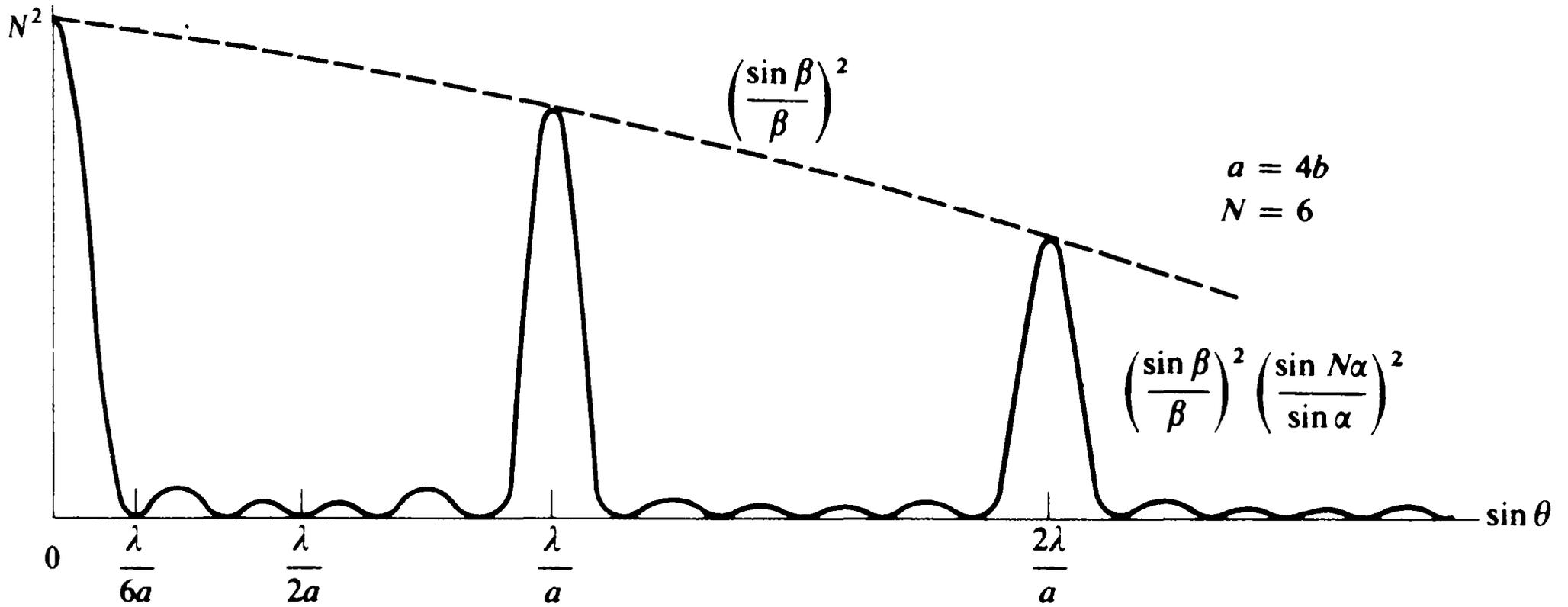
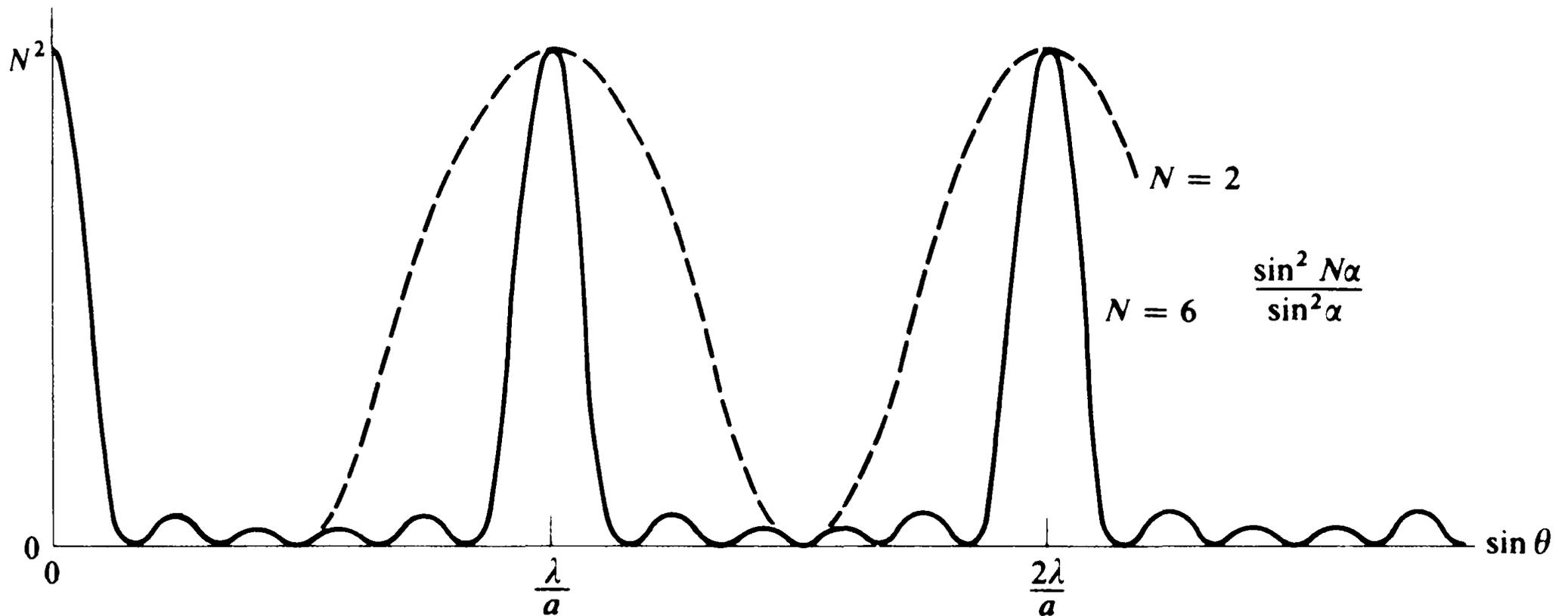


Ejemplo: 6 rendijas



Ejemplo: 6 versus 2 rendijas



Variación con N

- Ya sabemos dónde están los máximos y mínimos de difracción y los de interferencia.
- ¿Cómo cambian las posiciones y las irradiancias en los máximos cuando cambiamos N ?

Variación con N

- Al aumentar N , la intensidad de los máximos principales de interferencia va aumentando como N^2 . Es decir, acumulan más energía al aumentar N .
- La posición de los máximos principales no depende de N para $N \geq 2$.
- A la vez que crecen en intensidad, se vuelven más finos ya que los mínimos que los rodean se acercan.

$$\Delta\alpha \text{ entre mínimos que rodean a máximo principal} = \frac{(N+1)\pi}{N} - \frac{(N-1)\pi}{N} = \frac{2\pi}{N}$$

- La posición de los máximos y mínimos de difracción no cambia con N .

Variación con N

- ¿Qué pasa con los máximos secundarios?
- Como $I(\theta = 0) = I_0 N^2$ la irradiancia puede reescribirse como:

$$I(\theta) = \frac{I(0)}{N^2} \left(\frac{\sin \beta}{\beta} \right)^2 \left(\frac{\sin N\alpha}{\sin \alpha} \right)^2$$

- Al crecer N , los valores de α_{maxsec} correspondientes a los máximos secundarios se hacen cada vez más pequeños:
- Entonces, se puede aproximar $\sin \alpha_{maxsec} \cong \alpha_{maxsec}$

Variación con N

- Como $|\sin N\alpha_{maxsec}| = 1$ la irradiancia queda:
 - Para el primer máximo secundario

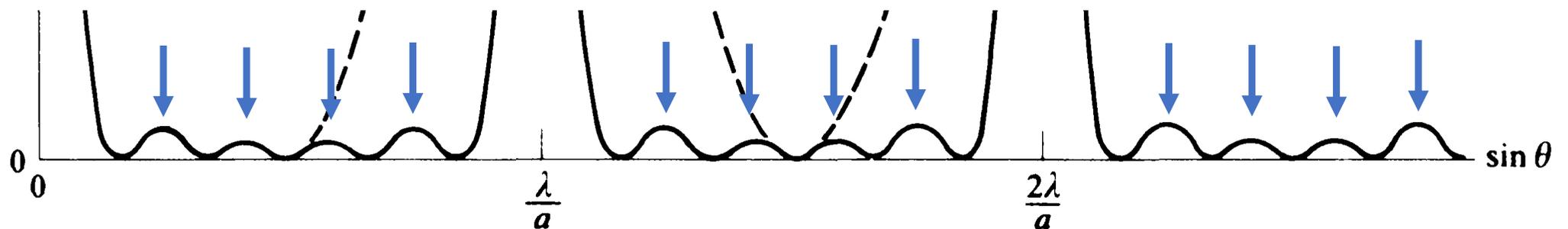
$$I(\theta_{maxsec1}) = \frac{I(0)}{N^2} \left(\frac{\sin \beta}{\beta}\right)^2 \frac{4N^2}{9\pi^2} = I(0) \left(\frac{\sin \beta}{\beta}\right)^2 \frac{4}{9\pi^2} \cong \frac{1}{22} I(0) \left(\frac{\sin \beta}{\beta}\right)^2$$

- Para el segundo

$$I(\theta_{maxsec2}) \cong \frac{1}{64} I(0) \left(\frac{\sin \beta}{\beta}\right)^2$$

Variación con N

- A mitad de camino del siguiente máximo principal, la intensidad de los máximos secundarios vuelve a subir de manera simétrica.



- La irradiancia de un máximo secundario no varía con N , pero su ancho se achica con lo cual al aumentar N se perciben cada vez menos.

$w=50\mu$

$d=150\mu$

3 slits

4 slits

5 slits

7 slits

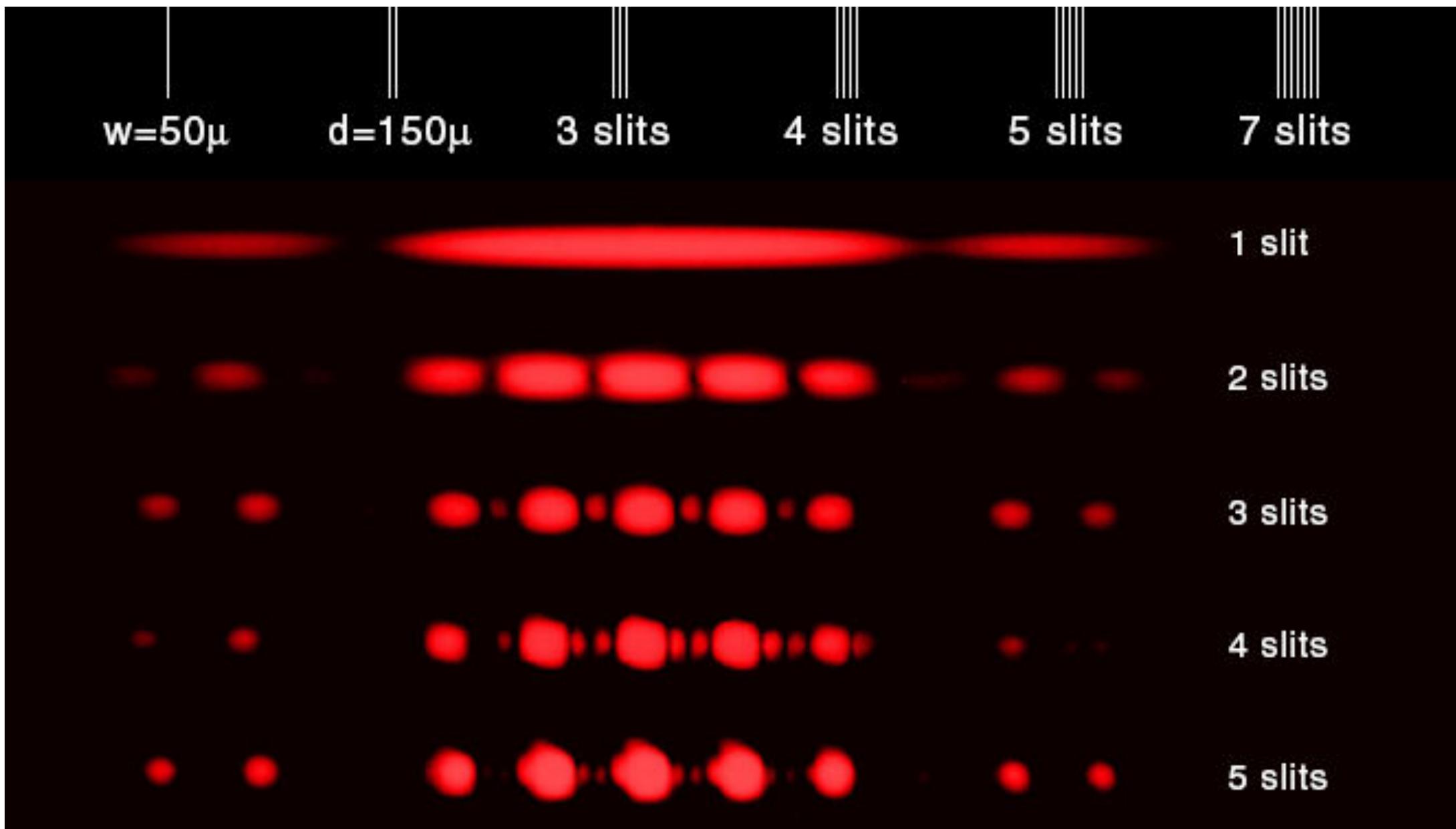
1 slit

2 slits

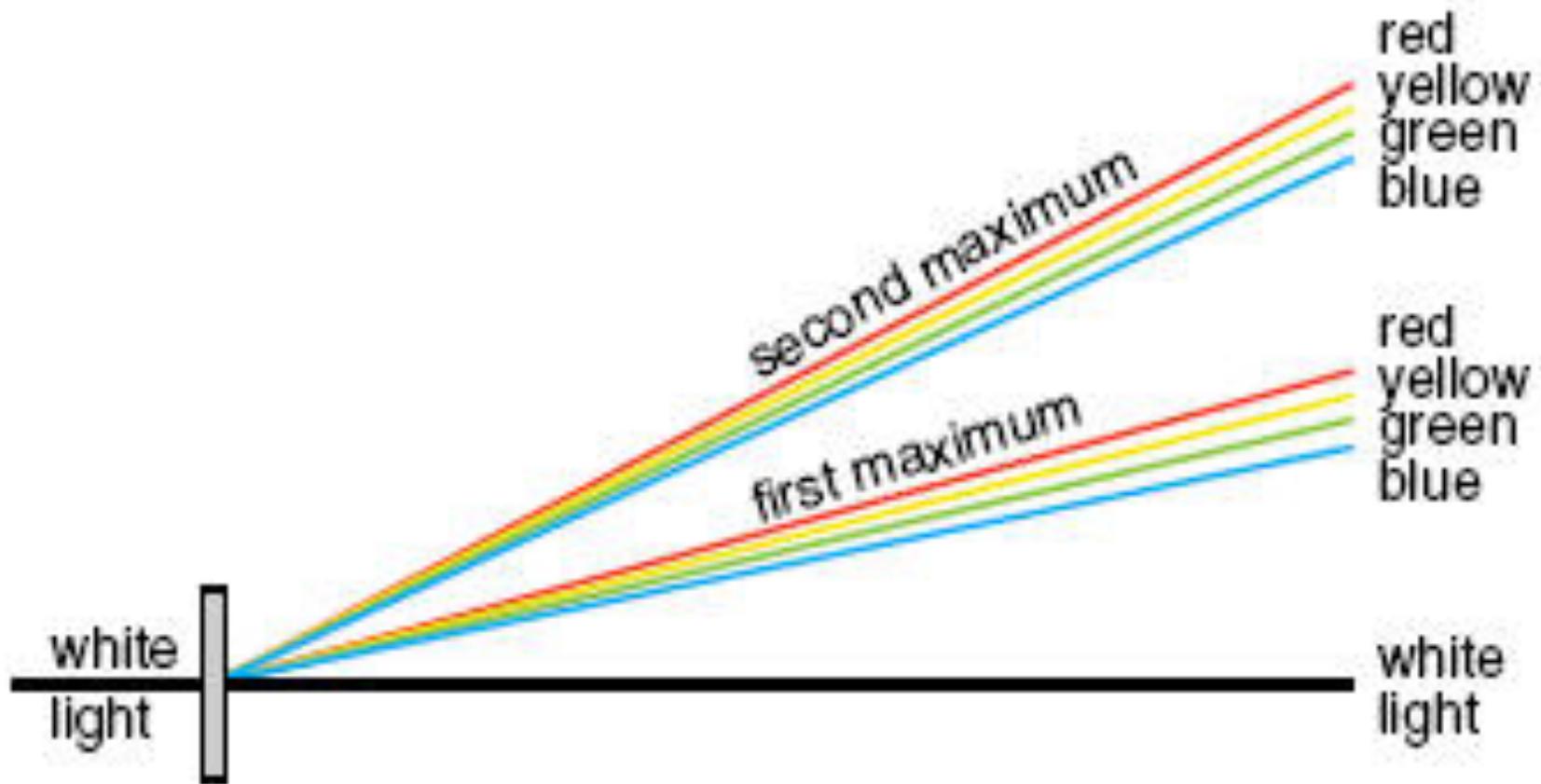
3 slits

4 slits

5 slits



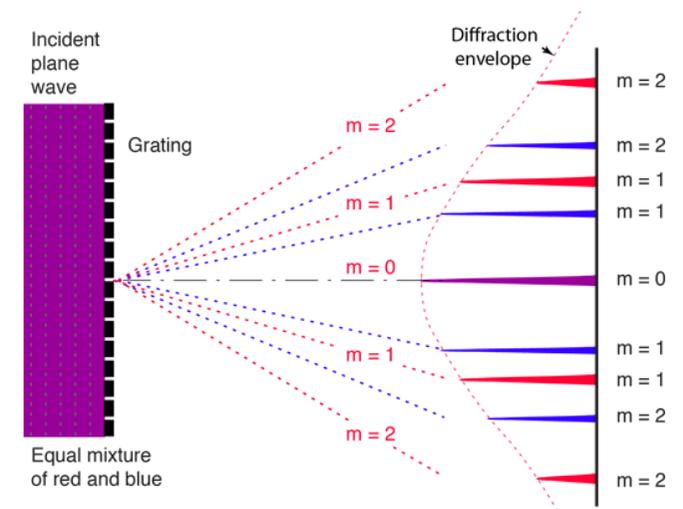
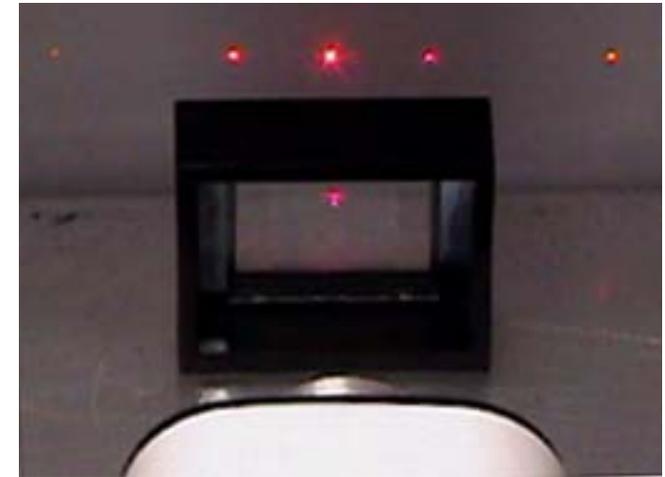
Variación con λ



Redes de difracción

Redes de difracción

- Las redes de difracción son herramientas que permiten para separar los colores de un haz de luz con una alta resolución gracias a la dispersión entre diferentes λ .
- Aplicaciones: medición de espectros atómicos (transiciones electrónicas).
- La alta resolución se logra mediante un gran número de rendijas que vuelve a los máximos principales muy finos e intensos.



Redes de transmisión

- Redes de transmisión: arreglos de rendijas múltiples.
- Piezas de material transparente (vidrio) con canaletas

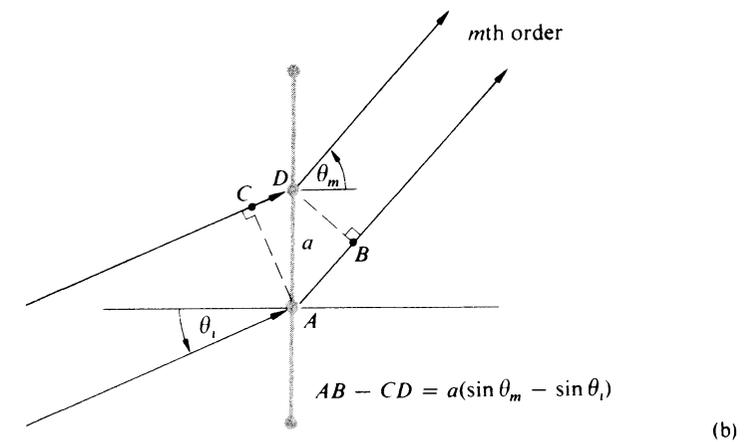
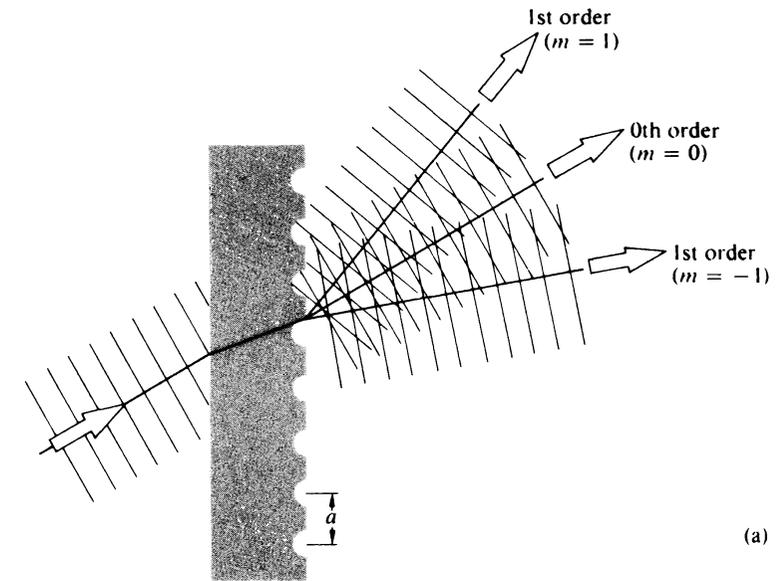


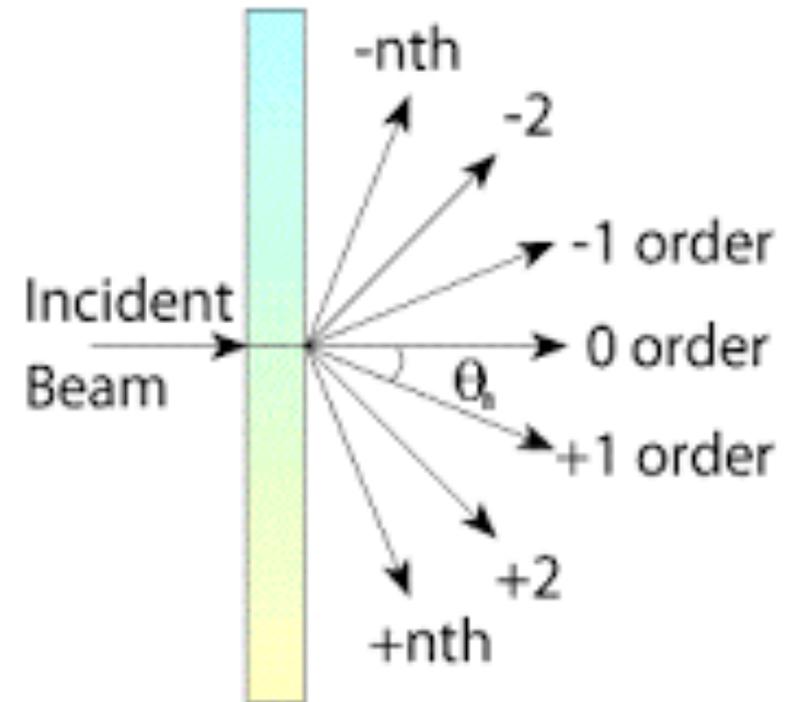
Figure 10.28 A transmission grating.

Ecuación de una red (incidencia normal)

- La ecuación de una red de difracción de transmisión para un haz proveniente de una fuente lejana que incide sobre ella de manera perpendicular nos da la posición de los máximos principales θ_m .

$$a \sin \theta_m = m\lambda$$

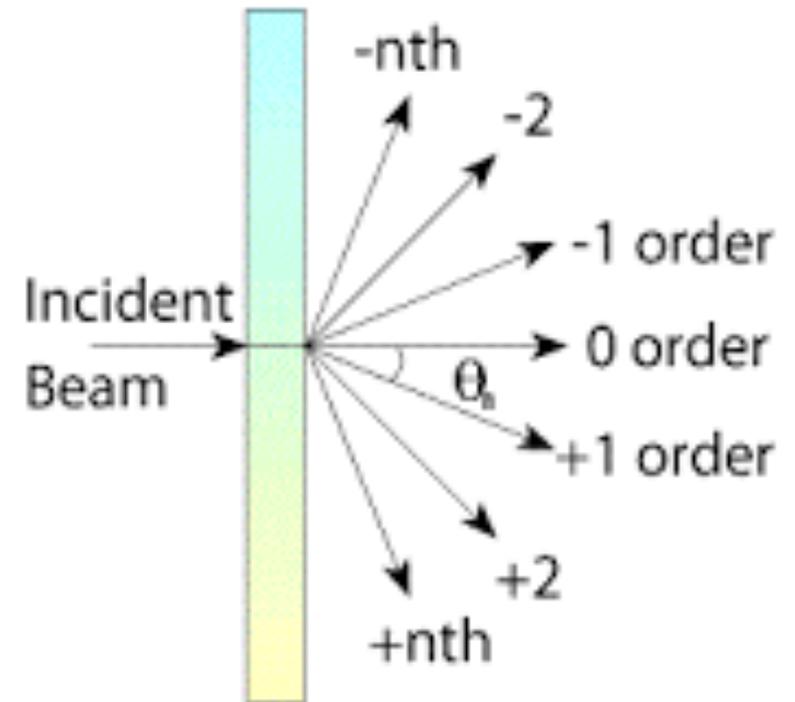
Donde el parámetro a es la distancia inter-rendija y m es el orden.



Ecuación de una red (incidencia normal)

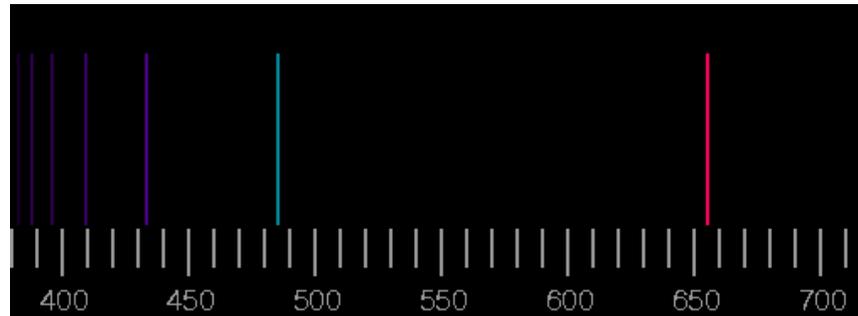
- Para cada red y una determinada longitud de onda, existe un máximo orden que se puede ver con incidencia normal.
- Este corresponde al mayor orden M tal que:
 $|\sin \theta_M| \leq 1$
- En otras palabras

$$\frac{M\lambda}{a} \leq 1$$

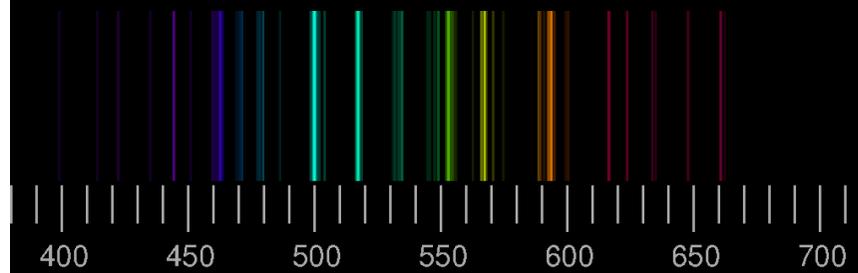


Espectros de emisión (rango visible)

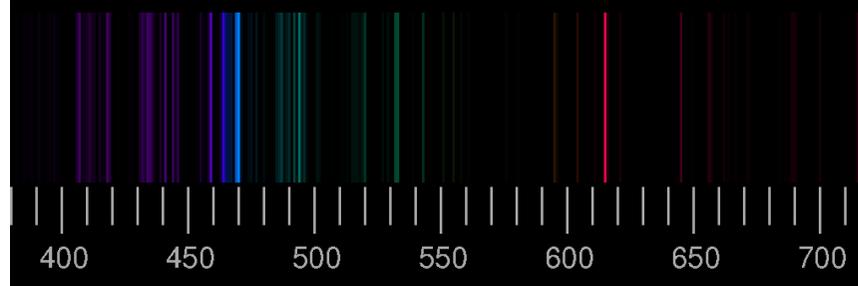
Hidrógeno



Nitrogeno



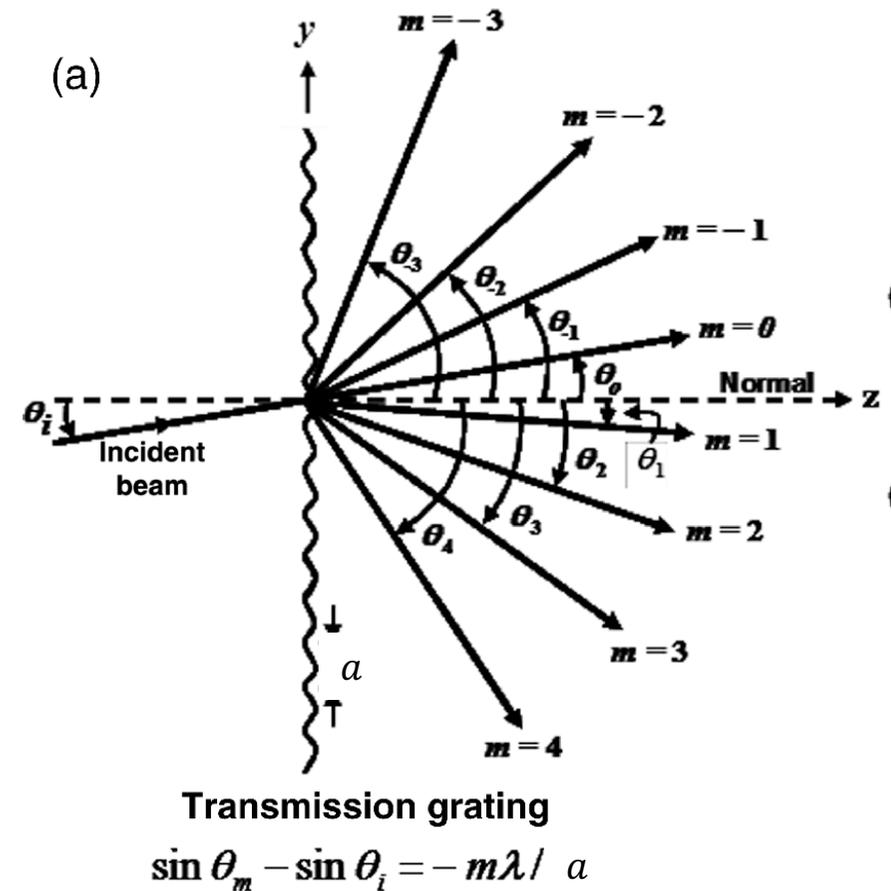
Oxígeno



Repaso: Ecuación de una red (general)

La ecuación de una red de difracción para incidencia general es:

$$a(\sin \theta_m - \sin \theta_i) = m\lambda$$



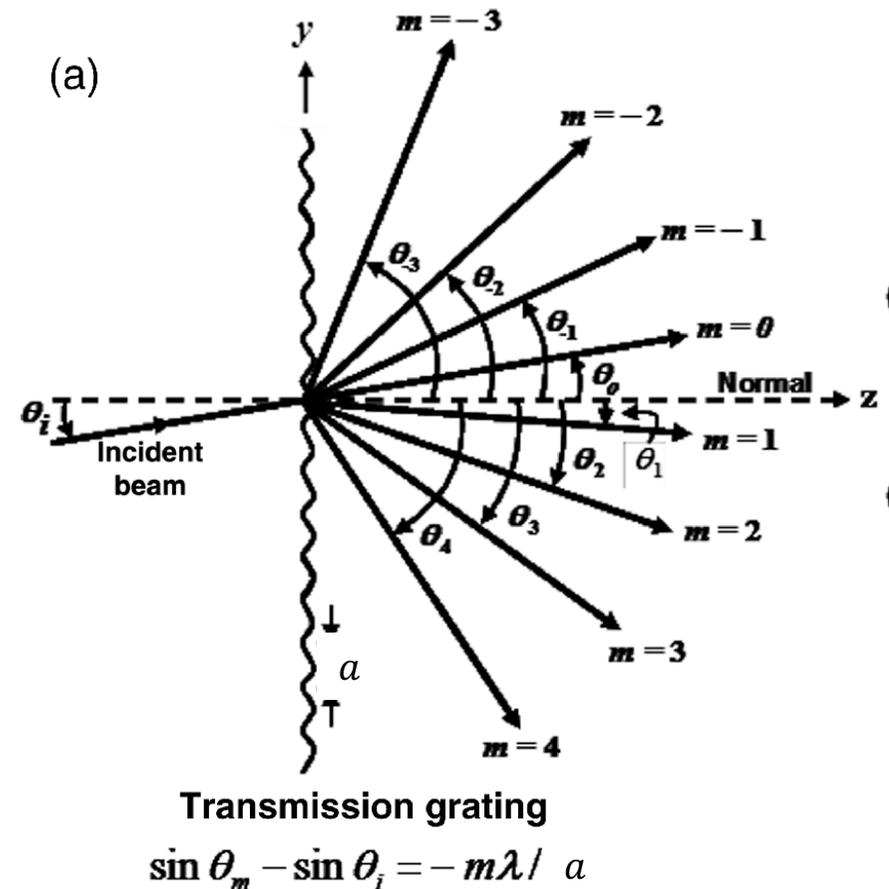
Dispersión angular de una red

- El ancho efectivo de una línea espectral es la distancia angular entre los mínimos alrededor de un máximo principal:

$$\Delta\alpha = \frac{2\pi}{N}$$

- Para incidencia general α cambia un poco a:

$$\alpha = \frac{ka}{2} (\sin \theta - \sin \theta_i)$$



Ancho angular de una red

- Si fijamos θ_i , un pequeño cambio $\Delta\alpha$ se escribirá:

$$\Delta\alpha = \frac{\partial\alpha}{\partial\theta} \Delta\theta$$

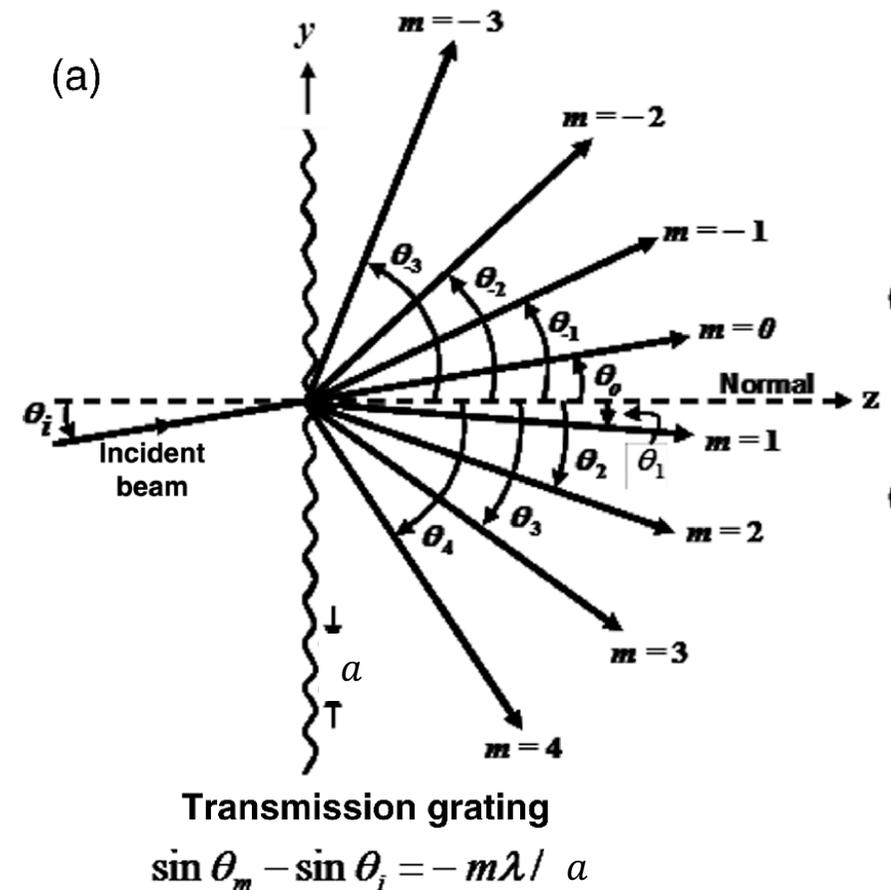
- Entre los mínimos a ambos lados de un máximo principal:

$$\Delta\alpha = (ka/2) \cos \theta (\Delta\theta) = 2\pi/N$$

- De los últimos dos miembros, se obtiene el ancho angular de una línea debido al ensanchamiento instrumental:

$$\Delta\theta = 2\lambda / (Na \cos \theta_m)$$

- Notar que Na es el ancho de la red



Dispersión angular

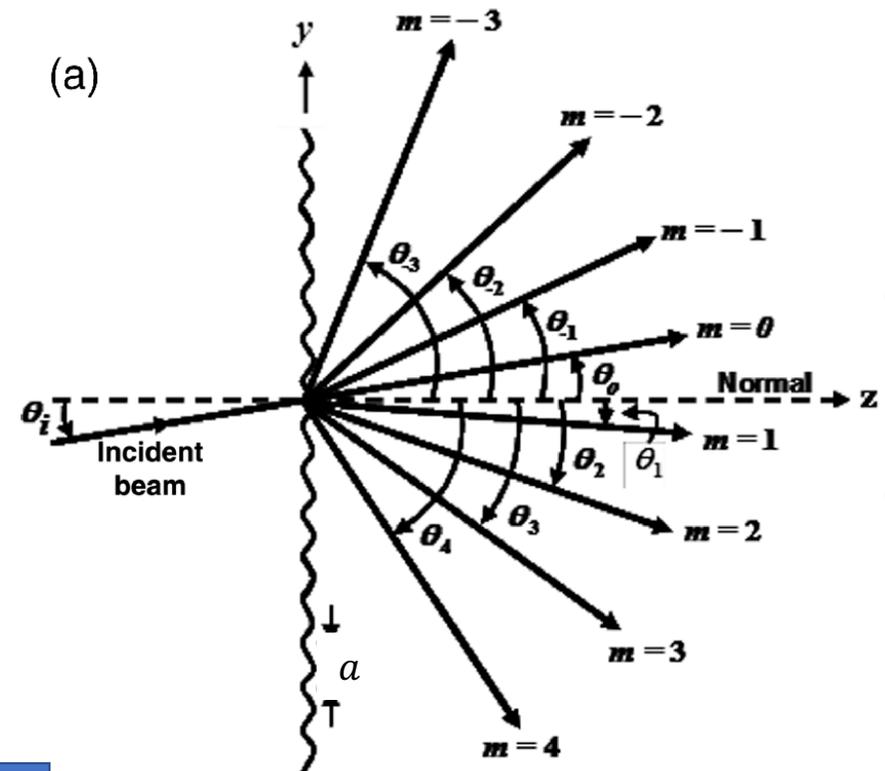
- La dispersión angular se define como la variación de θ con λ :

$$\mathcal{D} \equiv d\theta/d\lambda$$

- Si sabemos que : $\frac{d[\sin \theta]}{d\lambda} = \cos \theta \frac{d\theta}{d\lambda}$
- De la ecuación de red, a θ_i constante tenemos:

$$\mathcal{D} = m/(a \cos \theta_m)$$

Más dispersión con mayor orden
 Más dispersión con rendijas más juntas



Transmission grating
 $\sin \theta_m - \sin \theta_i = -m\lambda / a$

Poder resolvente y el criterio de Rayleigh

- Cuando la diferencia entre las longitudes de onda de dos líneas espectrales es tan pequeña que se superponen en parte, el pico resultante de cada una se vuelve ambiguo.
- El **poder resolvente cromático** de un espectrómetro se define como la inversa de la resolución espectral:

$$\mathcal{R} \equiv \lambda / (\Delta\lambda)_{\min}$$

donde $\Delta\lambda_{\min}$ es la menor diferencia de longitud de onda discernible y λ la longitud media

Doblete del Sodio
589 y 589,6 nm



Poder resolvente y el criterio de Rayleigh

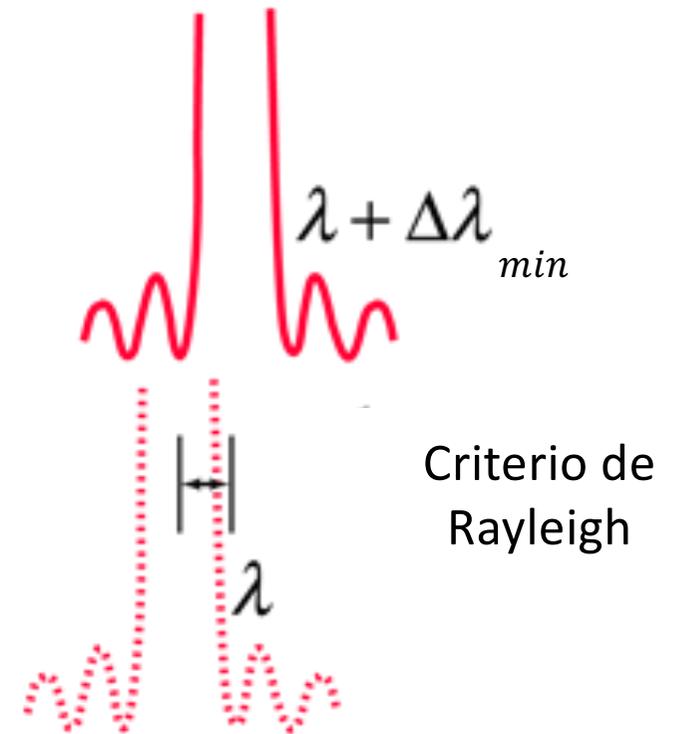
- El **criterio de Lord Rayleigh** para la resolución de dos líneas de igual densidad de flujo requiere que el máximo principal de una coincida en posición con el **mínimo** **adyacente al máximo** de la otra.

- Siendo el ancho de una línea

$$\Delta\theta = 2\lambda / (Na \cos \theta_m)$$

- La distancia de una línea al primer mínimo adyacente es la mitad:

$$(\Delta\theta)_{\min} = \lambda / (Na \cos \theta_m)$$



Poder resolvente y el criterio de Rayleigh

- Aplicando la definición anterior a la dispersión angular \mathcal{D} tenemos:

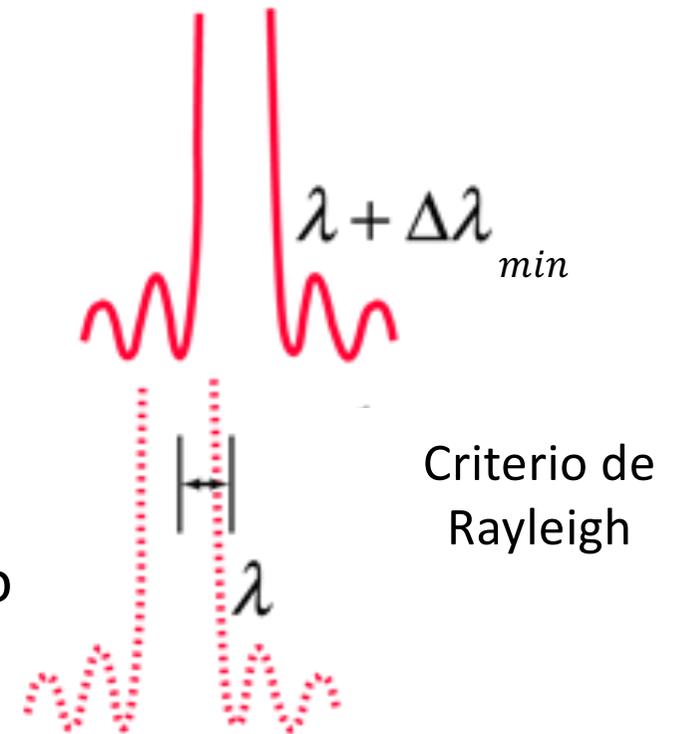
$$\Delta\theta = \frac{d\theta}{d\lambda} \Delta\lambda = \mathcal{D}\Delta\lambda$$

- Tenemos

$$(\Delta\theta)_{\min} = (\Delta\lambda)_{\min} m / (a \cos \theta_m)$$

- Dividiendo esto ultimo por el $\Delta\theta_{\min}$ del criterio de Rayleigh llegamos al poder resolvente:

$$\lambda / (\Delta\lambda)_{\min} = mN$$



Poder resolvente y el criterio de Rayleigh

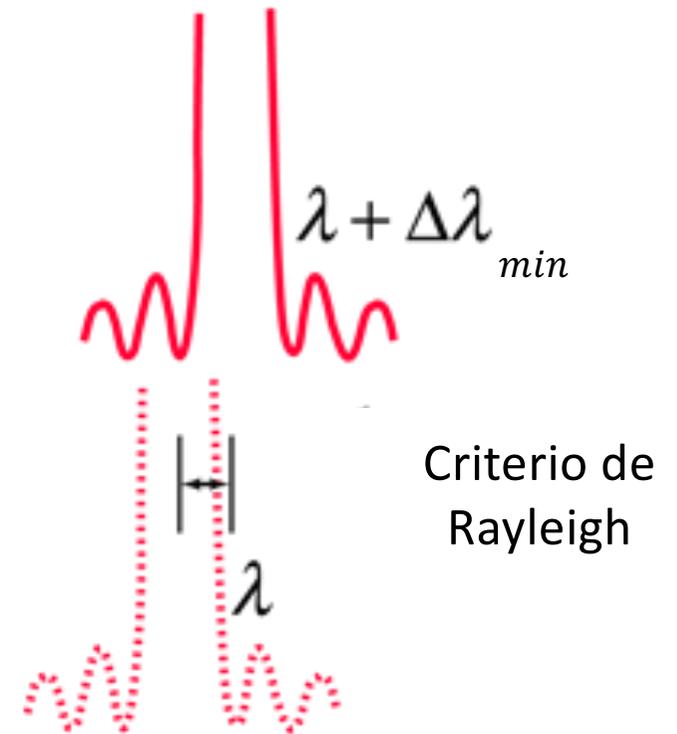
- Pero por la ecuación de red general:

$$a(\sin \theta_m - \sin \theta_i) = m\lambda$$

- Entonces, el poder resolvente en función de la posición para el criterio de Rayleigh queda:

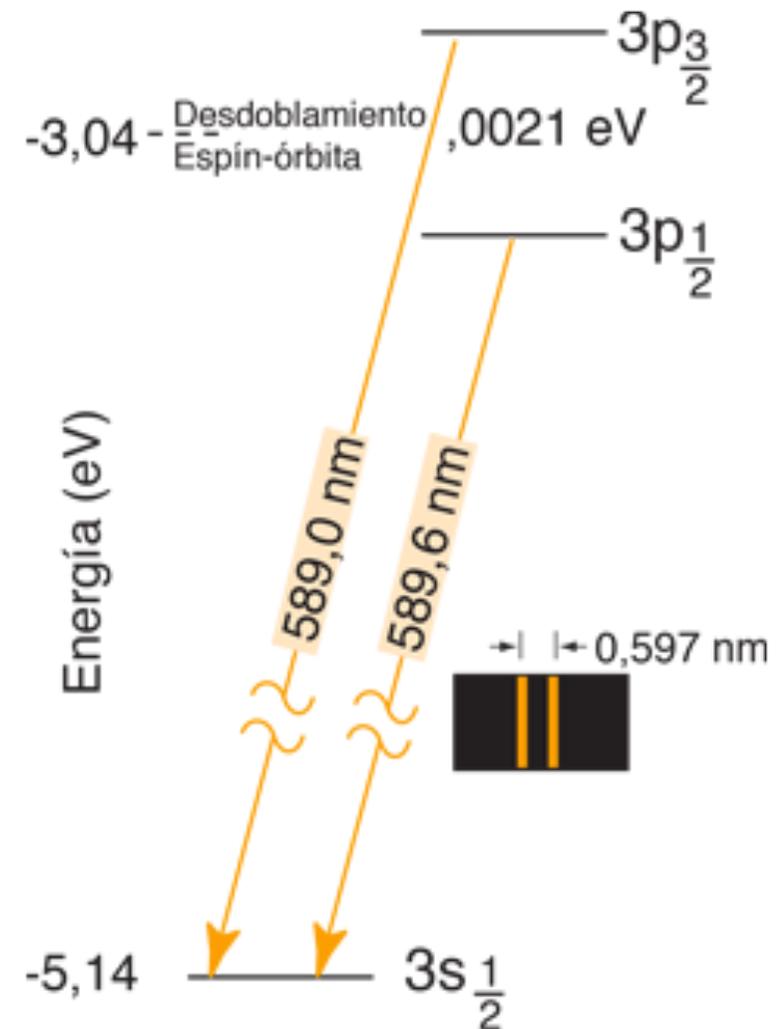
$$\mathcal{R} = \frac{Na(\sin \theta_m - \sin \theta_i)}{\lambda}$$

- Aumenta con Na , el ancho de la red.
- Aumenta con el orden
- Disminuye con λ



Pregunta

- ¿Qué poder resolvente aproximado necesitamos para discernir las dos líneas del doblete del Sodio ?



Polarización

Repaso: ondas EM

- La onda electromagnética es entonces una onda **vectorial transversal**
- Una solución sinusoidal plana para \vec{E} que oscila a lo largo del eje x que se propaga a lo largo del eje z es:

$$\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{x}$$

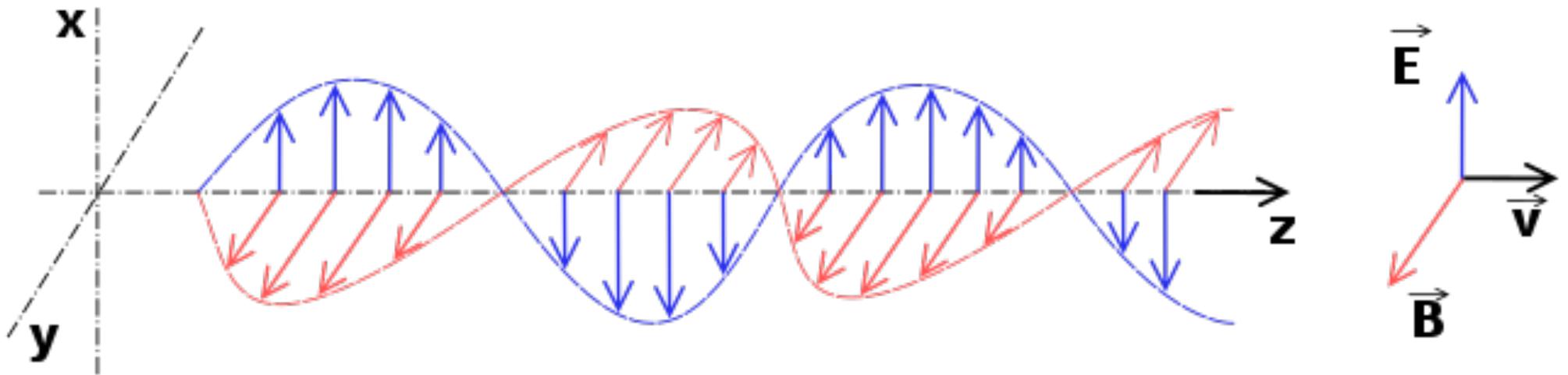
Diagram illustrating the components of the electric field vector $\vec{E}(z, t) = E_0 \cos(kz - \omega t) \hat{x}$:

- Amplitud**: Points to E_0 .
- fase**: Points to the argument of the cosine function, $kz - \omega t$.
- polarización**: Points to the unit vector \hat{x} .
- nro de onda**: Points to kz .
- frecuencia angular**: Points to ωt .

- El campo magnético viene dado por:

$$\vec{B}(z, t) = \frac{E_0}{c} \cos(kz - \omega t) \hat{y}$$

Ondas electromagnéticas



Ecuaciones de Maxwell y las ondas EM

- Hasta ahora nos hemos concentrado en ondas linealmente polarizadas, es decir, donde los campos oscilan a lo largo de una **única dirección, es decir una polarización lineal**.
- Interferencia y difracción requerían la suma de campos, también suponían polarización lineal en la misma dirección.
- Ahora, si tenemos dos ondas de igual frecuencia polarizadas en direcciones perpendiculares y las sumamos, es posible que no obtengamos una polarización lineal como resultado.

Suma de dos ondas linealmente polarizadas

- Supongamos dos ondas de igual frecuencia **linealmente polarizadas, ortogonales (en los ejes x e y)**, propagándose en el eje z.

$$\vec{\mathbf{E}}_x(z, t) = \hat{\mathbf{i}} E_{0x} \cos(kz - \omega t)$$

$$E_{0x} \text{ y } E_{0y} > 0$$

$$\vec{\mathbf{E}}_y(z, t) = \hat{\mathbf{j}} E_{0y} \cos(kz - \omega t + \varepsilon)$$

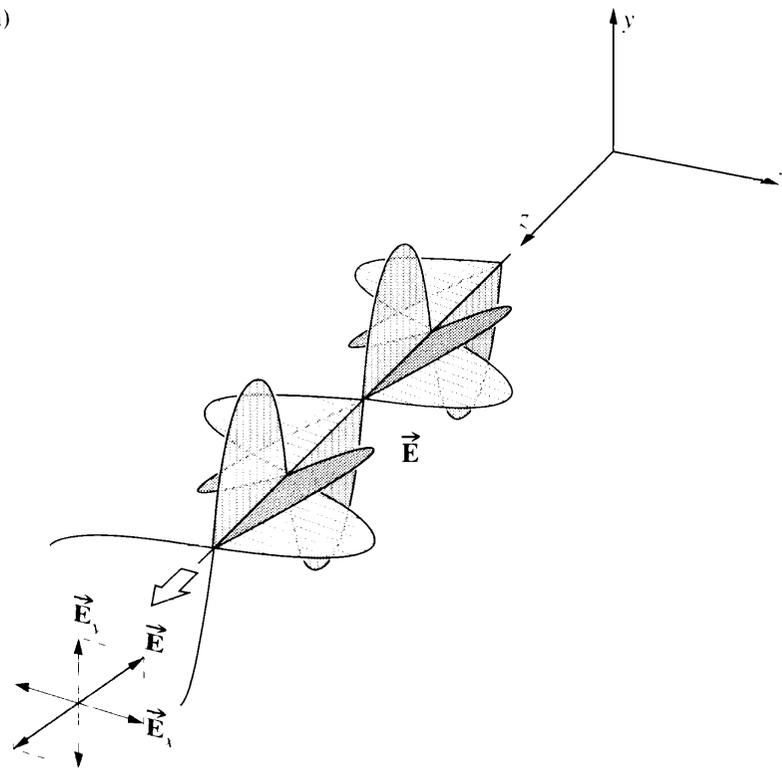
- La cantidad ε es la **diferencia de fase relativa** entre ellas.
- La suma de $\varepsilon > 0$ nos dice que el coseno en la segunda onda no va alcanzar al valor de la primera hasta $\frac{\varepsilon}{\omega}$ segundos más tarde.

Polarización lineal

- Si $\varepsilon = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi..$ las dos oscilaciones están **en fase** y por lo tanto la onda resultante es linealmente polarizada en el primer y tercer cuadrantes

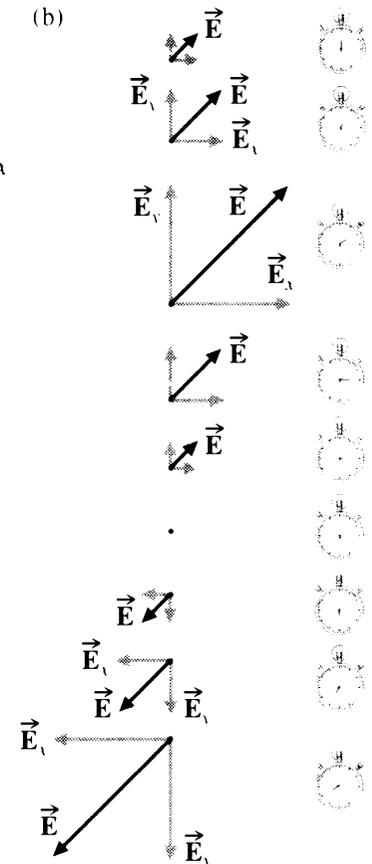
$$\vec{E} = (\hat{i}E_{0x} + \hat{j}E_{0y}) \cos(kz - \omega t)$$

(a)



Vista de frente

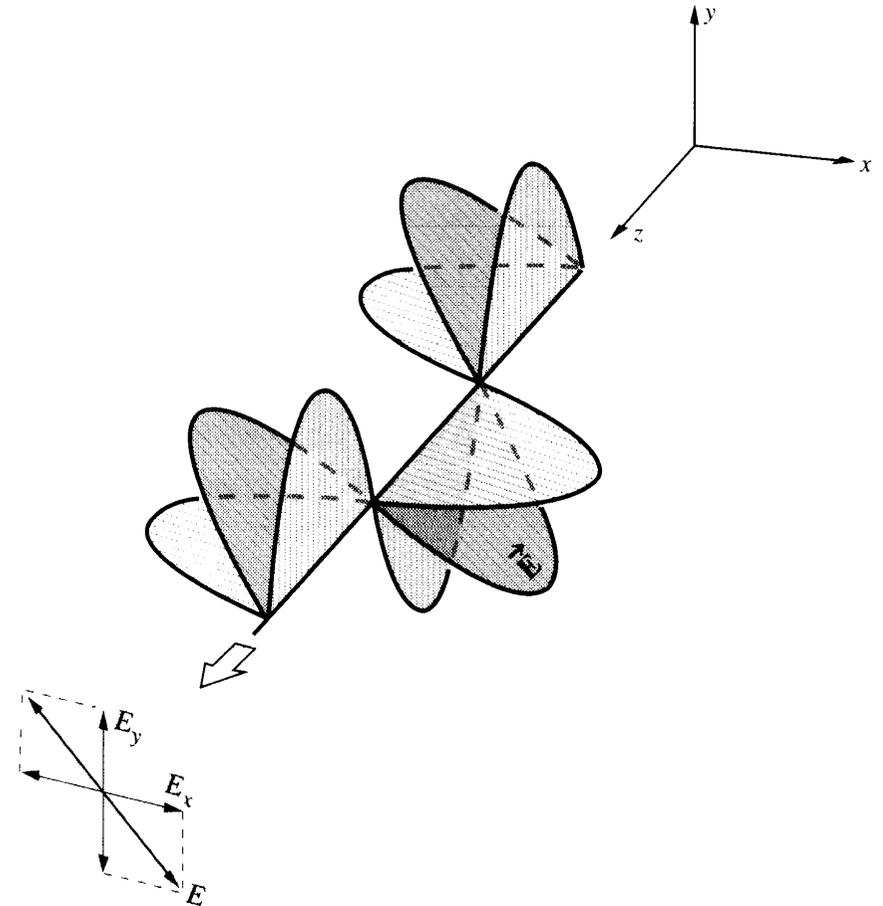
(b)



Polarización lineal

- Si $\varepsilon = \pm\pi, \pm3\pi, \pm5\pi \dots$ las oscilaciones están **en contra-fase** y la onda resultante también está linealmente polarizada pero en el segundo y cuarto cuadrantes

$$\vec{E} = (\hat{i}E_{0x} - \hat{j}E_{0y}) \cos(kz - \omega t)$$



Polarización circular

- Cuando las amplitudes en las direcciones perpendiculares son iguales

$$E_{0x} = E_{0y} = E_0$$

- Y además $\varepsilon = -\frac{\pi}{2} \pm 2n\pi..$ donde $n = 0,1,2\dots$ tenemos

$$\vec{\mathbf{E}}_x(z, t) = \hat{\mathbf{i}}E_0 \cos (kz - \omega t)$$

$$\vec{\mathbf{E}}_y(z, t) = \hat{\mathbf{j}}E_0 \sin (kz - \omega t)$$

Polarización circular

- Entonces la onda resultante es

$$\vec{E} = E_0[\hat{i} \cos(kz - \omega t) + \hat{j} \sin(kz - \omega t)]$$

- La amplitud es siempre E_0 ya que $\cos^2(kz - \omega t) + \sin^2(kz - \omega t) = 1$.
- Para ver la polarización veo como se mueve el vector $\vec{E}(0, t)$ de frente:

$$\vec{E}(0, t) = E_0[\hat{i} \cos \omega t - \hat{j} \sin \omega t]$$

Polarización circular

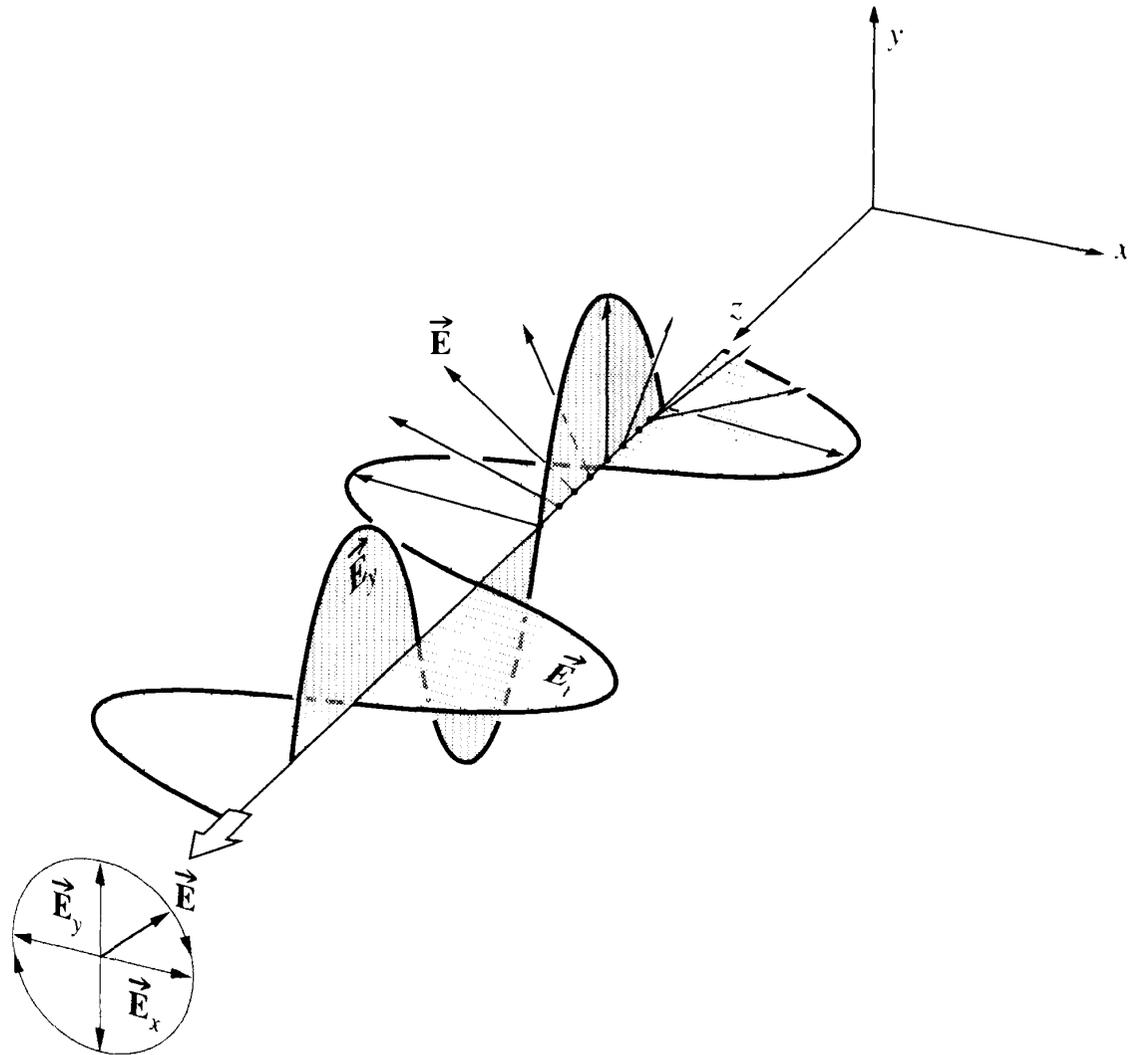
- Esto da una rotación en sentido horario del vector

$$\vec{E}(0, t)$$

con frecuencia angular ω

- Esta polarización se denomina **circular derecha**

- $\vec{E}(z, t)$ termina una vuelta completa cuando la onda ha avanzado una longitud de onda.



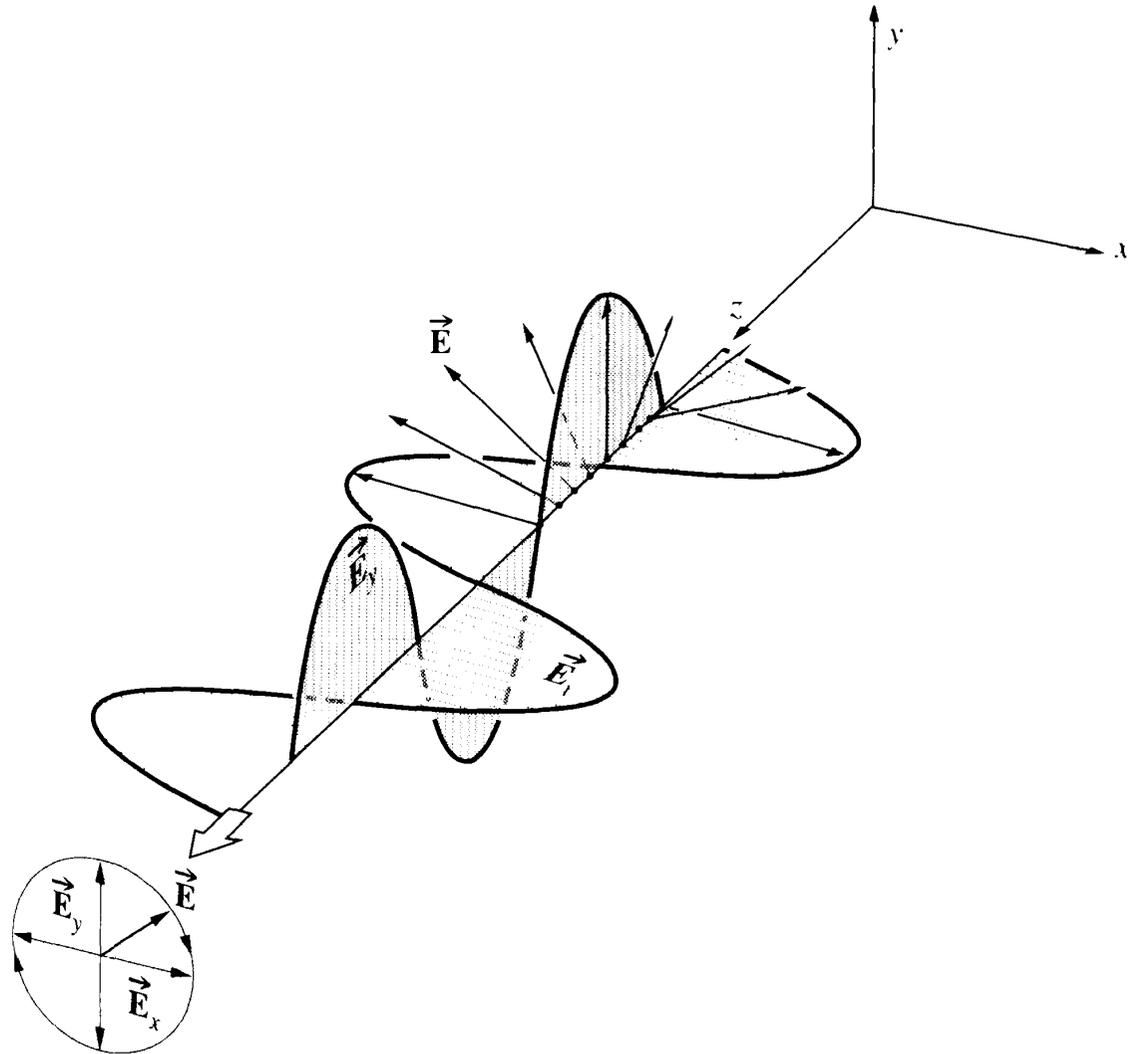
Polarización circular

- Esto da una rotación en sentido horario del vector

$$\vec{E}(0, t)$$

con frecuencia angular ω

- Esta polarización se denomina **circular derecha**
- $\vec{E}(z, t)$ termina una vuelta completa cuando la onda ha avanzado una longitud de onda.



Polarización circular

- Cuando $\varepsilon = \frac{\pi}{2} \pm 2n\pi..$ donde $n = 0,1,2\dots$ tenemos

$$\vec{\mathbf{E}} = E_0[\hat{\mathbf{i}} \cos (kz - \omega t) - \hat{\mathbf{j}} \sin (kz - \omega t)]$$

- Y la polarización vuelve a ser circular pero ahora en sentido **antihorario, o izquierda.**

Pregunta

- ¿Qué polarización resulta de sumar

$$\vec{\mathbf{E}} = E_0[\hat{\mathbf{i}} \cos (kz - \omega t) + \hat{\mathbf{j}} \sin (kz - \omega t)]$$

$$\vec{\mathbf{E}} = E_0[\hat{\mathbf{i}} \cos (kz - \omega t) - \hat{\mathbf{j}} \sin (kz - \omega t)] \quad ?$$

Polarización elíptica

- Las polarizaciones lineal y circular son ejemplos de polarización elíptica, la más general de todas. Para un ε arbitrario

$$E_x = E_{0x} \cos(kz - \omega t)$$

$$E_y = E_{0y} \cos(kz - \omega t + \varepsilon)$$

- Expandimos E_y :

$$E_y/E_{0y} = \cos(kz - \omega t) \cos \varepsilon - \sin(kz - \omega t) \sin \varepsilon$$

Polarización elíptica

- Y combinamos la expresión anterior con $\frac{E_x}{E_{0x}} = \cos(kz - \omega t)$ para llegar a la expresión

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos \varepsilon = -\sin(kz - \omega t) \sin \varepsilon$$

- De la expresión $\frac{E_x}{E_{0x}} = \cos(kz - \omega t)$ podemos ver que

$$\sin(kz - \omega t) = [1 - (E_x/E_{0x})^2]^{1/2}$$

Polarización elíptica

- Reemplazando tenemos:

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos \varepsilon \right)^2 = \left[1 - \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 \right] \sin^2 \varepsilon$$

- O lo que es lo mismo:

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}} \right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 - 2 \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right) \left(\frac{E_y}{E_{0y}} \right) \cos \varepsilon = \sin^2 \varepsilon$$

Polarización elíptica

- Esta es la ecuación de una elipse que forma un ángulo α con el eje, x o y.

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)\cos \varepsilon = \sin^2 \varepsilon$$

- El ángulo α se obtiene de la expresión

$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y}\cos \varepsilon}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2}$$

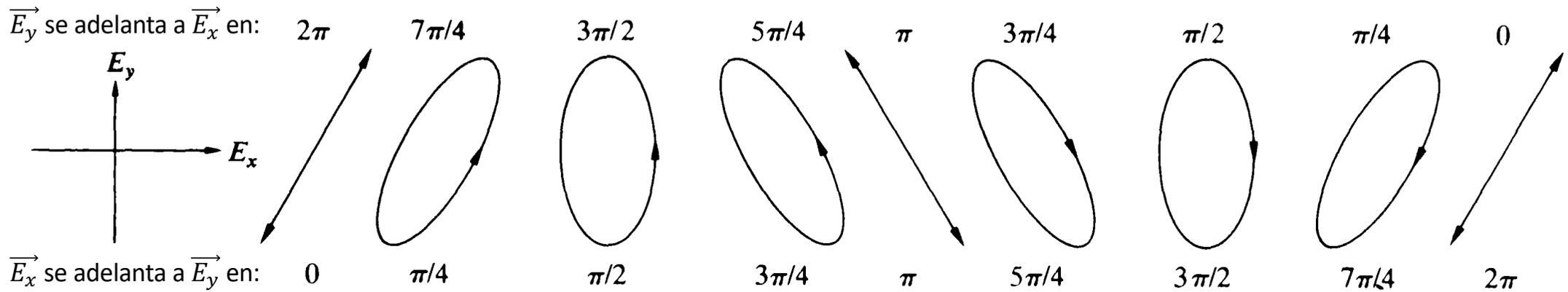
Más detalles en pdf
sobre polarización
elíptica en el campus
virtual

Polarización elíptica

- Vemos que si $\varepsilon = \pm\pi/2, \pm3\pi/2, \pm5\pi/2, \dots$,
- Entonces $\alpha = 0$ y entonces tenemos la ecuación de una elipse orientada según los ejes x e y.

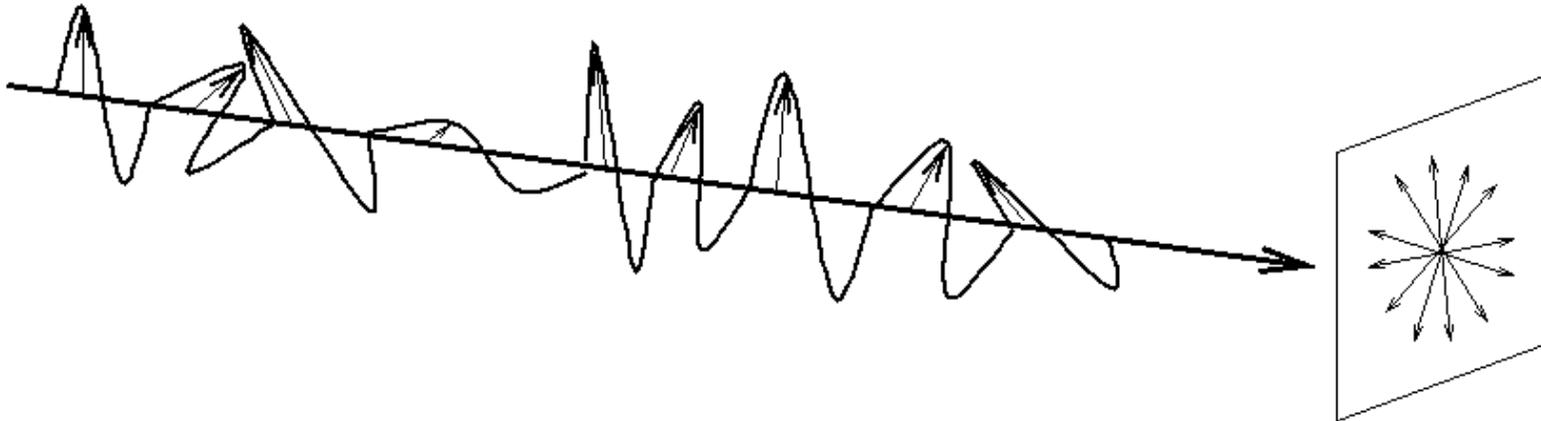
$$\frac{E_y^2}{E_{0y}^2} + \frac{E_x^2}{E_{0x}^2} = 1$$

Cuadro general de polarizaciones



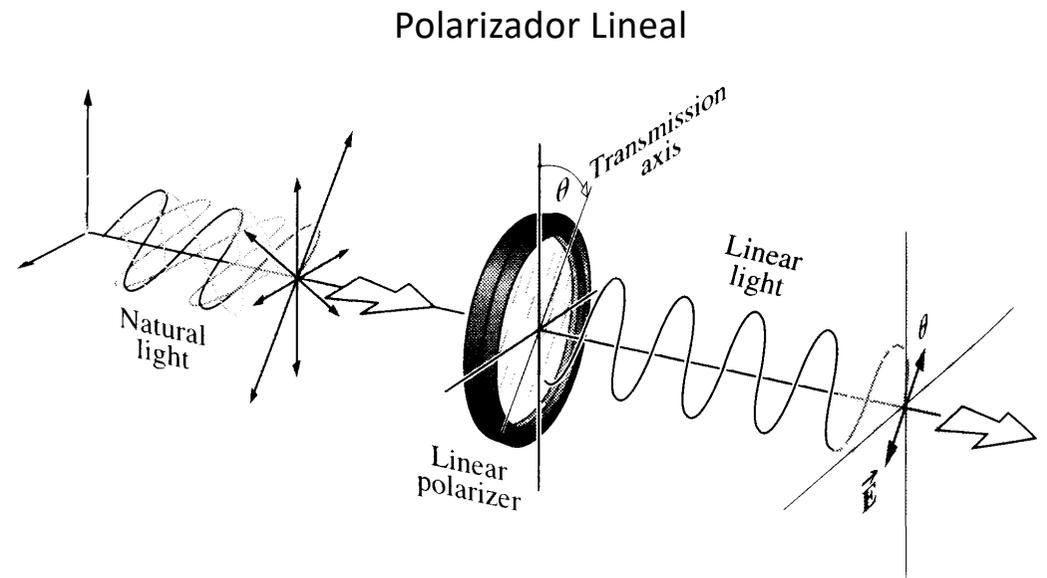
Luz Natural o no polarizada

- Una fuente de luz natural consiste de un número muy grande de emisores atómicos orientados aleatoriamente.
- Cada átomo emite luz polarizada durante aproximadamente 10^{-8} s.
- Todas las fuentes que emiten a la misma frecuencia se combinan para dar una resultante que mantiene su polarización por no más de 10^{-8} s.
- Luego seguirán trenes con una polarización diferente e impredecible.
- En escalas temporales mayores se habrán observado todas las polarizaciones posibles.



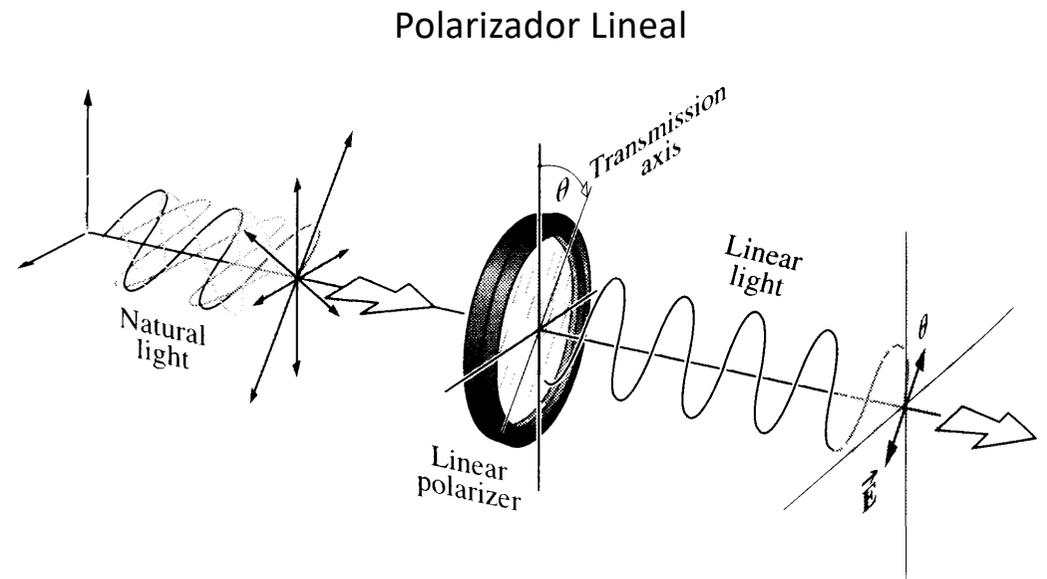
Polarizadores

- Instrumento por el que ingresa luz no polarizada y del que sale luz polarizada.
- Se basan en efectos tales como
 - Dicroísmo
 - Reflexión
 - Dispersión
 - Birrefringencia



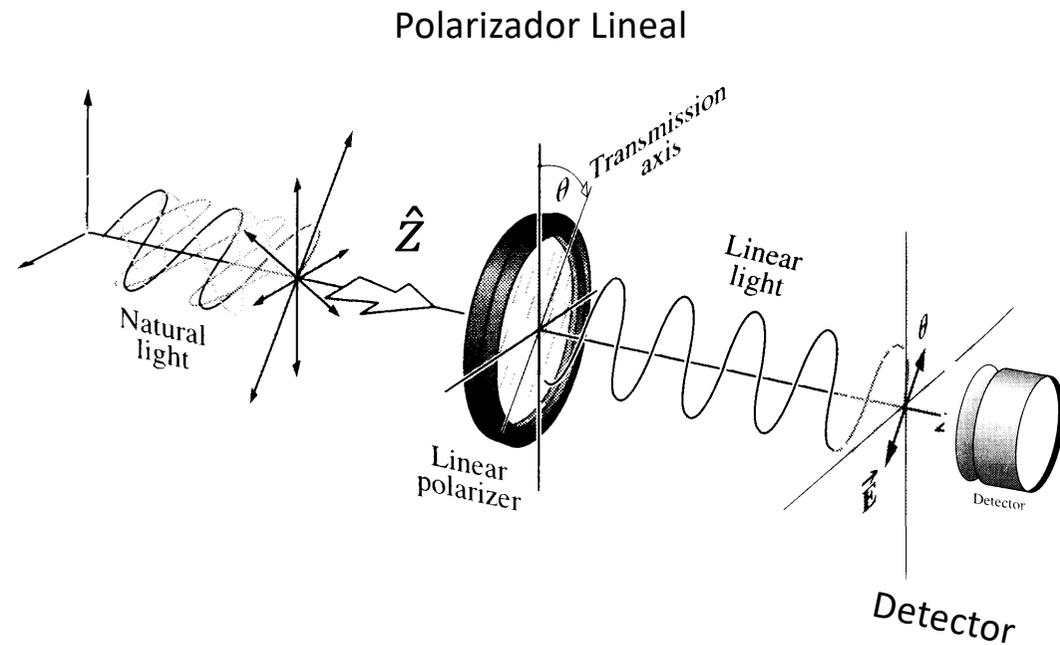
Polarizadores

- Un **polarizador lineal** se caracteriza por **dejar pasar** sólo la componente del campo eléctrico en la dirección del **eje de transmisión**
- Esto equivale a decir que **toda componente perpendicular al eje de transmisión será bloqueada**.



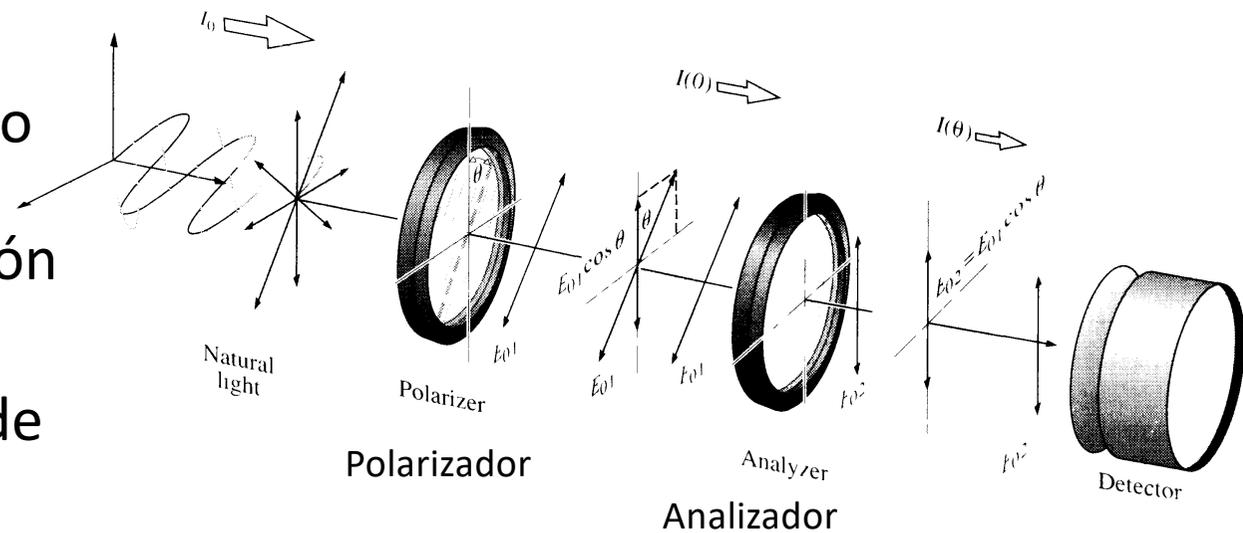
Ley de Malus

- ¿Cómo nos damos cuenta que un haz de luz es polarizado linealmente?
- La luz natural consta de trenes polarizados mas o menos equitativamente en todas las direcciones
- Si rotamos el polarizador lineal alrededor del eje \hat{z} el detector de irradiancia detrás del polarizador no va a detectar cambios.



Ley de Malus

- Supongamos que ahora agregamos otro polarizador lineal llamado analizador con su eje de transmisión en la dirección vertical.
- Supongamos que el eje de transmisión del primer polarizador forma un ángulo θ con la vertical.



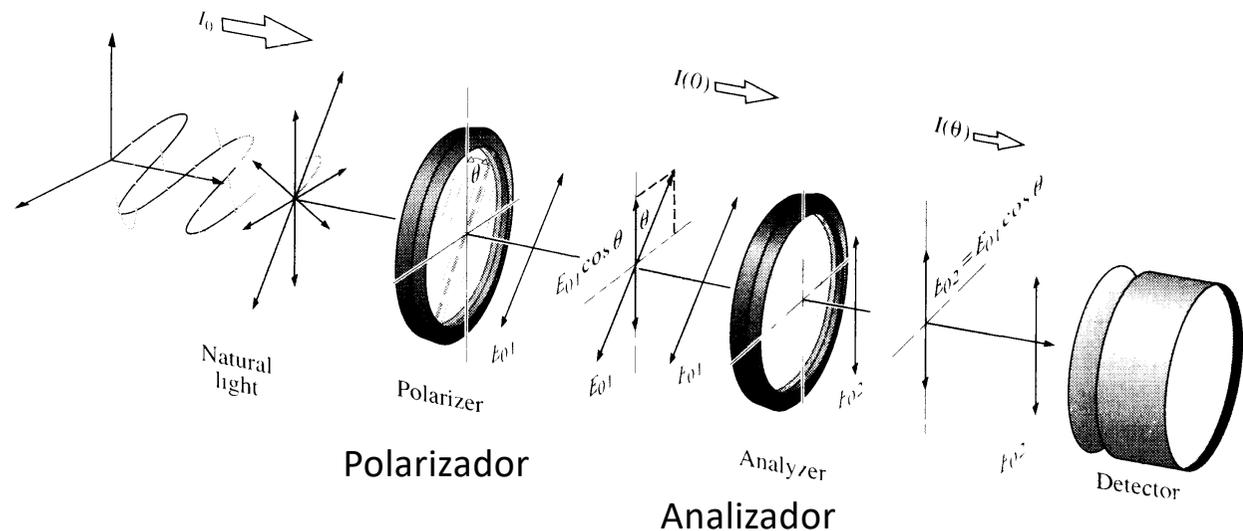
Ley de Malus

- Supongamos que la amplitud del campo eléctrico transmitido por el primer polarizador es E_{01} ,
- La componente detrás del analizador será:

$$E_{01} \cos \theta$$

- La irradiancia en el detector será entonces:

$$I(\theta) = \frac{c\epsilon_0}{2} E_{01}^2 \cos^2 \theta$$



Ley de Malus

- Entonces la irradiancia luego del analizador queda

$$I(\theta) = I(0) \cos^2 \theta$$

- Donde

$$I(0) = c\epsilon_0 E_{01}^2 / 2$$