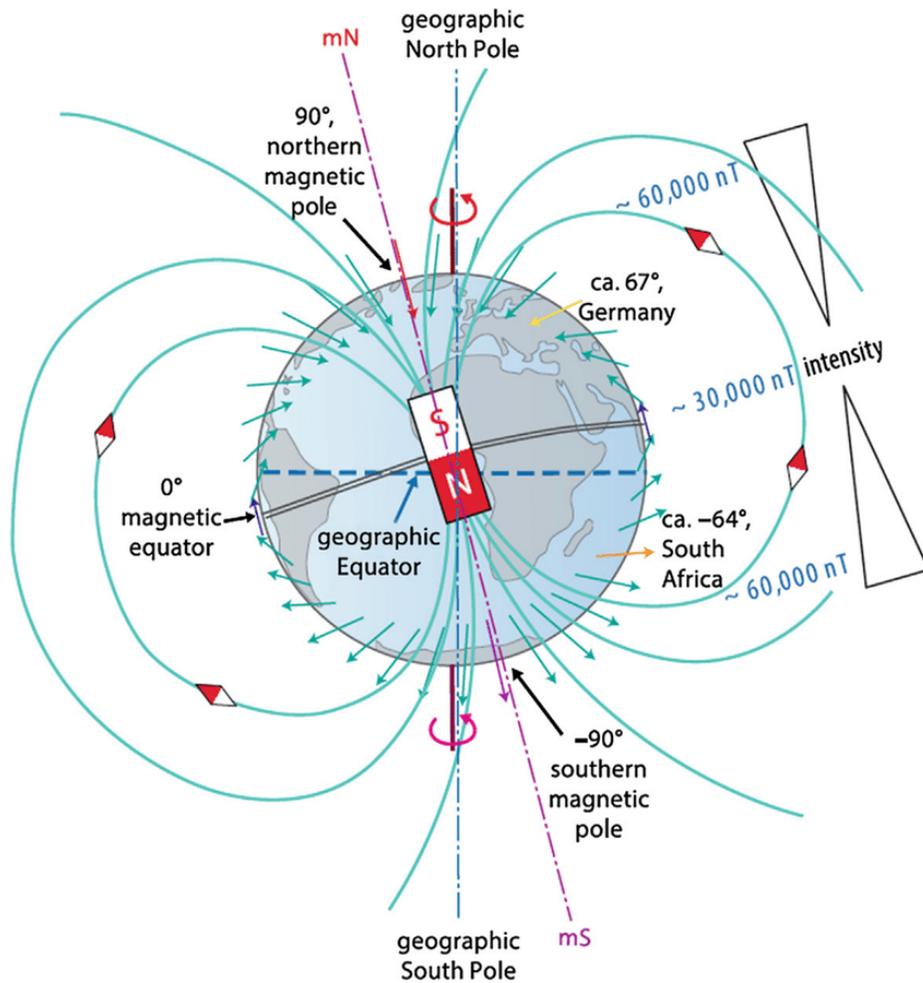
Campo magnético de un hilo infinito

- Entonces si tenemos
 - $R = 10 \text{ cm}$
 - $I = 100 \text{ A}$
- $B \sim 2 \cdot 10^{-4} \text{ T} = 2 \text{ Gauss}$

- $1 \text{ Gauss} = 10^{-4} \text{ T}$
- $1 \text{ nanoTesla} = 10^5 \text{ Gauss}$



El campo magnético terrestre



La brújula indica la dirección del campo magnético terrestre

Pregunta

- ¿Cuánto me tengo que alejar de un hilo con $I = 100 \text{ A}$ para que el campo terrestre sea más importante?

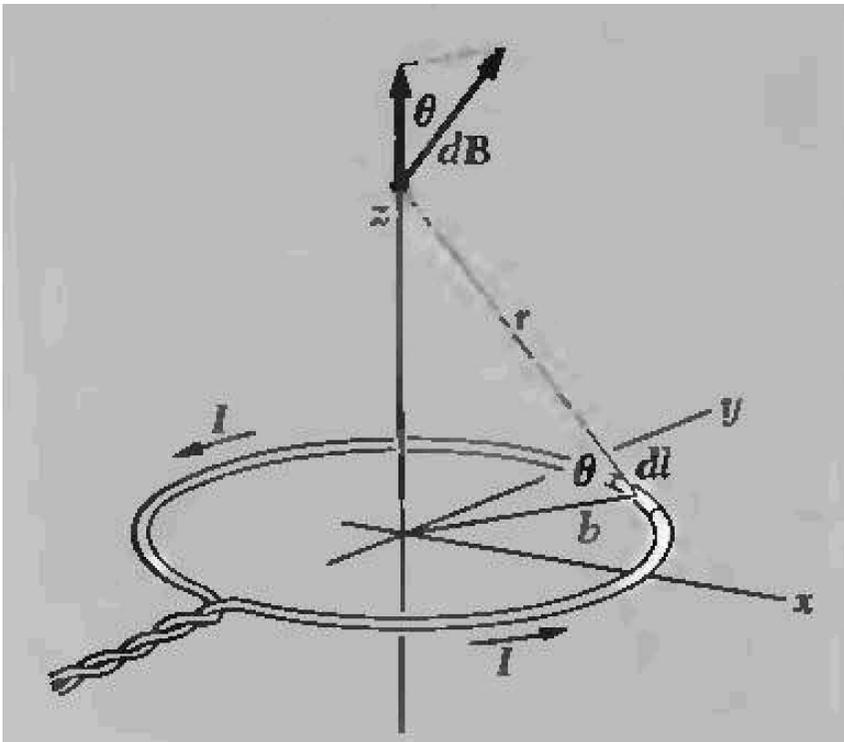
Campo magnético terrestre en CABA

Fuente. <https://www.ngdc.noaa.gov/geomag/calculators/magcalc.shtml?useFullSite=true#igrfwmm>

Model Used:	WMM-2020						
Latitude:	34° 36' 30" S						
Longitude:	58° 22' 24" W						
Elevation:	0.0 km Mean Sea Level						
Date	Declination (+ E - W)	Inclination (+ D - U)	Horizontal Intensity	North Comp (+ N - S)	East Comp (+ E - W)	Vertical Comp (+ D - U)	Total Field
2020-09-28	-9° 25' 6"	-40° 15' 59"	17,352.6 nT	17,118.7 nT	-2,839.6 nT	-14,698.6 nT	22,741.2 nT
Change/year	-0° 9' 33"/yr	-0° 13' 36"/yr	-82.4 nT/yr	-89.2 nT/yr	-34.0 nT/yr	-48.1 nT/yr	-31.8 nT/yr
Uncertainty	0° 25'	0° 13'	128 nT	131 nT	94 nT	157 nT	145 nT

El campo en CABA es aproximadamente 0,2 G

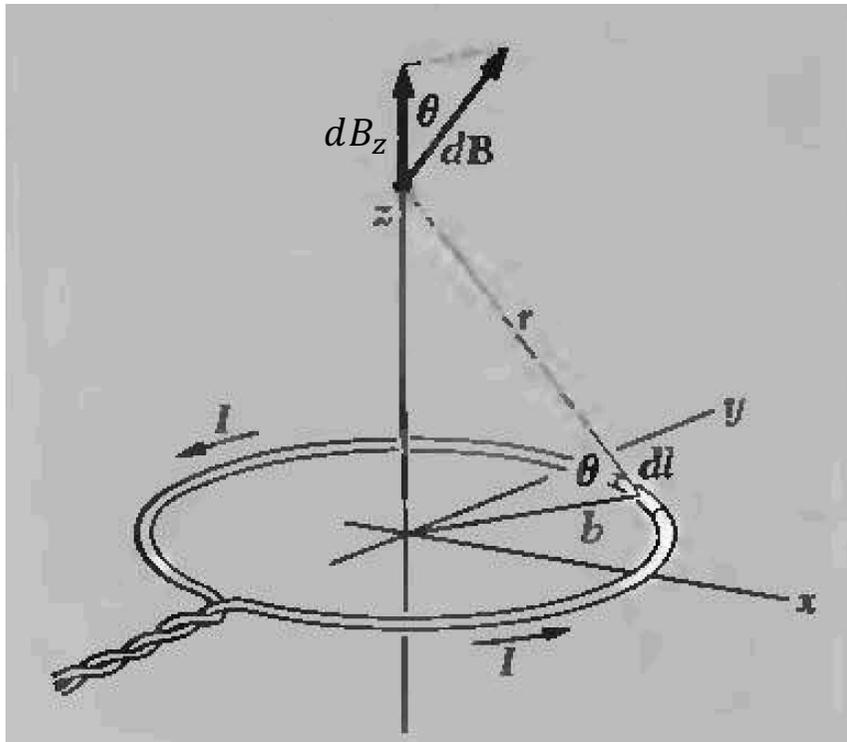
Espira circular



- Espira plana circular de radio b por la que circula una corriente I .
- Vamos a calcular el campo en el eje de simetría z .
- Podemos esperar que el campo en el eje z será a lo largo del eje z .

$$\vec{B}(0,0,z) = B(z)\hat{z}$$

Espira circular

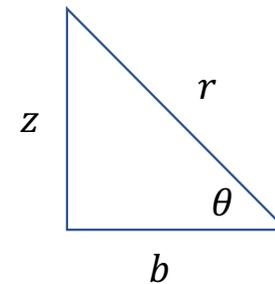


- Usando Biot-Savart calculemos el diferencial de la componente z del campo:

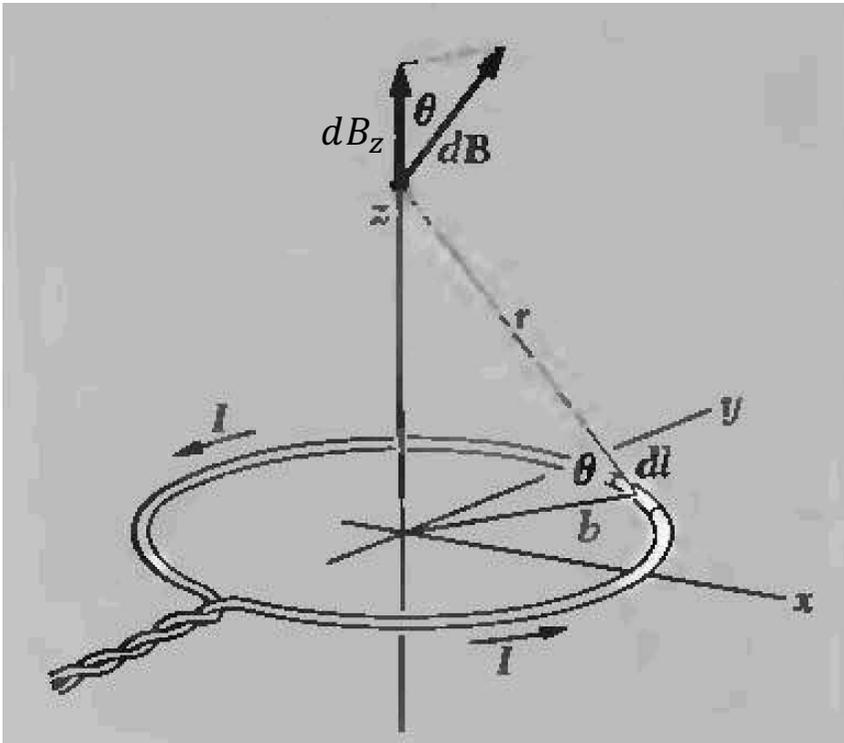
$$dB_z = dB \cos \theta = \frac{\mu_0 I dl}{4\pi r^2} \cos \theta$$

- Donde r es la distancia del elemento de corriente al punto de evaluación y θ es el ángulo entre r y el radio de la espira b .

Atentxs al triángulo



Espira circular



- Simplificando :

$$B_z = \frac{\mu_0 I b^2}{2 r^3}$$

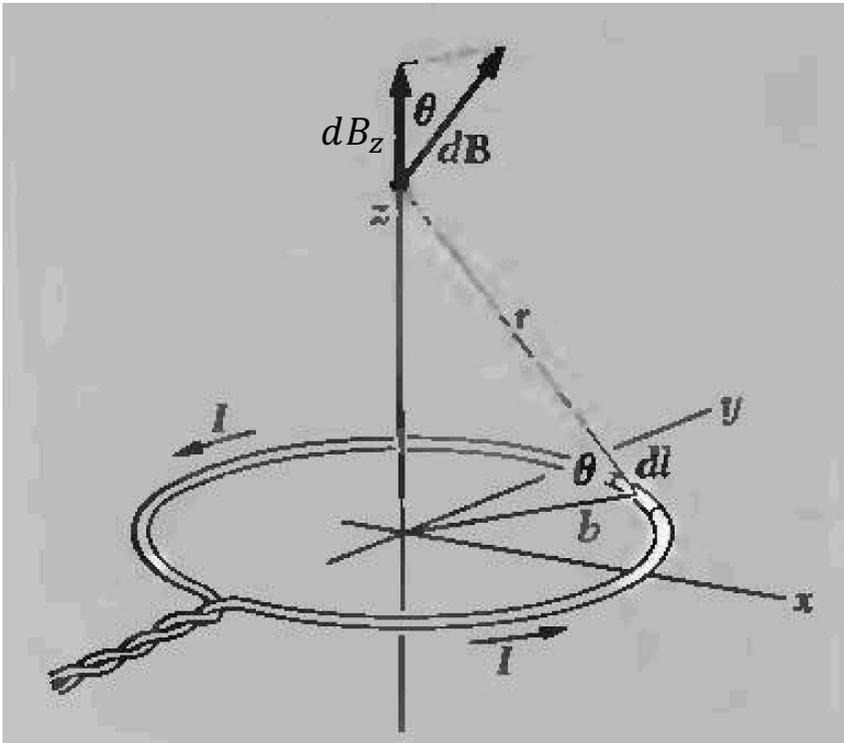
- Donde r es función de z :

$$r = \sqrt{b^2 + z^2}$$

- Entonces en el eje z :

$$\vec{B}(0,0,z) = B_z \hat{z} = \frac{\mu_0}{2} \frac{I b^2}{[\sqrt{b^2 + z^2}]^3} \hat{z}$$

Espira circular



- Simplificando :

$$B_z = \frac{\mu_0 I b^2}{2 r^3}$$

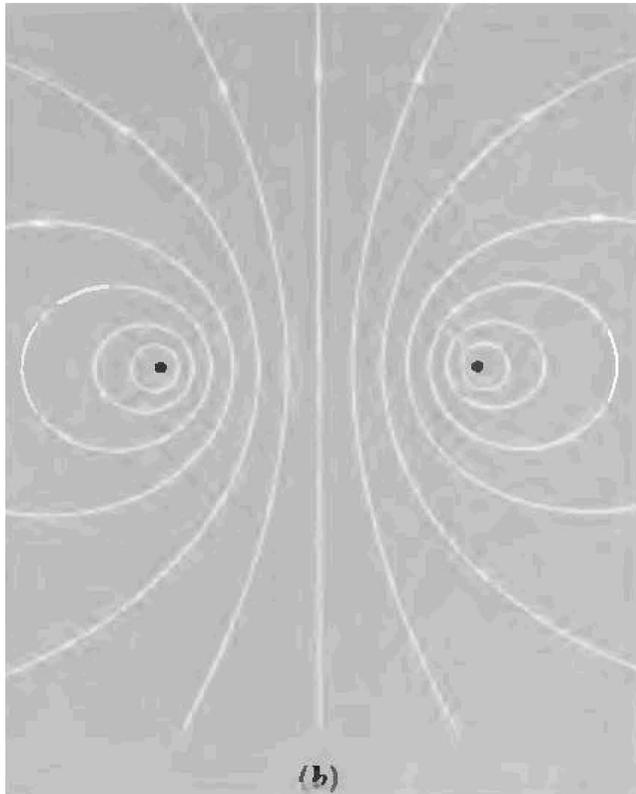
- Donde r es función de z :

$$r = \sqrt{b^2 + z^2}$$

- Entonces en el eje z :

$$\vec{B}(0,0,z) = B_z \hat{z} = \frac{\mu_0 I b^2}{2 [\sqrt{b^2 + z^2}]^3} \hat{z}$$

Espira circular

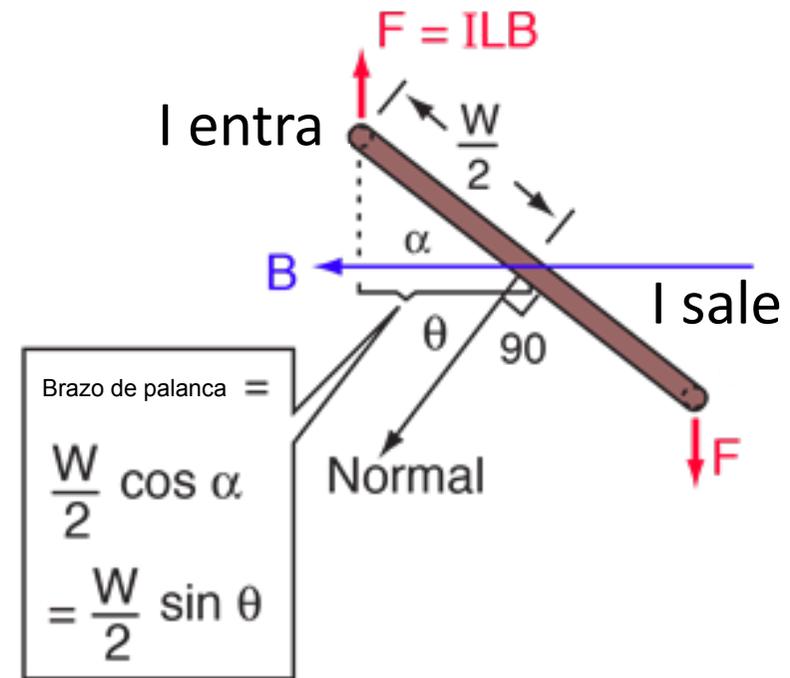


Campo magnético de una espira circular en el plano que contiene al eje de simetría

Ejemplo de solenoide finito en la
página de la materia, sección
teórica

Torque sobre una espira de corriente

- Tomemos una espira rectangular de lados L y W por la que circula una corriente I .
- Coloquémosla en un campo uniforme \vec{B} que forma un ángulo α con el lado de largo W .
- Nos interesa saber qué fuerzas aparecen y cómo se va a mover la espira.



θ es el ángulo entre B y la normal a la espira

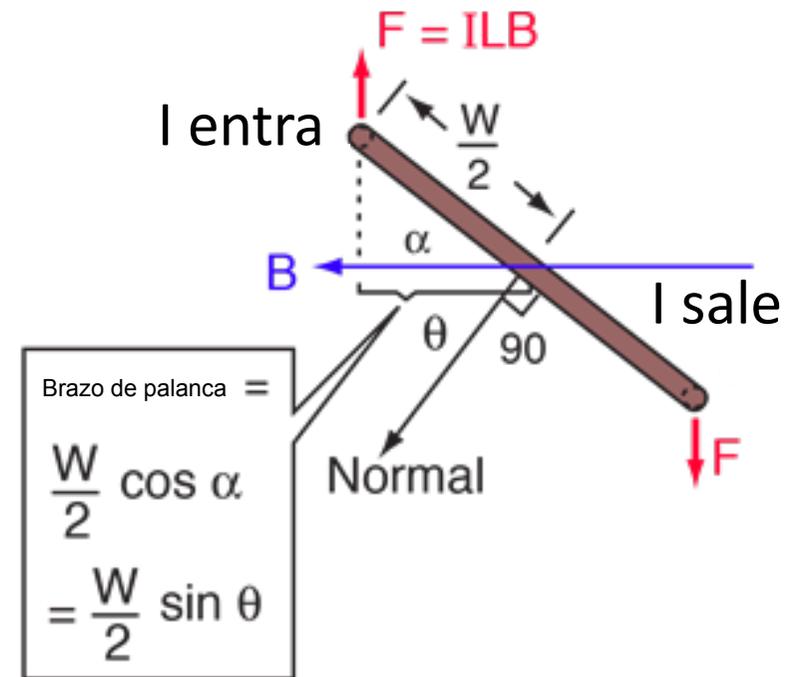
Torque sobre una espira de corriente

- Vimos en el caso de los dos hilos paralelos que la fuerza por unidad de distancia venía dada por

$$f = IB$$

- Entonces los lados de largo L experimentan fuerzas opuestas de intensidad

$$F = ILB$$

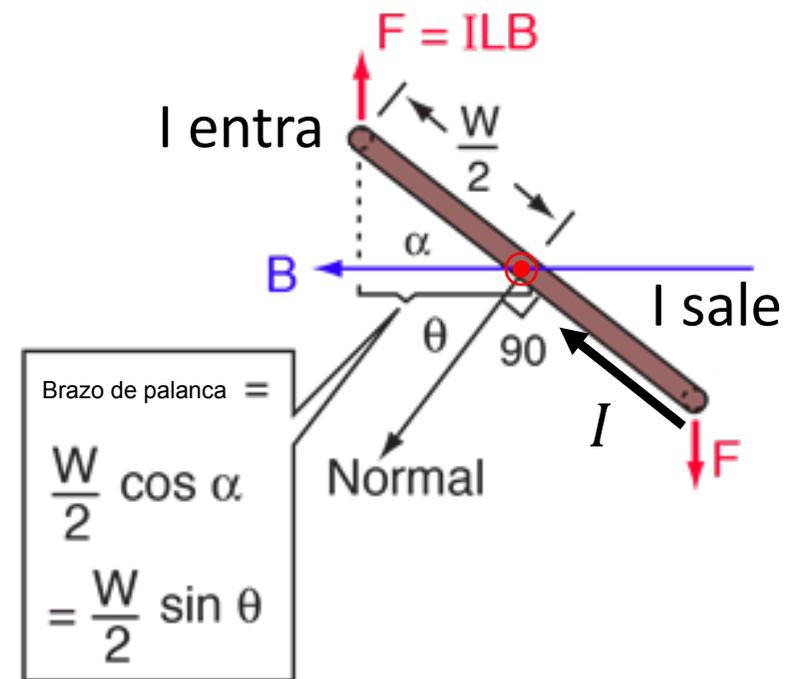


Torque sobre una espira de corriente

- Las fuerzas en los lados de largo W (salen y entran de la pantalla) también son iguales y opuestas, de valor

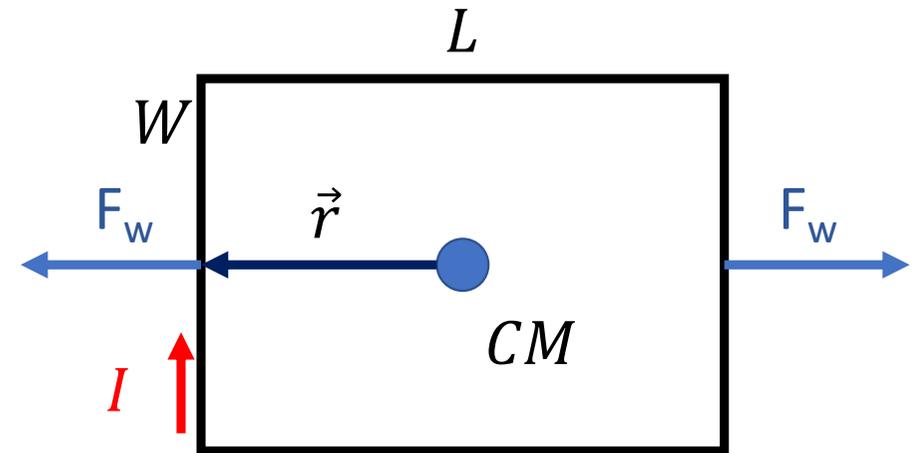
$$F_W = IWB \sin \alpha = IWB \cos \theta$$

- Entonces la suma total de fuerzas es cero y por lo tanto el centro de masa no se acelera.



Torque sobre una espira de corriente

- Respecto al centro de masa, el momento de las fuerzas sobre los lados de largo W son nulos



Vista de arriba

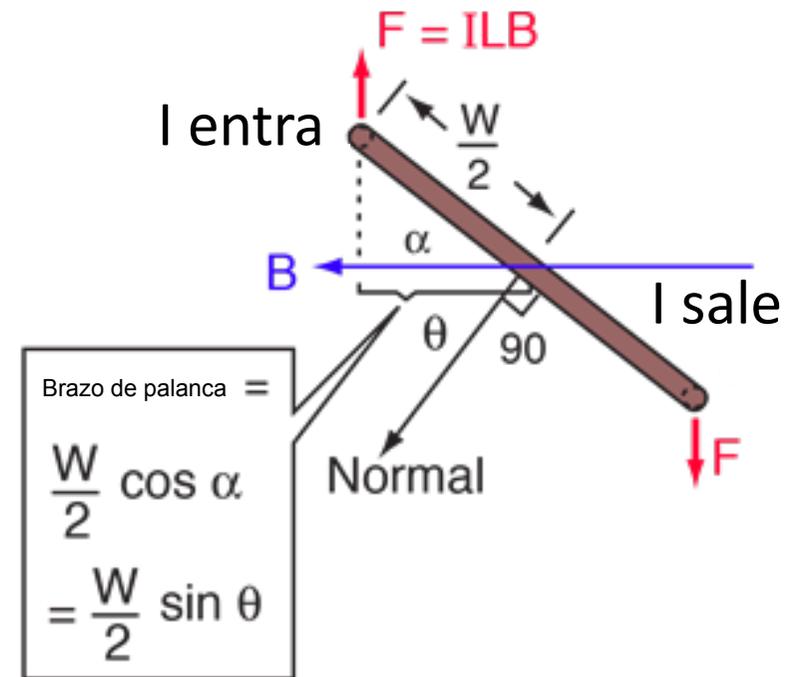
Torque sobre una espira de corriente

- Respecto al centro de masa, el momento de las fuerzas sobre los lados de largo W son nulos

- Mientras que los lados de largo L contribuyen con torques respecto al centro de masa

$$\begin{aligned}\tau &= 2F \frac{W}{2} \cos \alpha = ILBW \cos \alpha \\ &= B I Area \sin \theta\end{aligned}$$

- El torque apunta hacia adentro de la pantalla y tiende a alejar la 'espira' de \vec{B} o acercar la normal al campo.



Torque sobre una espira de corriente

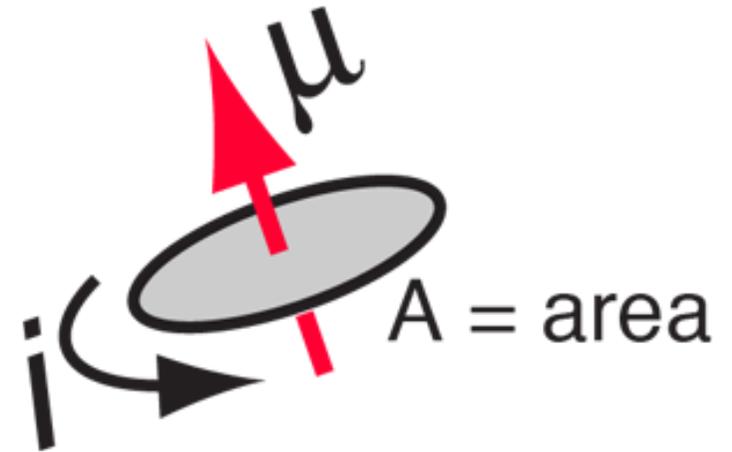
- Entonces el torque $\vec{\tau}$ se define como el producto vectorial del campo magnético y un vector $\vec{\mu}$

$$\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

- Llamaremos a $\vec{\mu}$ momento magnético y definido como

$$\vec{\mu} = IA\hat{n}$$

donde \hat{n} es la normal a la espira obtenida mediante la regla de la mano derecha.



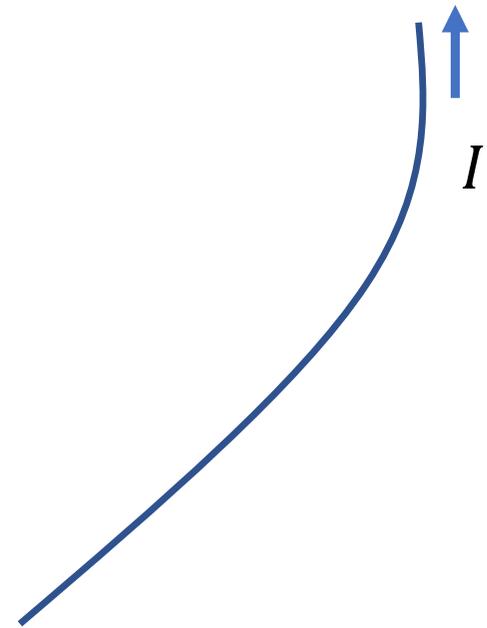
¿Hay una manera más fácil de calcular el campo magnético para distribuciones de corriente simétricas?

André – Marie Ampère (1775-1836)



Ley de Ampère

- Supongamos una corriente I .

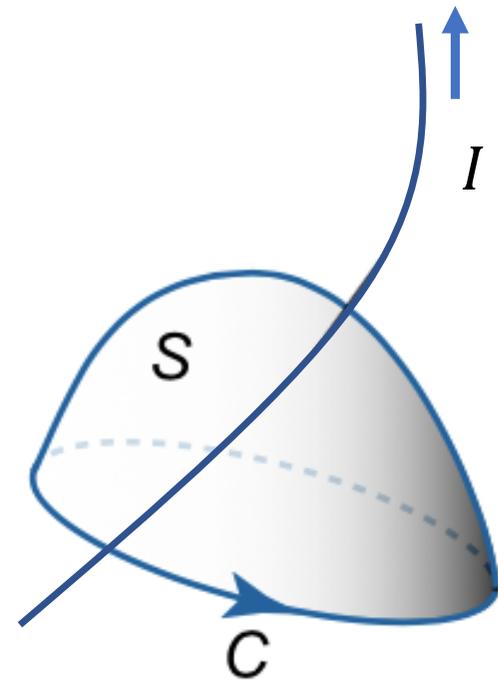


André – Marie Ampère (1775-1836)



Ley de Ampère

- Supongamos una corriente I .
- Tomemos una curva cerrada C que la encierra.



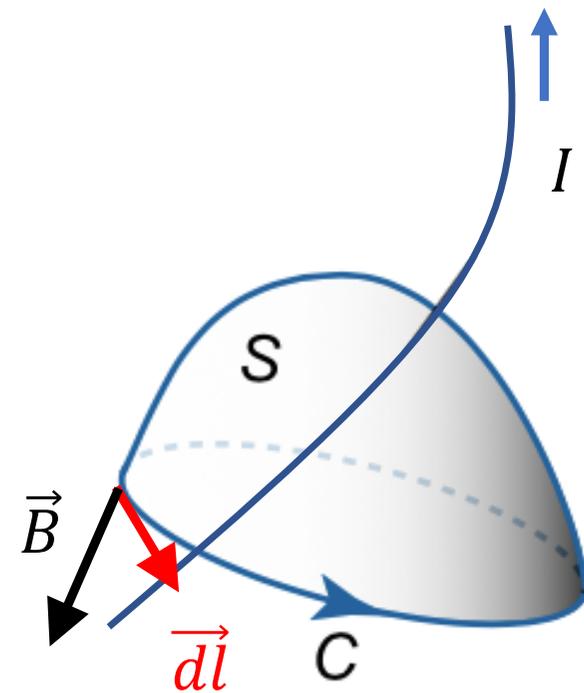
André – Marie Ampère (1775-1836)



Ley de Ampère

- Supongamos una corriente I .
- Tomemos una curva cerrada C que la encierra.
- Entonces, la integral de línea del campo magnético generado por I a lo largo de C es proporcional a la corriente que queda encerrada por C .

$$\oint_C \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$



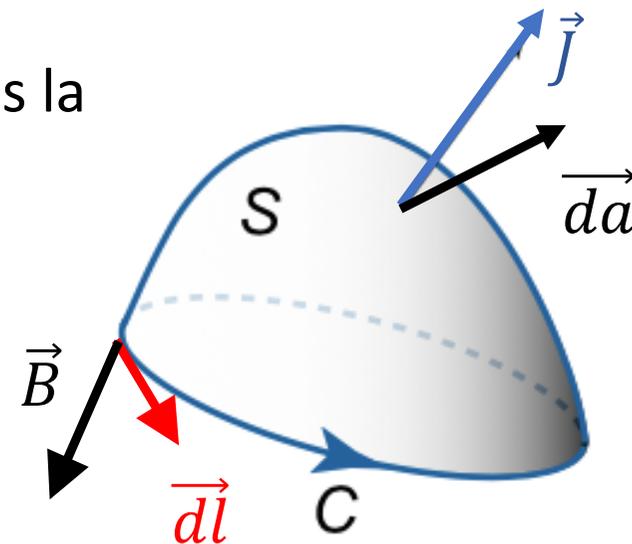
André – Marie Ampère (1775-1836)



Ley de Ampère

- La corriente encerrada I puede ser vista como el flujo de densidad de corriente \vec{J} a través de cualquier superficie S cuyo borde es C .
- Entonces reemplazando I por $\iint_S \vec{J} \cdot \vec{da}$ tenemos la Ley de Ampère.

$$\oint_C \vec{B} \cdot \vec{dl} = \mu_0 \iint_S \vec{J} \cdot \vec{da}$$

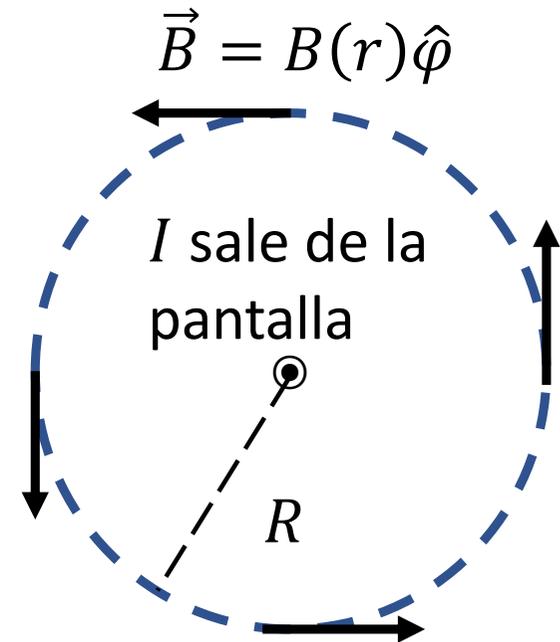


Importante !

El sentido de recorrido del camino C y el sentido de I se relacionan por la regla de la mano derecha

Aplicaciones de la ley de Ampère: hilo de corriente I

- Problema con simetría de traslación a lo largo del hilo
- El campo \vec{B} es tangente a los círculos concéntricos centrados en el hilo.
- El módulo de \vec{B} depende sólo de la distancia r .

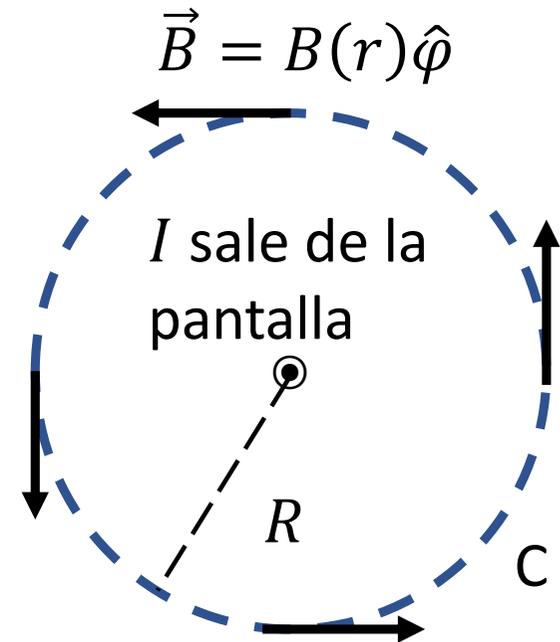


Aplicaciones de la ley de Ampère: hilo de corriente I

- Tomemos C como la circunferencia de radio R recorrida en sentido antihorario con la corriente hacia afuera de la pantalla.

- Tomando $\vec{dl} = R d\varphi \hat{\varphi}$ la integral queda

$$\oint_C \vec{B} \cdot \vec{dl} = \oint B(R) \hat{\varphi} \cdot R d\varphi \hat{\varphi} = \mu_0 I$$
$$B(R) R \int_0^{2\pi} d\varphi = 2\pi B(R) R = \mu_0 I$$
$$B(R) = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$

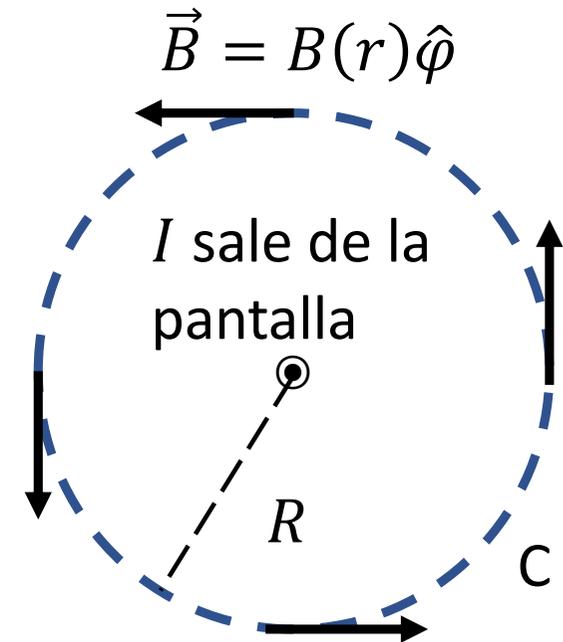


Aplicaciones de la ley de Ampère: hilo de corriente I

- Entonces, el resultado para un radio R es válido para todo r tal que encierre I

- Por lo tanto, para todo el espacio

$$\vec{B} = B(r)\hat{\phi} = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \hat{\phi}$$



Otros ejemplos en la página
(sección teórica): Bobina toroidal

El flujo de \vec{B} y otra ecuación de Maxwell

- Normalmente la ley de Ampère no alcanza por sí sola para obtener \vec{B} a partir de \vec{J} .
- Por eso se necesita otra ecuación. Una relativa al flujo de \vec{B} .
- Es posible demostrar (no lo haremos aquí) que para todo \vec{B} y toda superficie cerrada S :

$$\oiint_S \vec{B} \cdot d\vec{a} = 0$$

- Esto quiere decir que no hay manantiales ni sumideros de campo magnético (no hay monopolos magnéticos) sea cual fuere la distribución de corrientes representada por \vec{J} .

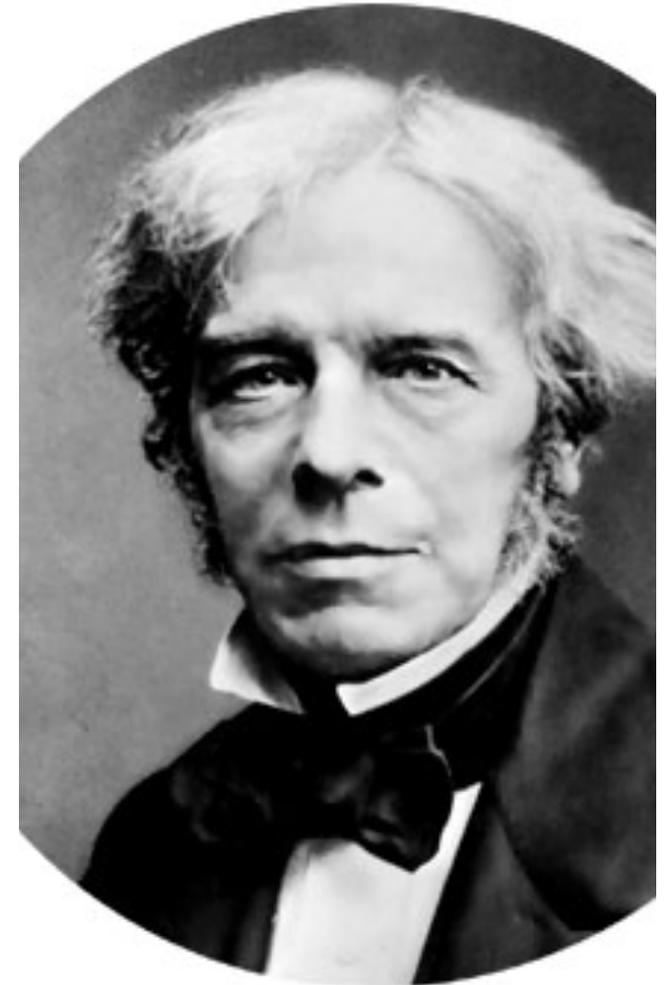
Inducción electromagnética

Conexión entre electricidad y magnetismo

- ✓ Oersted (1819) demuestra que una corriente estacionaria puede generar un campo magnético.
- ✗ Faraday sugiere que un campo magnético estacionario podría generar una corriente, pero sus experimentos no tuvieron éxito.



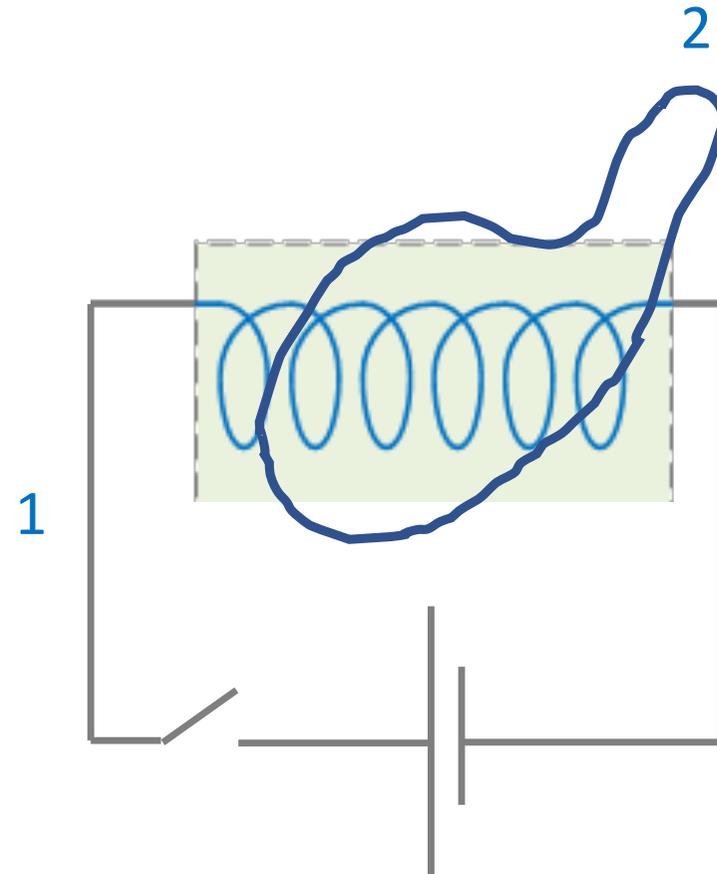
Hans Christian Oersted



Michael Faraday

Experimento de Faraday

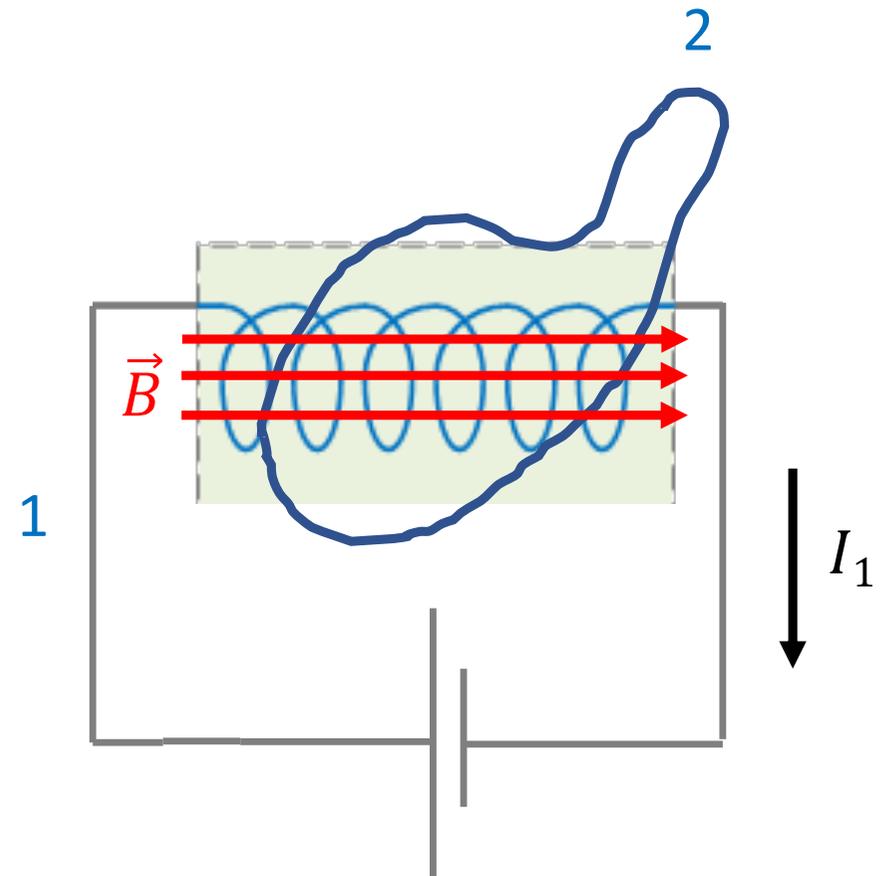
- Conectó una fuente a un solenoide.
- Consideró 2 espiras
 1. El circuito
 2. Una espira que envuelva al solenoide



No hay corriente en ninguno

Experimento de Faraday

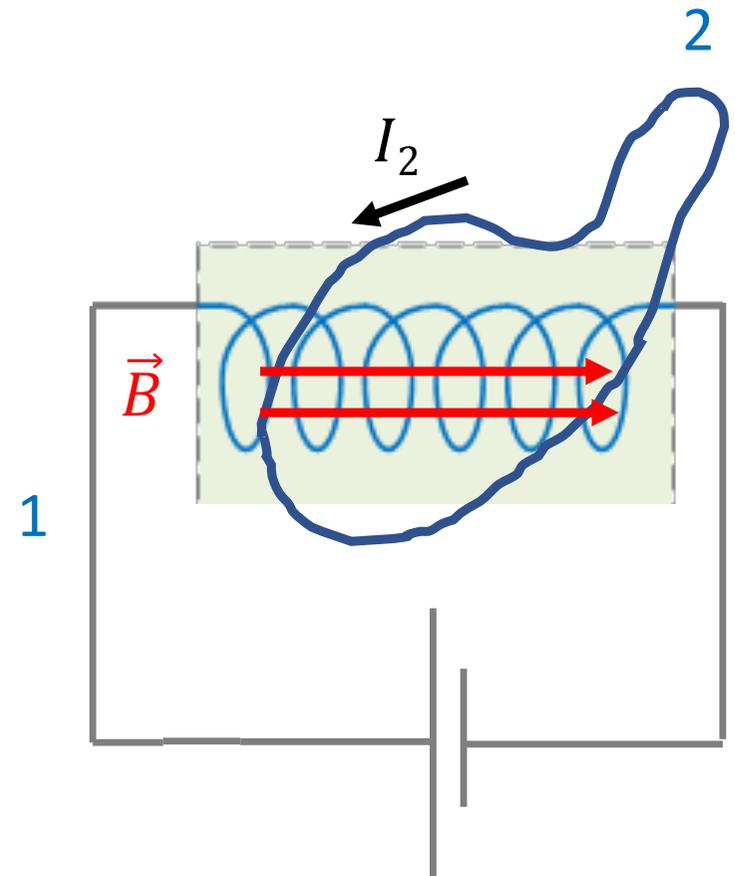
- Conectó una fuente a un solenoide.
- Consideró 2 espiras
 1. El circuito
 2. Una espira que envuelva al solenoide



Hay corriente en 1

Experimento de Faraday

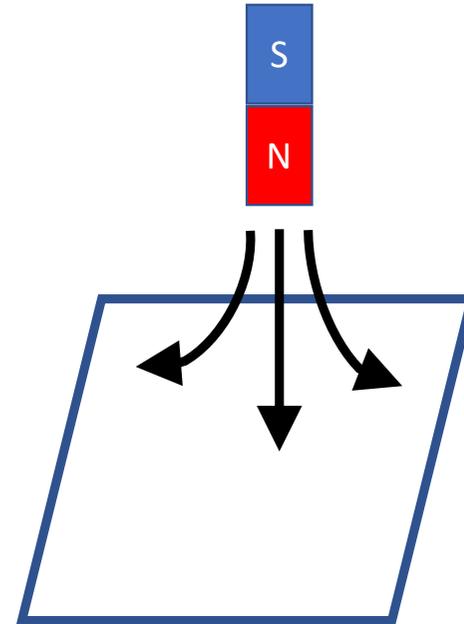
- Pero justo al cerrar el switch o al abrirlo una corriente transitoria circulaba en 2.
- En otras palabras cuando el campo magnético cambiaba (crecía o decrecía), había corriente en 2
- Faraday concluyó que la **variación de \vec{B}** crea un campo eléctrico. ✓



Recién cerrado el switch

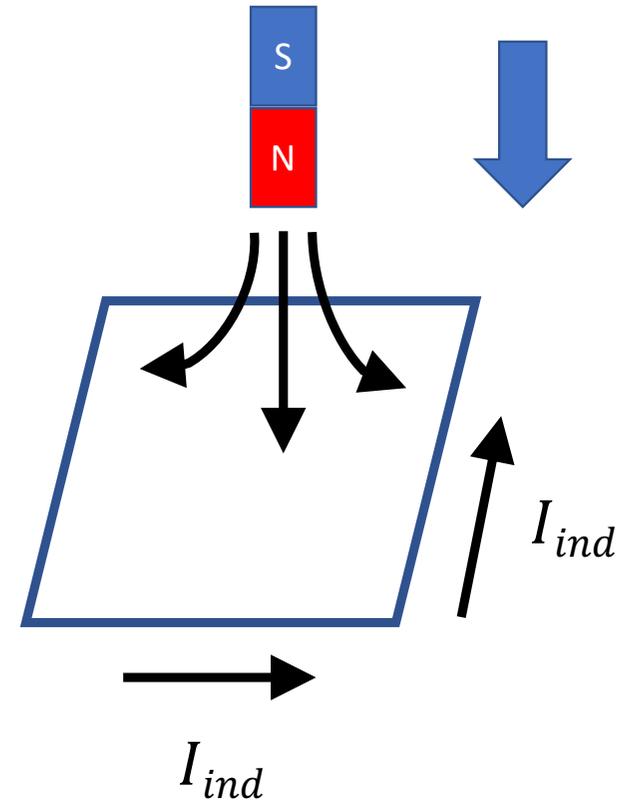
Ley de Lenz

- Otro hecho experimental:
- La corriente inducida fluye en el sentido opuesto al sentido de variación del flujo magnético.



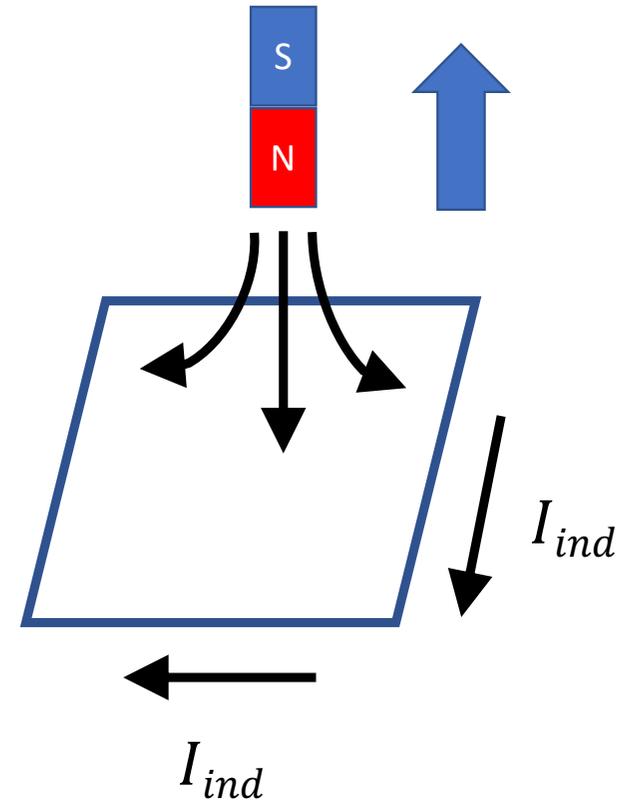
Ley de Lenz

- Otro hecho experimental:
- La corriente inducida fluye en el sentido opuesto al sentido de variación del flujo magnético.
- Al crecer el flujo la corriente I_{ind} fluye para oponerse al cambio (crecimiento).



Ley de Lenz

- Otro hecho experimental:
- La corriente inducida fluye en el sentido opuesto al sentido de variación del flujo magnético.
- Al crecer el flujo la corriente I_{ind} fluye para oponerse al cambio (crecimiento).
- Al decrecer el flujo, la corriente I_{ind} fluye al revés.



FEM Inducida

- La I_{ind} se relaciona con una FEM_{ind} a través de la resistencia de la espira en donde se induce la corriente.

$$FEM_{ind} = I_{ind}R$$

- Faraday halló que la FEM_{ind} era proporcional al cambio de \vec{B} y al área de la espira en la que se induce la corriente.

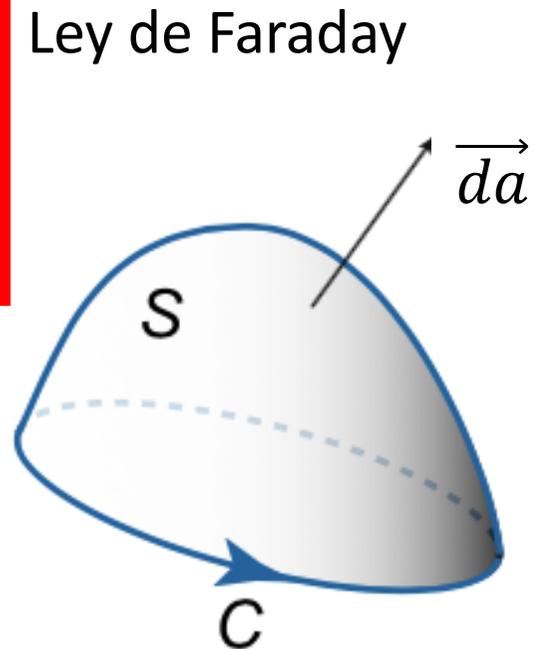
$$FEM_{ind} \propto \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad FEM_{ind} \propto Area$$

Ley de Faraday

- Concluyó que la FEM_{ind} depende de la variación del flujo magnético

$$FEM_{ind} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot \vec{d\vec{a}}$$

- El menos viene de la Ley de Lenz.
- S es cualquier superficie limitada por la espira.

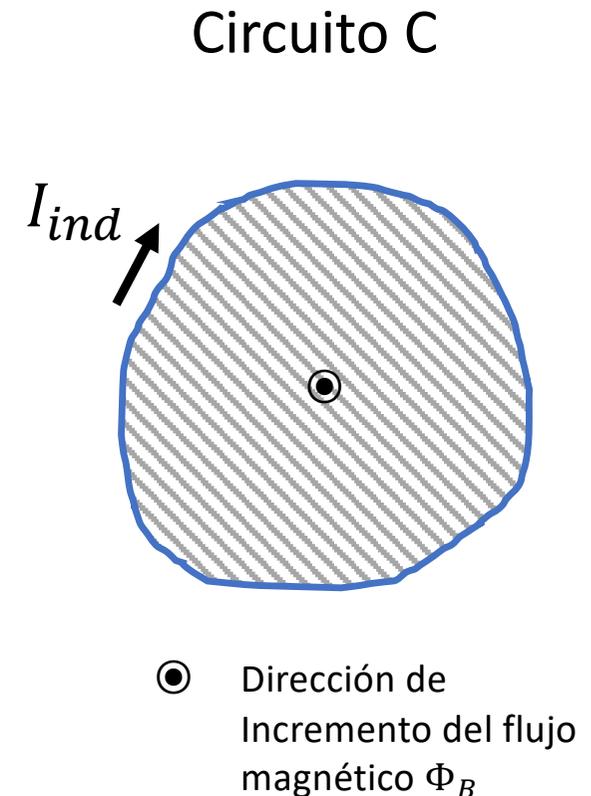


Ley de Faraday

- Retomemos la Ley de Faraday

$$FEM_{ind} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot \vec{d\vec{a}}$$

- La integral es sobre una superficie S abierta limitada por el circuito C .
- La corriente inducida I_{ind} se opone la dirección asociada al crecimiento del flujo magnético Φ_B



Ley de Faraday

- La corriente I_{ind} es impulsada por un campo eléctrico \vec{E}_{ind} inducido.
- Entonces, la integral de camino cerrado de \vec{E}_{ind} sobre C debe ser igual a la FEM_{ind}
- Entonces

$$FEM_{ind} = \oint_C \vec{E}_{ind} \cdot d\vec{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{a}$$

