

Polarización elíptica

- La polarizaciones lineal y circular son ejemplos de polarización elíptica, la más general de todas. Para un ε arbitrario

$$E_x = E_{0x} \cos (kz - \omega t)$$

$$E_y = E_{0y} \cos (kz - \omega t + \varepsilon)$$

- Expandimos E_y :

$$E_y/E_{0y} = \cos (kz - \omega t) \cos \varepsilon - \sin (kz - \omega t) \sin \varepsilon$$

Polarización elíptica

- Y combinamos la expresión anterior con $\frac{E_x}{E_{0x}} = \cos(kz - \omega t)$ para llegar a la expresión

$$\frac{E_y}{E_{0y}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos \varepsilon = -\sin(kz - \omega t) \sin \varepsilon$$

- De la expresión $\frac{E_x}{E_{0x}} = \cos(kz - \omega t)$ podemos ver que

$$\sin(kz - \omega t) = [1 - (E_x/E_{0x})^2]^{1/2}$$

Polarización elíptica

- Reemplazando tenemos:

$$\left(\frac{E_v}{E_{0v}} - \frac{E_x}{E_{0x}} \cos \varepsilon \right)^2 = \left[1 - \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 \right] \sin^2 \varepsilon$$

- O lo que es lo mismo:

$$\left(\frac{E_v}{E_{0v}} \right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right)^2 - 2 \left(\frac{E_x}{E_{0x}} \right) \left(\frac{E_v}{E_{0v}} \right) \cos \varepsilon = \sin^2 \varepsilon$$

Polarización elíptica

- Esta es la ecuación de una elipse que forma un ángulo α con el eje, x o y.

$$\left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right)^2 + \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right)^2 - 2 \left(\frac{E_x}{E_{0x}}\right) \left(\frac{E_y}{E_{0y}}\right) \cos \varepsilon = \sin^2 \varepsilon$$

- El ángulo α se obtiene de la expresión

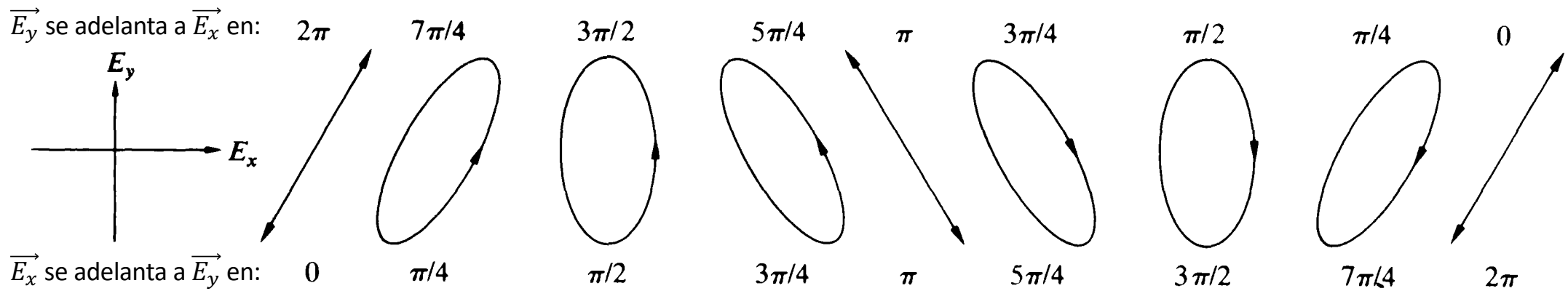
$$\tan 2\alpha = \frac{2E_{0x}E_{0y} \cos \varepsilon}{E_{0x}^2 - E_{0y}^2}$$

Polarización elíptica

- Vemos que si $\varepsilon = \pm\pi/2, \pm3\pi/2, \pm5\pi/2, \dots$,
- Entonces $\alpha = 0$ y entonces tenemos la ecuación de una elipse orientada según los ejes x e y.

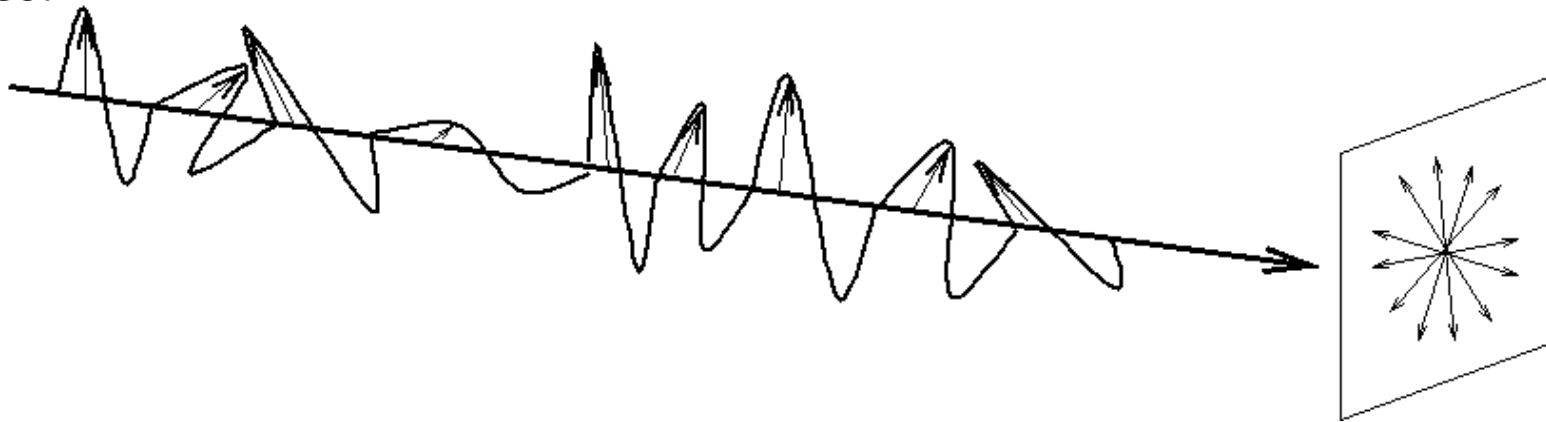
$$\frac{E_y^2}{E_{0y}^2} + \frac{E_x^2}{E_{0x}^2} = 1$$

Cuadro general de polarizaciones



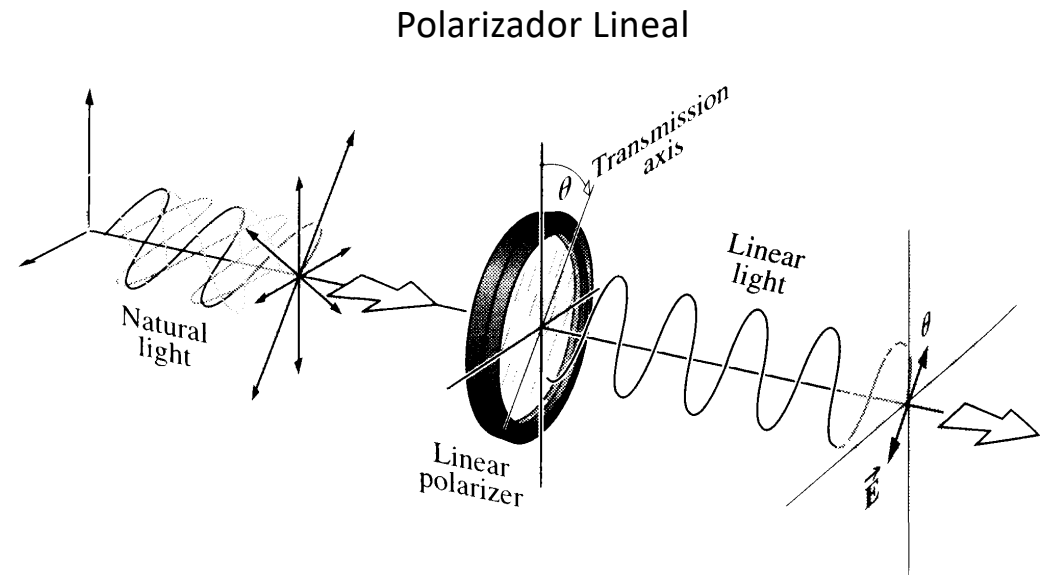
Luz Natural o no polarizada

- Una fuente de luz natural consiste de un número muy grande de emisores atómicos orientados aleatoriamente.
- Cada átomo emite luz polarizada durante aproximadamente 10^{-8} s.
- Todas las fuentes que emiten a la misma frecuencia se combinan para dar una resultante que mantiene su polarización por no más de 10^{-8} s.
- Luego seguirán trenes con una polarización diferente e impredecible.
- En escalas temporales mayores se habrán observado todas las polarizaciones posibles.



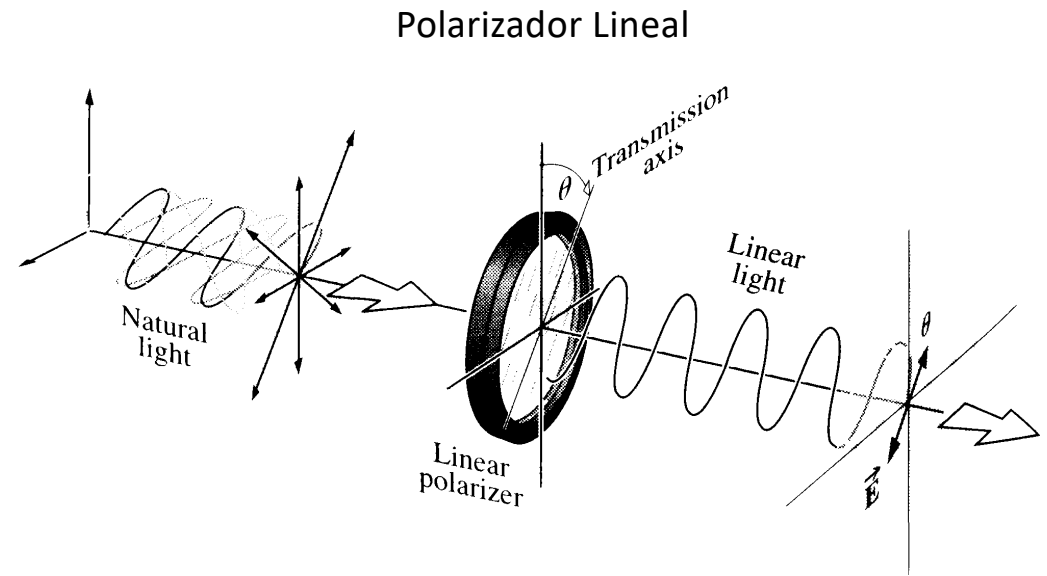
Polarizadores

- Instrumento por el que ingresa luz no polarizada y del que sale luz polarizada.
- Se basan en efectos tales como
 - Dicroísmo
 - Reflexión
 - Dispersión
 - Birrefringencia



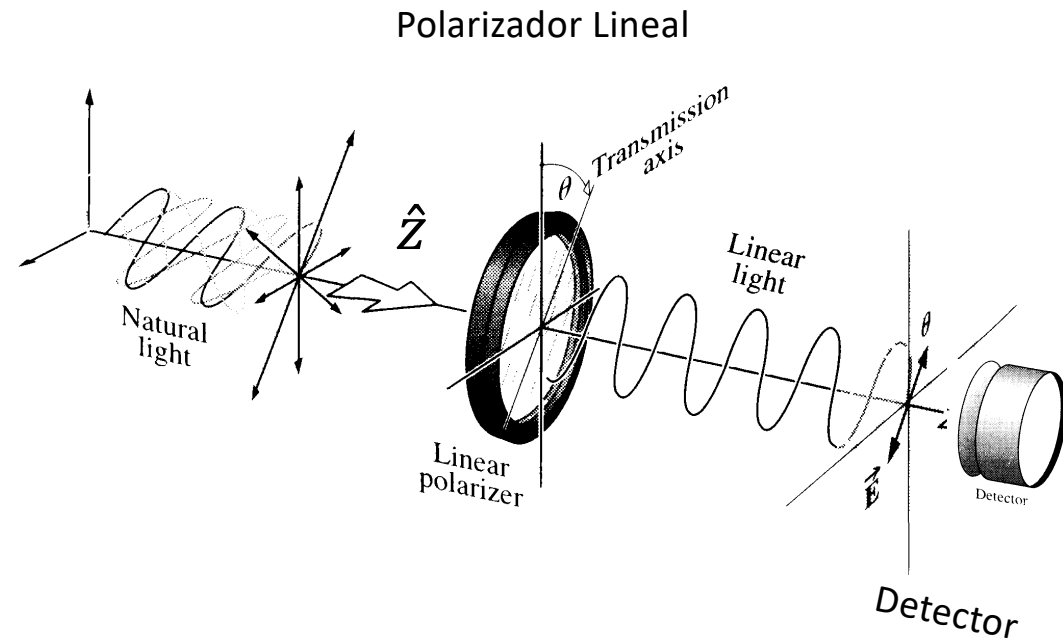
Polarizadores

- Un **polarizador lineal** se caracteriza por **dejar pasar** sólo la componente del campo eléctrico en la dirección del **eje de transmisión**
- Esto equivale a decir que **toda componente perpendicular al eje de transmisión será bloqueada**.



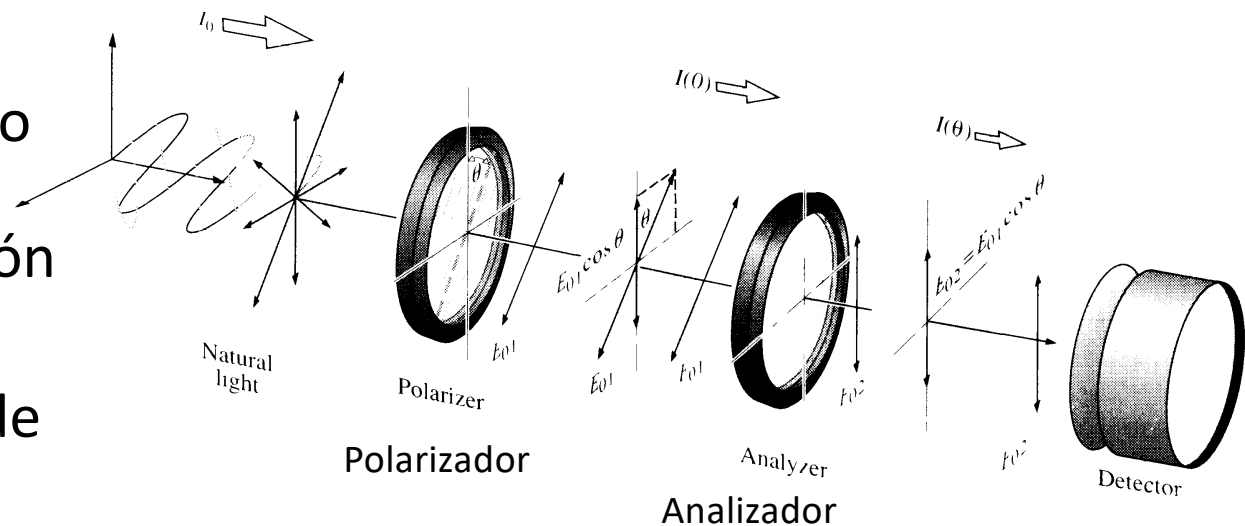
Ley de Malus

- ¿Cómo nos damos cuenta que un haz de luz es polarizado linealmente?
- La luz natural consta de trenes polarizados mas o menos equitativamente en todas las direcciones
- Si rotamos el polarizador lineal alrededor del eje $\hat{z}$ el detector de irradiancia detrás del polarizador no va a detectar cambios.



Ley de Malus

- Supongamos que ahora agregamos otro polarizador lineal llamado analizador con su eje de transmisión en la dirección vertical.
- Supongamos que el eje de transmisión del primer polarizador forma un ángulo θ con la vertical.



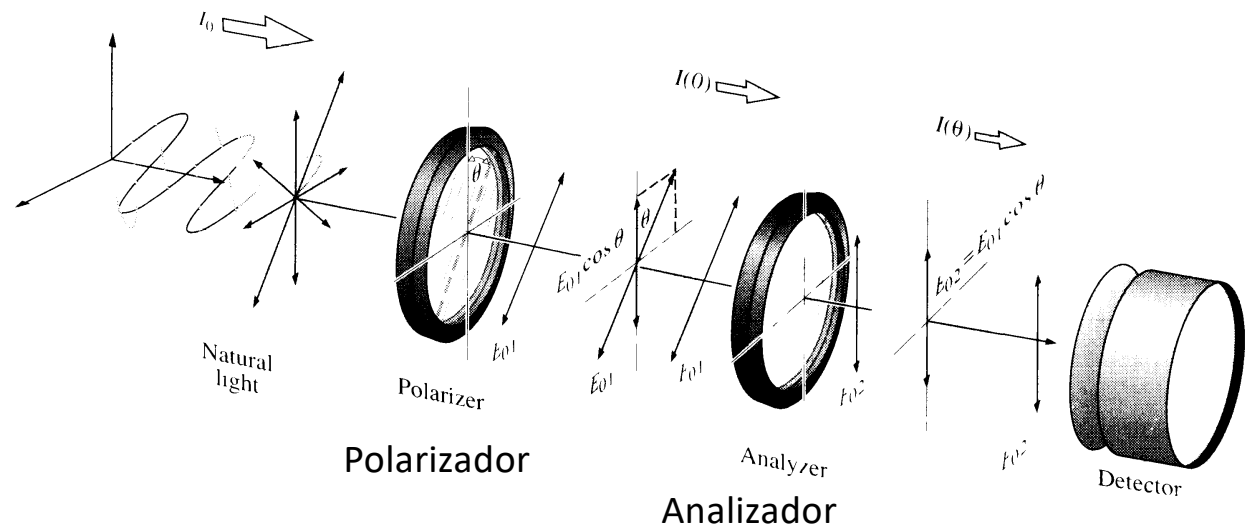
Ley de Malus

- Supongamos que la amplitud del campo eléctrico transmitido por el primer polarizador es E_{01} ,
- La componente detrás del analizador será:

$$E_{01} \cos \theta$$

- La irradiancia en el detector será entonces:

$$I(\theta) = \frac{c\epsilon_0}{2} E_{01}^2 \cos^2 \theta$$



Ley de Malus

- Entonces la irradiancia luego del analizador queda

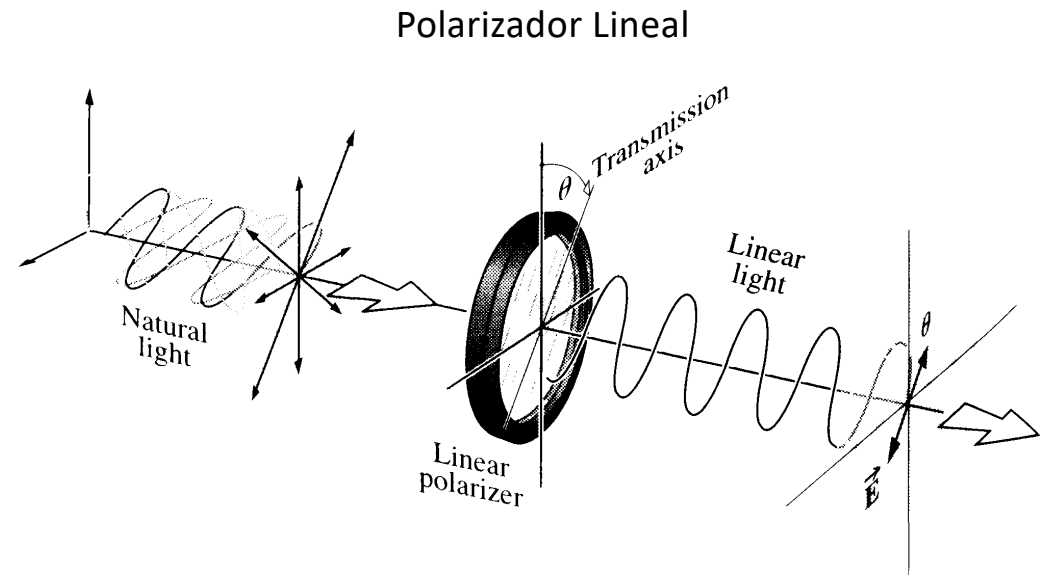
$$I(\theta) = I(0) \cos^2 \theta$$

- Donde

$$I(0) = c\epsilon_0 E_{01}^2 / 2$$

Repaso: Polarizadores

- Instrumento por el que ingresa luz no polarizada y del que sale luz polarizada.
- Se basan en efectos tales como
 - Dicroísmo
 - Reflexión
 - Dispersión
 - Birrefringencia



Repaso: Polarizadores

- Instrumento por el que ingresa luz no polarizada y del que sale luz polarizada.

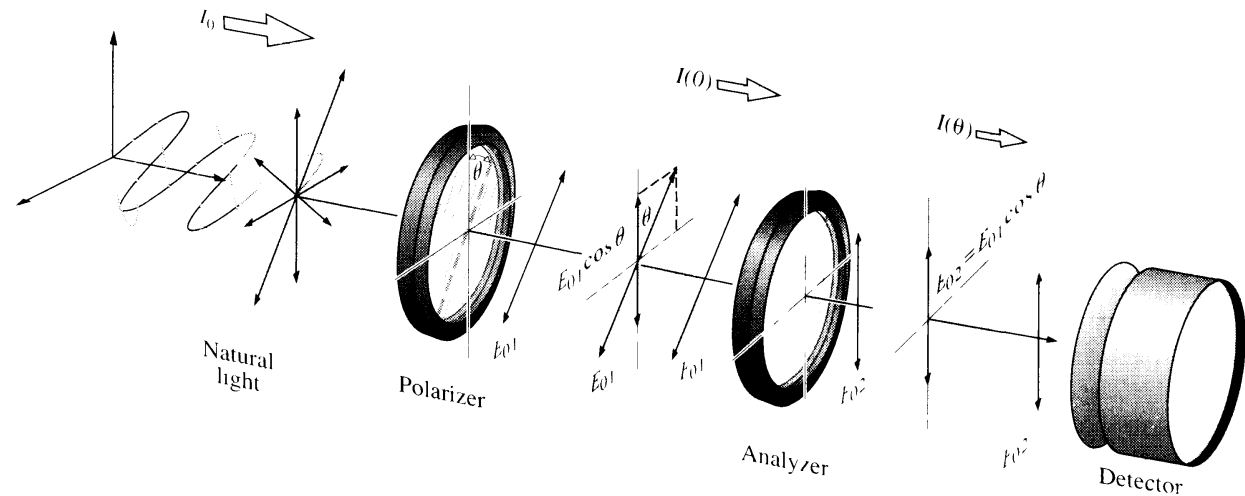
- Ley de Malus

Si tenemos luz polarizada linealmente con irradiancia

$$I(0) = c\epsilon_0 E_{01}^2/2$$

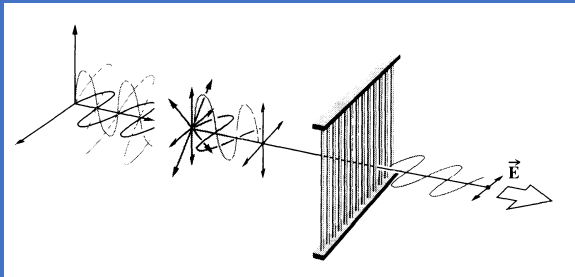
La irradiancia detectada detrás de un analizador que forma un ángulo θ con el eje del primer polarizador es:

$$I(\theta) = I(0) \cos^2 \theta$$



Polarización por Dicroísmo

- Absorción selectiva de una componente de un haz incidente a lo largo de una sola dirección



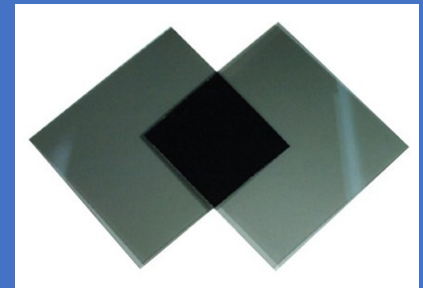
Polarizador de rejilla

Conjunto de alambres en una misma dirección. Eje de transmisión es perpendicular a los alambres



Cristales dicroicos

Compuestos anisótropos en su estructura cristalina. Ejemplo: turmalina (silicatos)

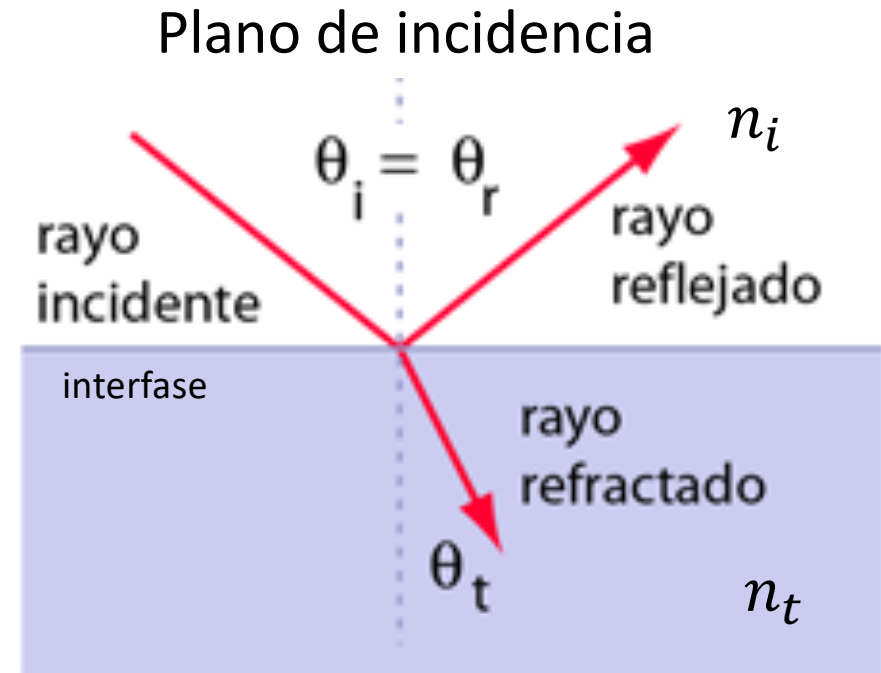


Polaroid

Láminas de material dicroico desarrollado artificialmente. Opera en banda óptica principalmente

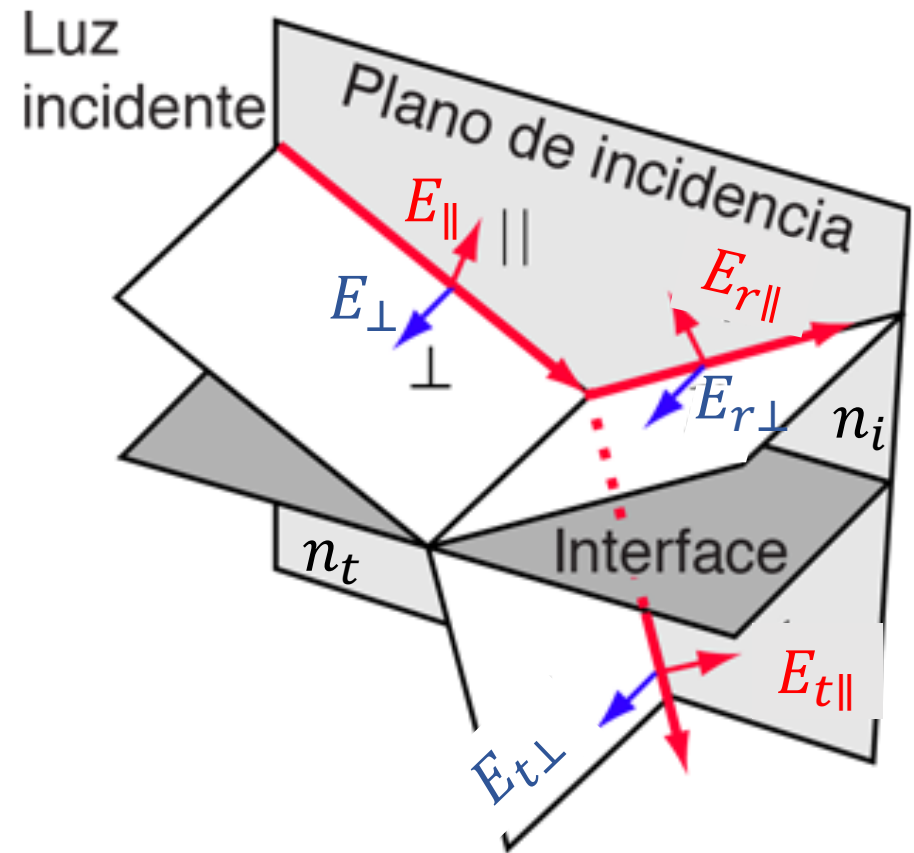
Polarización por Reflexión

- Uno de los casos más comunes de polarización es el causado por la **reflexión** de luz no polarizada en un **dieléctrico**.
- Supongamos una interfase entre dos medios de índices de refracción n_i y n_t .
- Por las leyes de reflexión y Snell sabemos que habrá un rayo reflejado y otro refractado a ángulos $\theta_r = \theta_i$ y θ_t .
- Los rayos incidente, reflejado y refractado junto con la normal están en el mismo plano, el **plano de incidencia**.



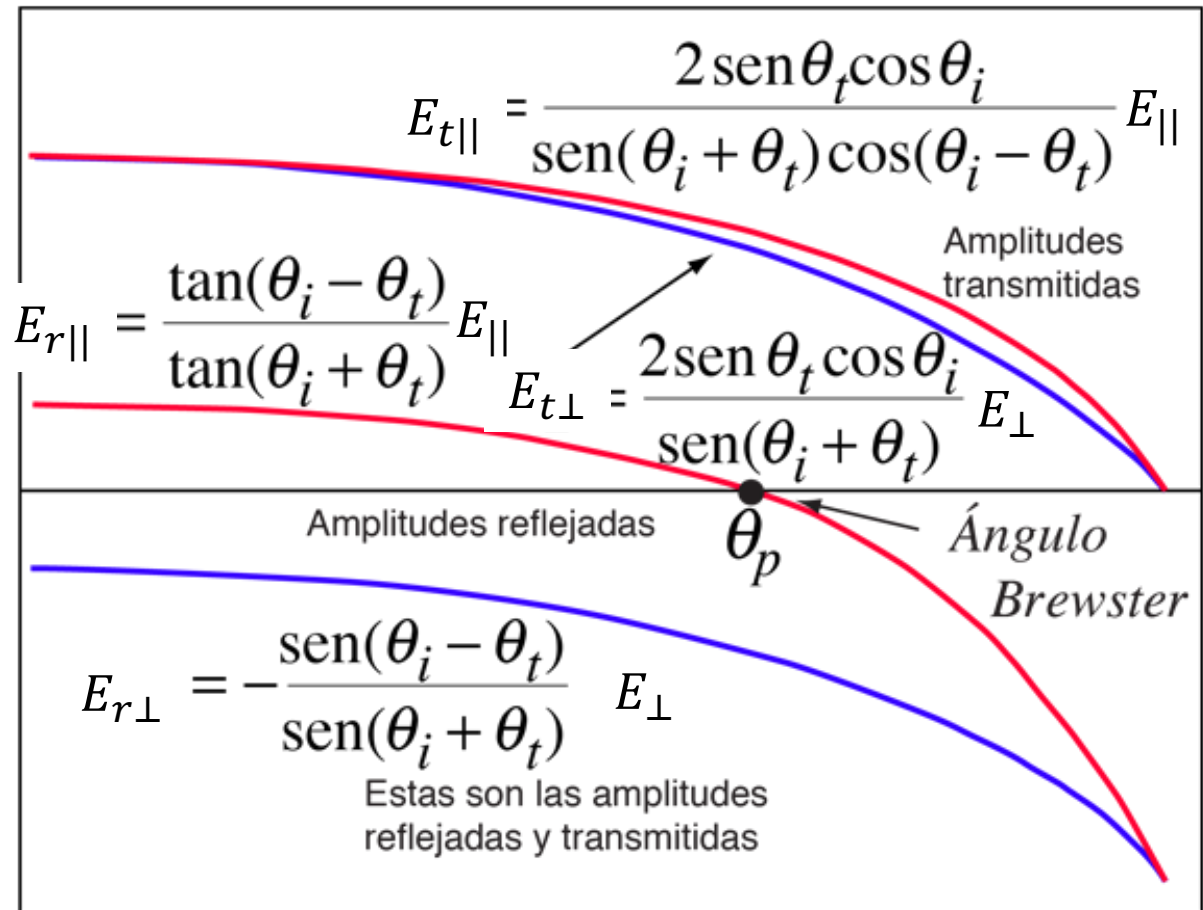
Polarización por Reflexión

- Supongamos que la luz incidente es **no polarizada**.
- Separemos las componentes del campo eléctrico incidente en una componente **paralela $E_{\parallel}$ y otra perpendicular $E_{\perp}$ al plano de incidencia**.
- Hacemos lo mismo con los campos reflejados y refractados.
- Las ecuaciones de Fresnel relacionan los campos reflejados y refractados en función de los campos incidentes



Polarización por reflexión: Ecuaciones de Fresnel

- Las ecuaciones de Fresnel se deducen de las ecuaciones de Maxwell.
- En particular vemos que existe un valor para el ángulo de incidencia $\theta_i = \theta_p$ donde $E_{r||} = 0$
- En esta situación el rayo reflejado está completamente polarizado en la dirección perpendicular al plano de incidencia



Polarización por Reflexión: Angulo de Brewster

- La condición para que la componente paralela al plano de incidencia no aparezca en el rayo reflejado es: $\theta_i = \theta_p$ tal que:

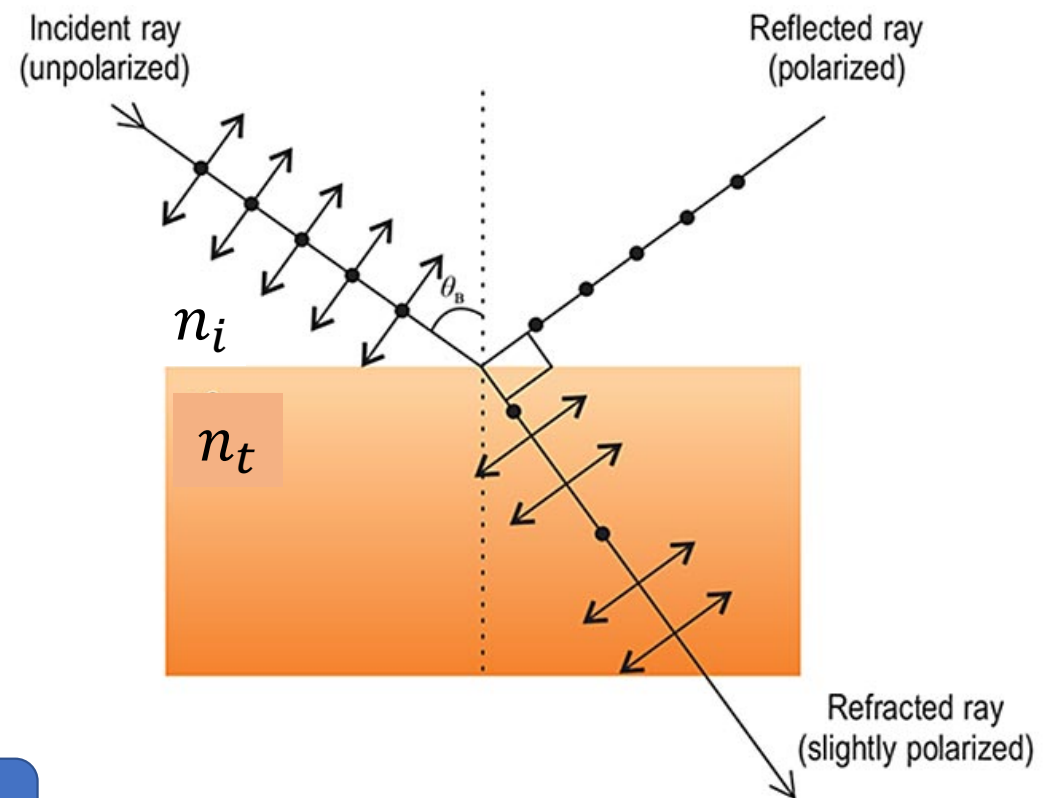
$$\theta_p + \theta_t = 90^\circ$$

- Reemplazando en la ley de Snell
 $n_i \sin \theta_p = n_t \sin(90^\circ - \theta_p)$

- Entonces:

$$\tan \theta_p = \frac{n_t}{n_i}$$

θ_p se denomina ángulo de Brewster



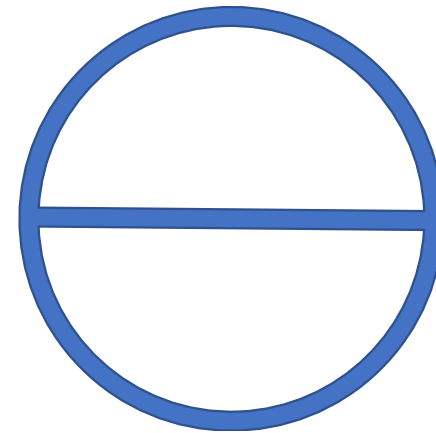
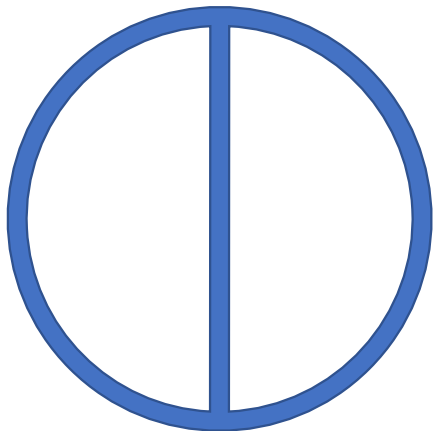
Con luz del sol reflejada en la ventana

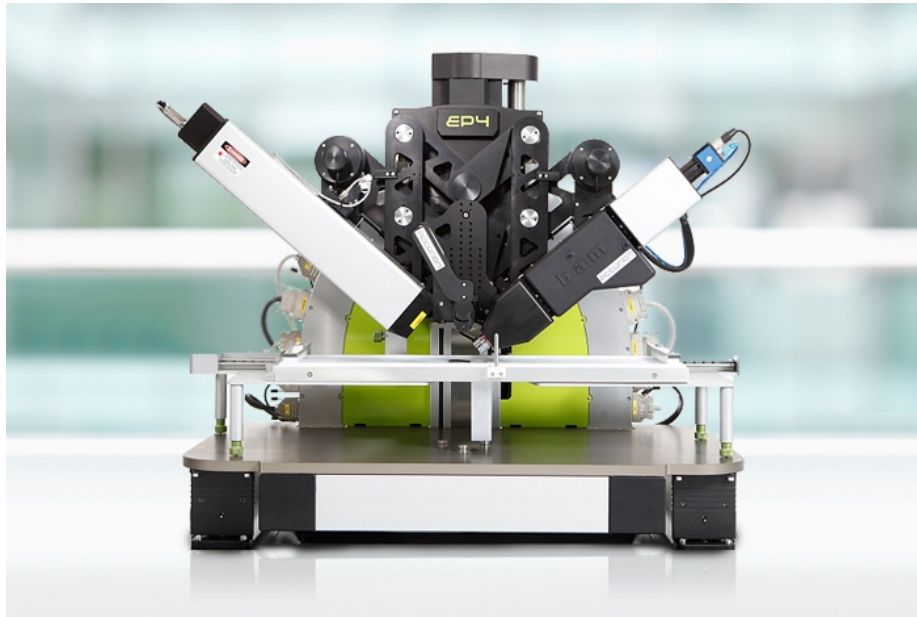


Sin luz del sol reflejada en la ventana



Polarizador

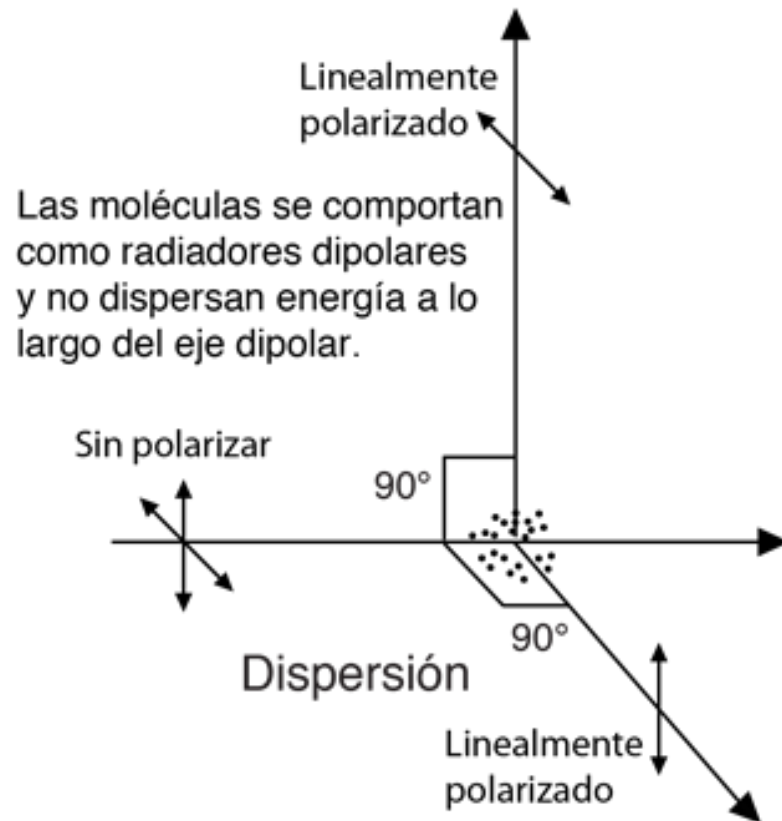




Aplicaciones: Microscopios ángulo de Brewster

- Para estudiar partículas en interfases aire/líquido.
- Se observa la superficie del líquido en la dirección de θ_p con lo cual, la imagen del líquido puede suprimirse
- Eso permite ver partículas en la interfase, las cuales no reflejan la luz con el mismo θ_p .

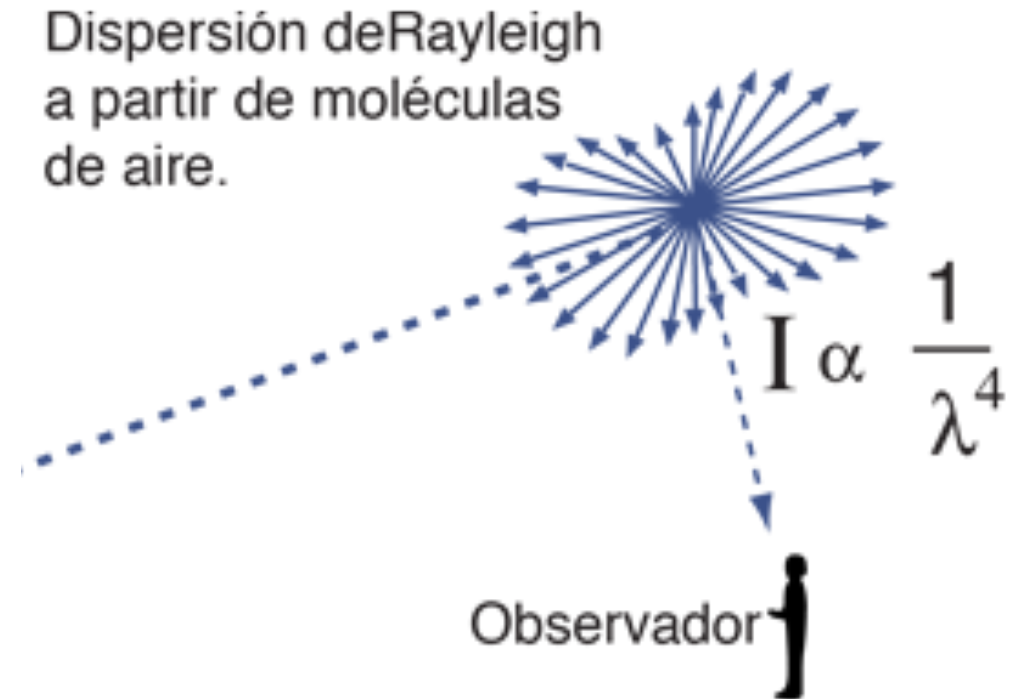
Polarización por dispersión



- Los dispersores se pueden visualizar como pequeñas antenas que irradian perpendicularmente a sus líneas de oscilación.
- Si en una molécula las cargas están oscilando a lo largo del eje y, no irradiarán a lo largo de este eje.
- De esta manera a 90° de la dirección del haz, la luz dispersada esta polarizada linealmente.

Efecto del cielo azul

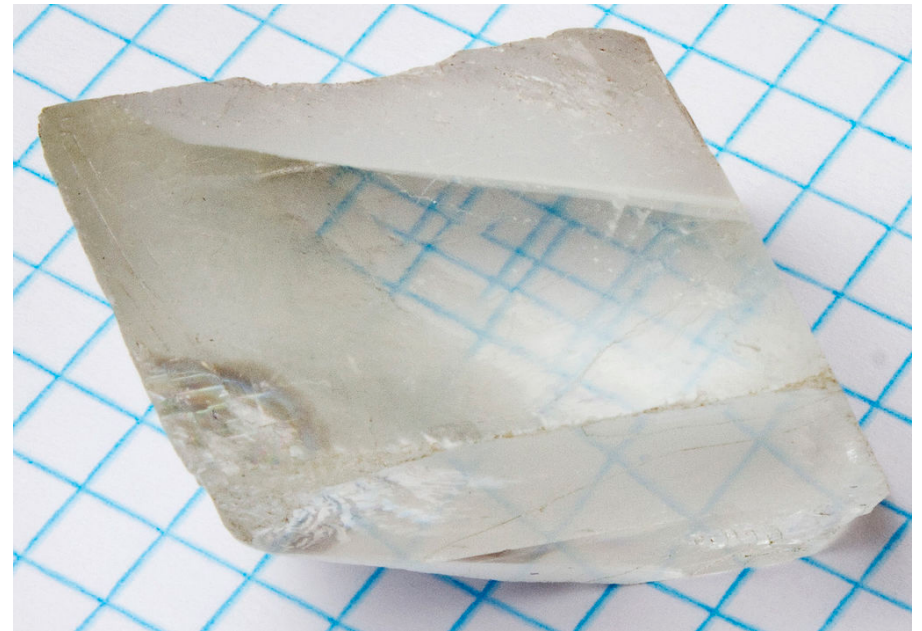
- El color azul del cielo tiene origen en la dispersión que producen las moléculas de la atmósfera sobre la luz solar.
- Esta dispersión llamada dispersión de Rayleigh, es más eficiente a longitudes visibles de onda corta.
- Por lo tanto, la luz dispersada a la Tierra está predominantemente en el extremo azul del espectro.
- Dicha luz dispersada se encuentra polarizada



Birrefringencia

Birrefringencia

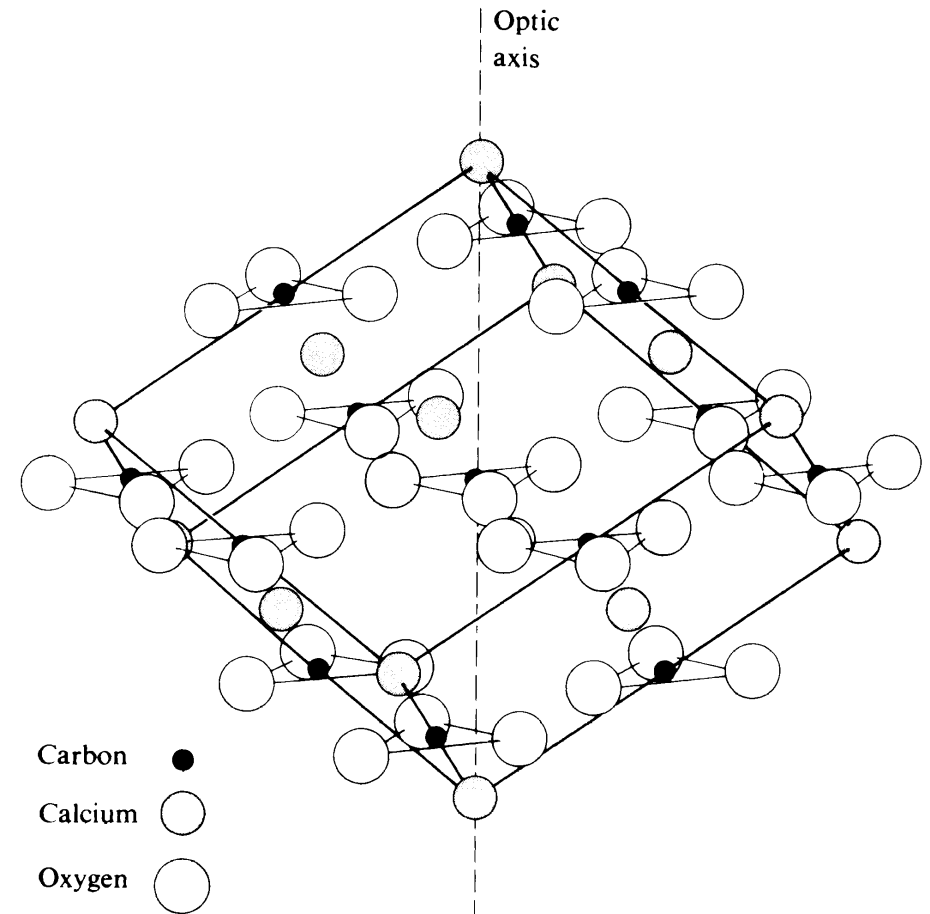
- Las anisotropías en la estructura de los materiales hacen que la propagación no tenga lugar a la misma velocidad en todas direcciones.
- En otras palabras, se tendrán distintos índices de refracción para distintas direcciones del campo eléctrico.
- Materiales que muestran **dos índices de refracción diferentes** son denominados **birrefringentes**.



calcita mostrando doble refracción

Birrefringencia

- Los materiales birrefringentes se caracterizan por poseer una dirección característica que determina el valor del índice de refracción en la dirección paralela y perpendicular a ella.
- Esta dirección es la del **eje óptico**
- **El eje óptico no es una línea, es una dirección.**



Calcita: Estructura cristalina y eje óptico.

Birrefringencia

- Ciertos cristales de estructura hexagonal, tetragonal y trigonal poseen solo un eje óptico
- Se denominan uniaxiales.
- Poseen dos índices de refracción

$$n_{\parallel} = \frac{c}{v_{\parallel}} (\vec{E} \text{ paralelo al eje óptico})$$

$$n_{\perp} = \frac{c}{v_{\perp}} (\vec{E} \text{ perpendicular al eje óptico})$$

- La resta $\Delta n \equiv (n_{\parallel} - n_{\perp})$ es una medida de la birrefringencia.

**TABLE 8.1 Refractive Indices of Some
Uniaxial Birefringent Crystals ($\lambda_0 = 589.3 \text{ nm}$)**

Crystal	perpendicular al eje optico n_o	paralelo al eje optico n_e
Tourmaline	1.669	1.638
Calcite	1.6584	1.4864
Quartz	1.5443	1.5534
Sodium nitrate	1.5854	1.3369
Ice	1.309	1.313
Rutile (TiO_2)	2.616	2.903

Láminas retardadoras

- Cambian la polarización de una onda incidente.
- Producen una diferencia de fase en la onda determinada en una de las componentes perpendiculares de $\vec{E}$.
- Al salir de la lámina, la diferencia de fase inicial entre las componentes perpendiculares del campo $\vec{E}$ es diferente a la de la onda incidente.



Láminas retardadoras: Eje óptico

- Toda lámina retardadora posee un eje óptico, es decir una dirección privilegiada dentro del material anisótropo que lo conforma.
- La propiedad es tal que la velocidad de una onda polarizada a lo largo del eje óptico será:

$$v_{\parallel} = \frac{c}{n_{\parallel}}$$

- Por otro lado, la velocidad de una onda polarizada en dirección perpendicular al eje óptico será:

$$v_{\perp} = \frac{c}{n_{\perp}}$$

Relación de velocidades

- Para retardadores uniaxiales negativos (calcita)

$$\begin{aligned}v_{\parallel} &> v_{\perp} \\ n_{\parallel} &< n_{\perp}\end{aligned}$$

Eje rápido $\parallel$ al eje óptico

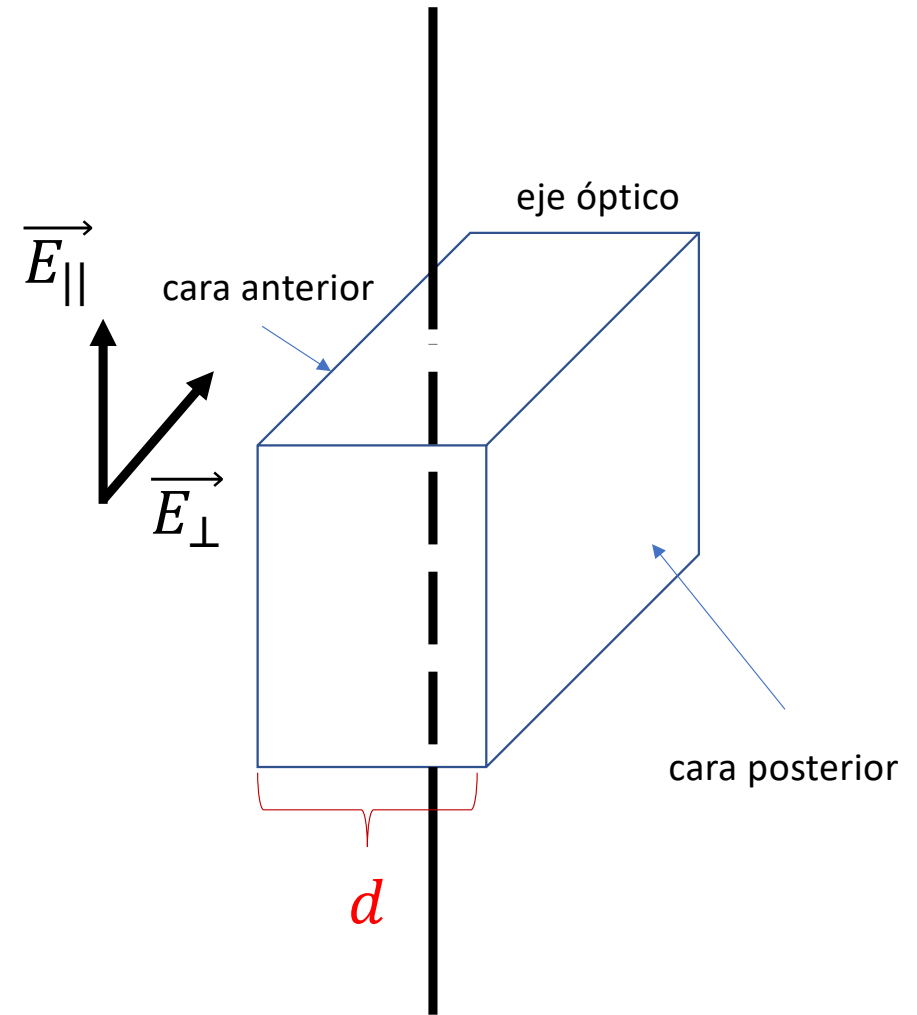
- Para retardadores uniaxiales positivos (cuarzo)

$$\begin{aligned}v_{\parallel} &< v_{\perp} \\ n_{\parallel} &> n_{\perp}\end{aligned}$$

Eje rápido $\perp$ al eje óptico

Láminas retardadoras

- Supongamos una lámina de caras plano paralelas de espesor d , que son a su vez, paralelas al eje óptico del material de la lámina.
- Si el campo eléctrico $\vec{E}$ de una onda monocromática plana tiene componentes paralela y perpendicular al eje óptico $\vec{E}_{||}$ y $\vec{E}_{\perp}$, estas componentes van a propagarse a distintas velocidades dentro del cristal.



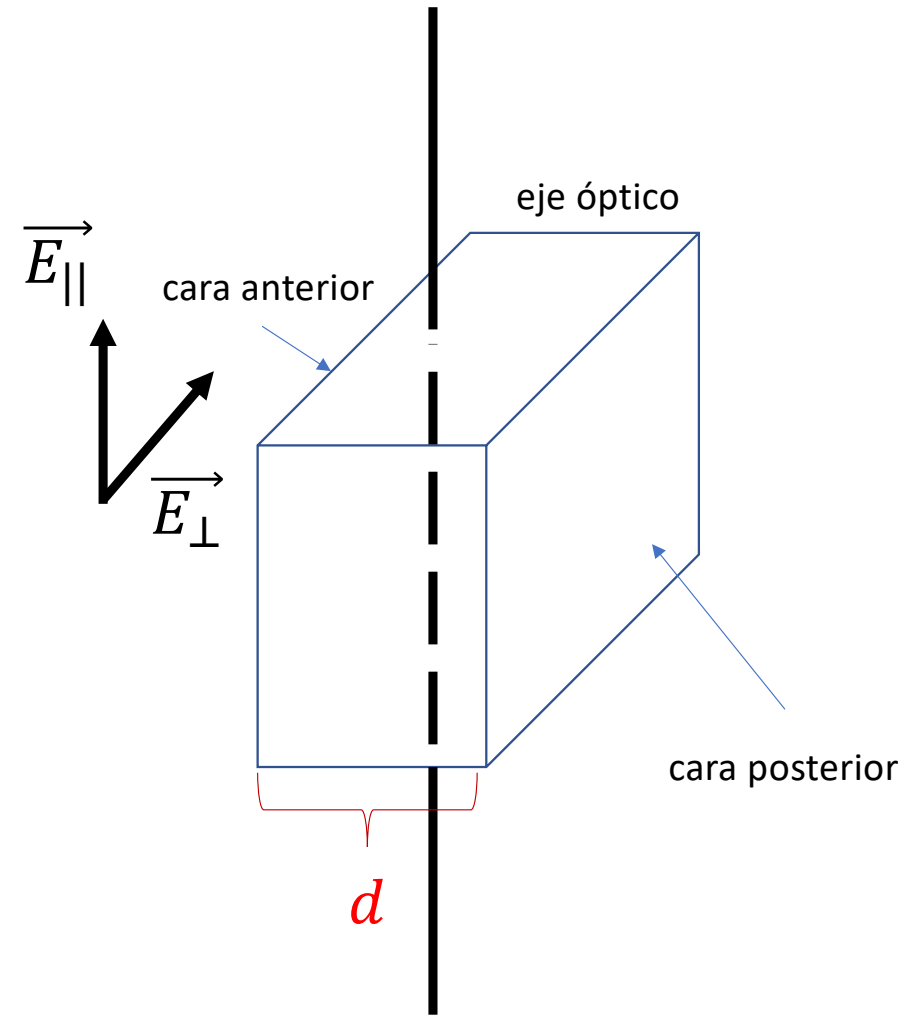
Láminas retardadoras

- Luego de atravesar una distancia d , la diferencia de fase acumulada entre $\vec{E}_{||}$ y $\vec{E}_{\perp}$ es

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d(|n_{\perp} - n_{||}|)$$

λ es el valor en el vacío

- El estado final de la polarización dependerá de las amplitudes de $\vec{E}_{||}$ y $\vec{E}_{\perp}$, pero también de $\Delta\varphi$



Láminas de onda completa

- Son las láminas donde:

$$\Delta\varphi = 2\pi \text{ o cualquier múltiplo}$$

- Como se puede ver, $\Delta\varphi$ depende de λ por eso se llama cromática.
- Si tenemos luz incidente blanca linealmente polarizada, sólo el λ correspondiente va a emerger con la misma polarización.
- Pregunta: ¿con qué polarización emergerá el resto de las λ ?

Láminas de media onda

- Son las láminas donde:

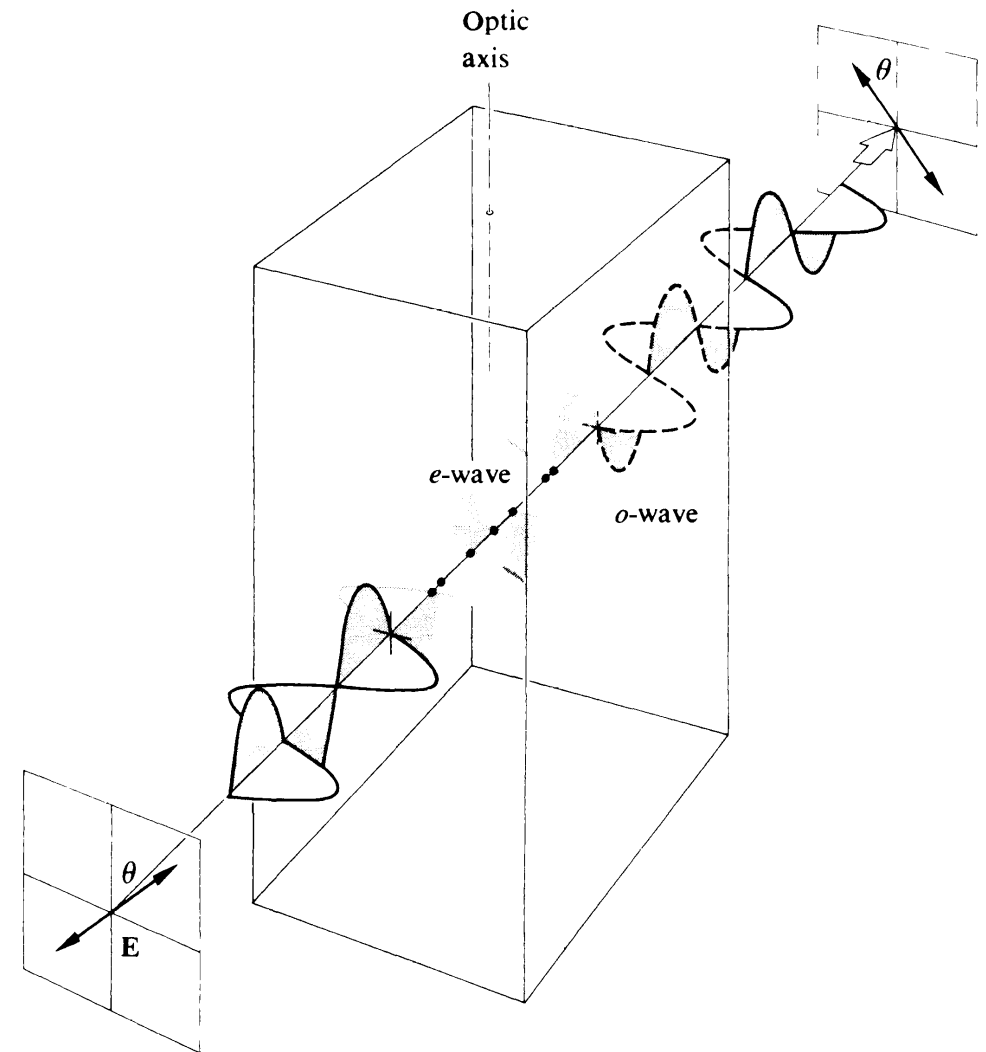
$$\Delta\varphi = \pi, 3\pi, 5\pi\ldots$$

- Esto corresponde a materiales donde

$$d(|n_{\perp} - n_{\parallel}|) = \frac{2m + 1}{2} \lambda$$

donde $m = 0, 1, 2 \dots$

- Rota luz linealmente polarizada en 2θ respecto al eje optico.



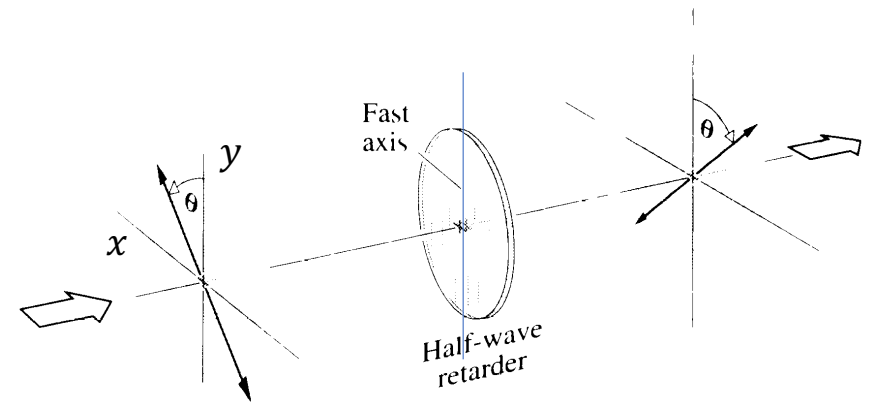
Láminas de media onda

- Antes de la lámina

$$\begin{aligned} E_x &= E_0 \sin \theta \cos(kz - \omega t) \\ E_y &= E_0 \cos \theta \cos(kz - \omega t) \end{aligned}$$

- Después de la lámina E_x se atrasa π

$$\begin{aligned} E_x &= E_0 \sin \theta \cos(kz - \omega t + \pi) \\ E_y &= E_0 \cos \theta \cos(kz - \omega t) \end{aligned}$$



Láminas de media onda

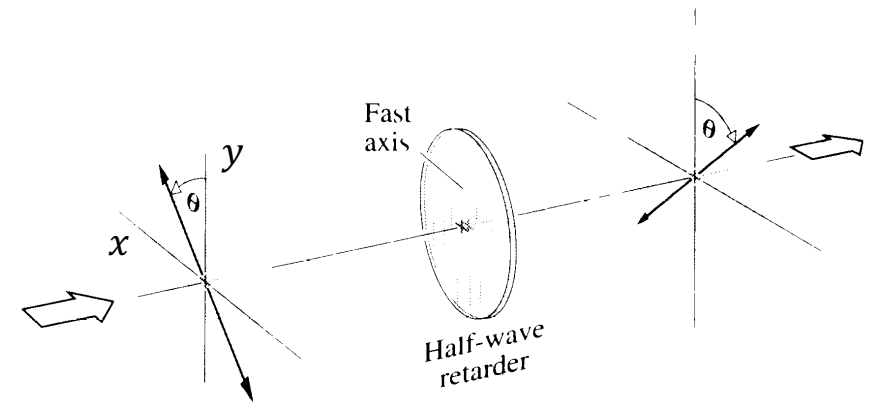
pero

$$\cos(\alpha + \pi) = -\cos(\alpha)$$

$$\Rightarrow E_x = -E_0 \sin(\theta) \cos(kz - \omega t)$$

$$E_y = E_0 \cos \theta \cos(kz - \omega t)$$

E_x se invierte de signo



Láminas de cuarto de onda

- Son las láminas donde:

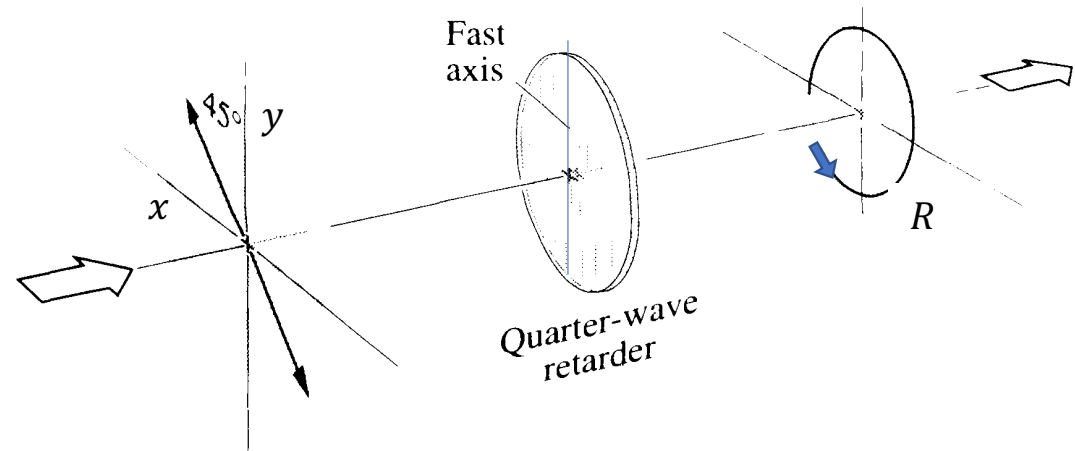
$$\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$$

- Esto corresponde a materiales donde

$$d(|n_{\perp} - n_{\parallel}|) = \frac{2m + 1}{4} \lambda$$

donde $m = 0, 1, 2 \dots$

- Transforma luz linealmente polarizada en elíptica y viceversa.



Láminas de cuarto de onda

- Antes de la lámina $\vec{E}_{0x} = \vec{E}_{0y} = E_0$

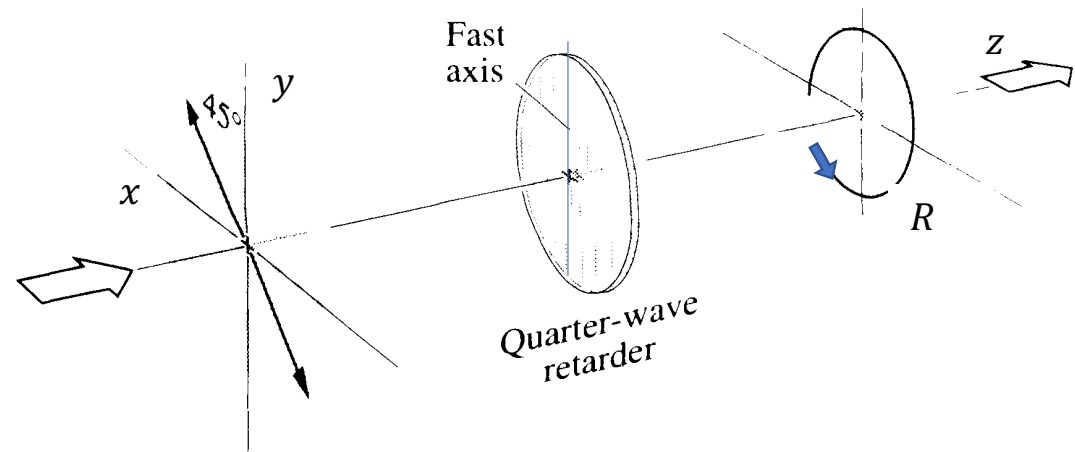
$$E_x = E_0 \cos(kz - \omega t)$$

$$E_y = E_0 \cos(kz - \omega t)$$

- Después de la lámina

$$E_x = E_0 \cos(kz - \omega t + \frac{\pi}{2})$$

$$E_y = E_0 \cos(kz - \omega t)$$

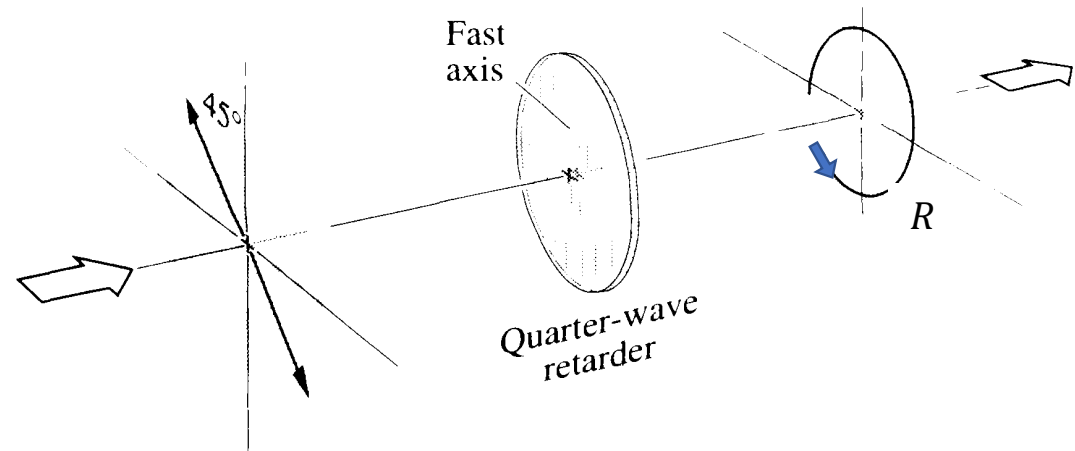


Láminas de cuarto de onda

Como $\cos(\alpha + \frac{\pi}{2}) = -\sin \alpha$

Entonces

$$E_x = -E_0 \sin(kz - \omega t)$$
$$E_y = E_0 \cos(kz - \omega t)$$



**Esto da una polarización circular derecha
(horaria viendo hacia la fuente)**