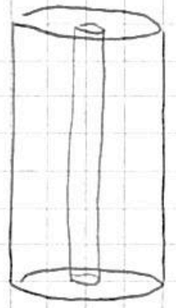
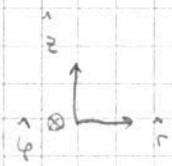
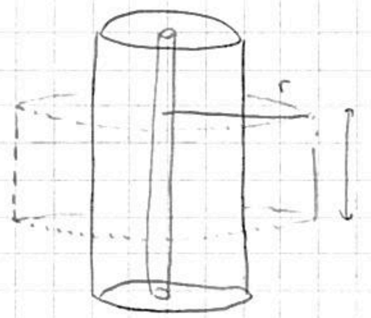
1. (a)





Por simetría, $\vec{E} = E(r)\,\hat{r}$

Sup. Gauss: cilindro



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = E(r)\, 2\pi r h = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$$

$$\Longrightarrow \left[\, E(r) = \frac{Q_{enc}}{2\pi \varepsilon_0 r h} \,\right]$$ ← Lo vamos a usar también en el próximo ítem

$\vec{E} = 0$ para $r > b$ $\Longleftrightarrow$ $Q_{enc} = 0$ para $r > b$

$$\Rightarrow \rho \cancel{\pi} a^2 \cancel{h} + \sigma\, 2\cancel{\pi} b \cancel{h} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\rho = -\frac{2\sigma b}{a^2}}$$

(b) Para $r > b$, $\vec{E} = 0$.

$a < r < b \Rightarrow Q_{enc} = \rho \pi a^2 h$

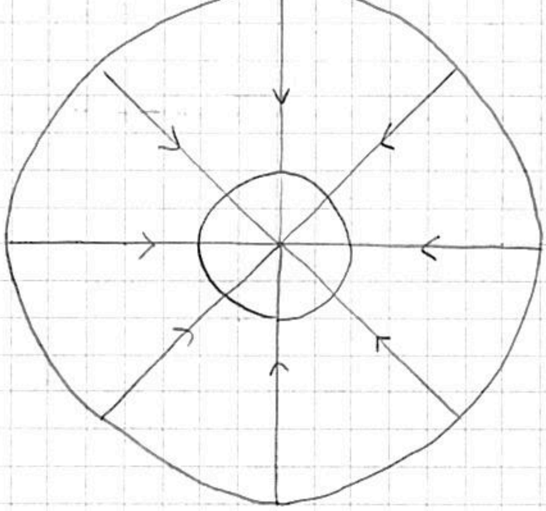
$$\Rightarrow E(r) = \frac{\rho \cancel{\pi} a^2 \cancel{h}}{2\cancel{\pi} \varepsilon_0 r \cancel{h}}$$

$$= \frac{\rho a^2}{2 \varepsilon_0 r}$$

$r < a \Rightarrow Q_{enc} = \rho \pi r^2 h$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{\rho \cancel{\pi} r^{\cancel{2}} \cancel{h}}{2\cancel{\pi} \varepsilon_0 \cancel{r} \cancel{h}} = \frac{\rho r}{2 \varepsilon_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{\vec{E}(\vec{r}) = \begin{cases} 0 & r > b \\ \dfrac{\rho a^2}{2 \varepsilon_0 r} \hat{r} & a < r < b \\ \dfrac{\rho r}{2 \varepsilon_0} \hat{r} & r < a \end{cases}}$$



Apuntan hacia adentro porque $\rho < 0$.

(c) $$V(b) - V(a) = \int_b^a \underbrace{\vec{E}}_{E(r)\,\hat{r}} \cdot \underbrace{d\vec{r}}_{dr\,\hat{r}}$$

$$= \int_b^a E(r)\,dr =$$

$$= -\int_a^b E(r)\,dr$$

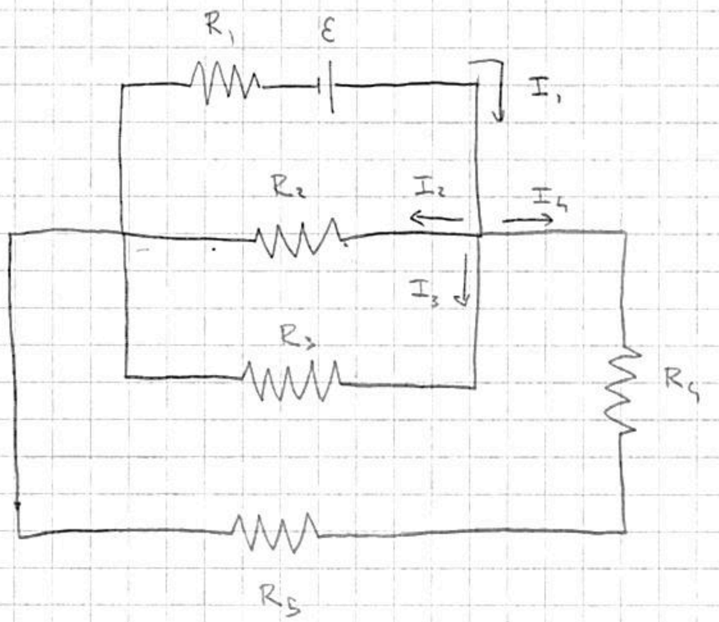
$$= -\underbrace{\int_0^a E(r)\,dr}_{\frac{\rho}{2\varepsilon_0}\frac{r^2}{2}\Big|_0^a \;=\; \frac{\rho a^2}{4\varepsilon_0}} - \underbrace{\int_a^b E(r)\,dr}_{\frac{\rho a^2}{2\varepsilon_0}\ln r\Big|_a^b \;=\; \frac{\rho a^2}{2\varepsilon_0}\ln\frac{b}{a}}$$

$$\Rightarrow \boxed{V(b) - V(a) = -\frac{\rho a^2}{4\varepsilon_0} - \frac{\rho a^2}{2\varepsilon_0}\ln\frac{b}{a} = -\frac{\rho a^2}{4\varepsilon_0}\left(1 + 2\ln\frac{b}{a}\right)}$$

> 0 porque $\rho < 0$

$\Rightarrow V(b) > V(a)$, como tiene que ser ✓

2. Como el capacitor está cargado, no pasa corriente por su rama $\Rightarrow$ Podemos analizar el circuito como si esa rama no estuviera



$\mathcal{E} = 12\ V$

$R_1 = 2\ \Omega$

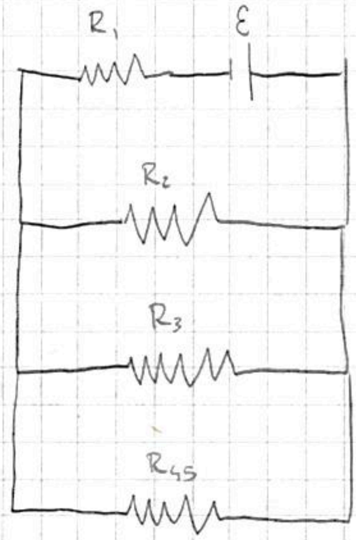
$R_2 = 10\ \Omega$

$R_3 = 15\ \Omega$

$R_4 = 1\ \Omega$

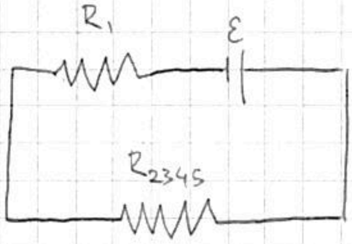
$R_5 = 2\ \Omega$

(a) Circuito equivalente:



$$R_{45} = R_4 + R_5 = 3\ \Omega$$

$\equiv$



$$\frac{1}{R_{2345}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{45}}$$

$$= \frac{R_3 R_{45} + R_2 R_{45} + R_2 R_3}{R_2 R_3 R_{45}}$$

$$\Longrightarrow R_{2345} = \frac{R_2 R_3 R_{45}}{R_2 R_3 + R_2 R_{45} + R_3 R_{45}}$$

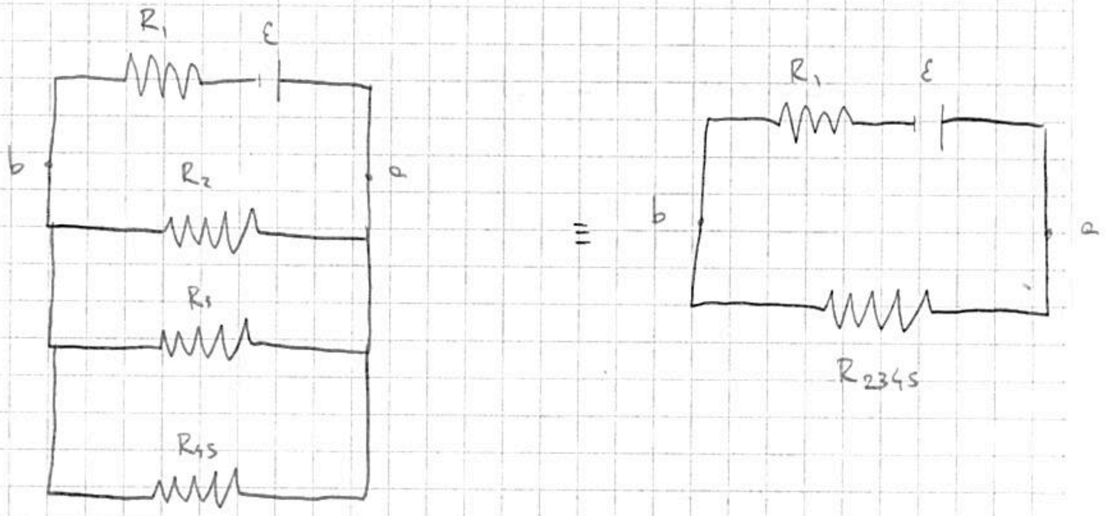
$$= \frac{10 \cdot 15 \cdot 3}{10 \cdot 15 + 10 \cdot 3 + 15 \cdot 3}$$

$$= \frac{450}{150 + 30 + 45} = \frac{450}{225}$$

$$= 2\ \Omega$$

$$\Rightarrow I_1 = \frac{\varepsilon}{R_1 + R_{2345}} = \frac{12}{2+2} = \boxed{3\ A = I_1}$$

Caída de potencial en las resistencias 2, 3 y 45: $V_a - V_b \equiv \Delta V$



$$\Rightarrow \Delta V = R_{2345}\, I_1 = 2 \cdot 3 = 6\ V$$

$$\Rightarrow I_2 = \frac{\Delta V}{R_2} = \frac{6}{10} = \boxed{0.6\ A = I_2}$$

$$I_3 = \frac{\Delta V}{R_3} = \frac{6}{15} = \boxed{0.4\ A = I_3}$$

$$I_4 = \frac{\Delta V}{R_{45}} = \frac{6}{3} = \boxed{2A = I_4}$$

$I_2 + I_3 + I_4 = I_1$ ✓ como debe ser.

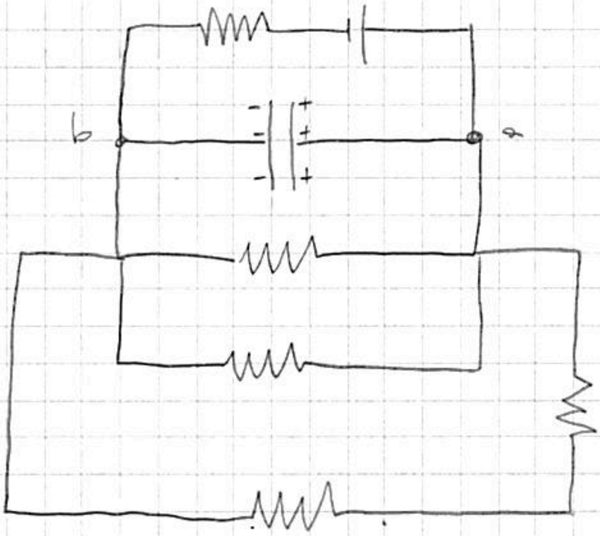
(b) $$\Delta V = V_a - V_b = \frac{Q}{C}$$

$$\Longrightarrow Q = C\,\Delta V = 1 \cdot 6 = \boxed{6\,C = Q}$$

La carga positiva está donde el potencial es mayor

$\Downarrow$

Placa derecha



(c) $P = R_2 I_2^2 = 10 \cdot (0.6)^2 = 10 \cdot 0.36$

$= \boxed{3.6 \text{ W} = P}$

Check: la suma de las potencias disipadas en todas las resistencias debe ser la potencia entregada por la fuente

$P_{fuente} = I_1 \varepsilon = 3 \cdot 12 = 36 \text{ W}$

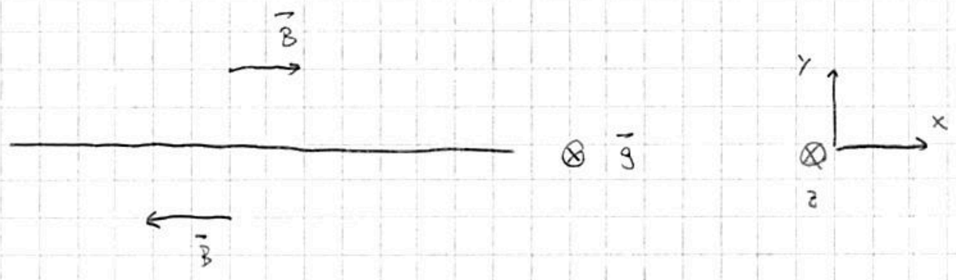
$P_{resistencias} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + (R_4 + R_5) I_4^2$

$= 2 \cdot 9 + 3.6 + 15 \cdot 0.16 + 3 \cdot 4$

$= 18 + 3.6 + 2.4 + 12 = 30 + 6 = 36 \text{ W}$

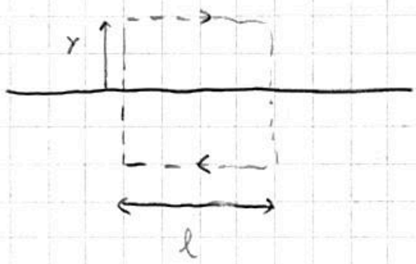
3. (a) Aplicamos superposición.

Campo de un plano:



Por simetría, $\vec{B} = B(y)\,\hat{x}$ con $B(-y) = -B(y)$.

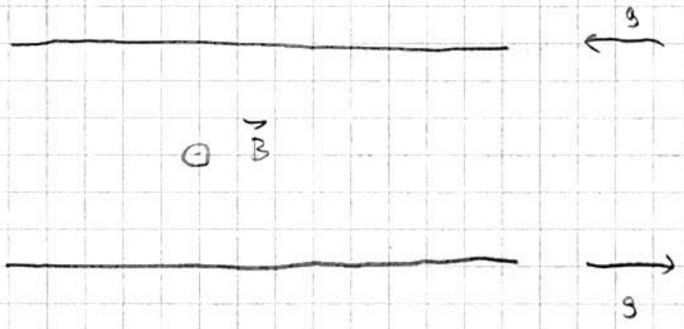
Circuito de Ampère:



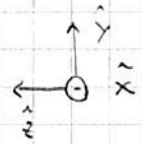
$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = 2B(y)\,l = \mu_0 I_c = \mu_0 g l .$$

$$\Rightarrow \quad B(y) = \frac{\mu_0 g}{2}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{B}(\vec{r}) = \begin{cases} \frac{\mu_0 g}{2}\,\hat{x} & y > 0 \\ -\frac{\mu_0 g}{2}\,\hat{x} & y < 0 . \end{cases}$$



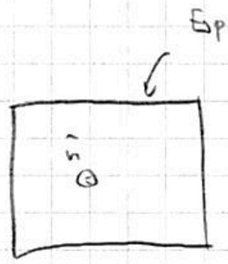
Para este dibujo, elijo



Por superposición,

$$\boxed{\vec{B}(\vec{r}) = \begin{cases} \mu_0 g \, \hat{x} & \text{si } \vec{r} \text{ entre los planos} \\ 0 & \text{si } \vec{r} \text{ no entre los planos} \end{cases}}$$

(b)



Elijo $\hat{n} = \hat{x}$

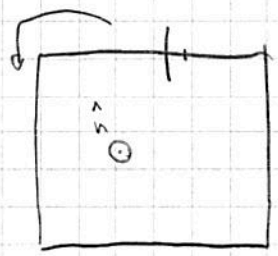
$$\Rightarrow \Phi = \int \vec{B} \, d\vec{S}$$

$$= \mu_0 g \cdot \text{área entre planos}$$

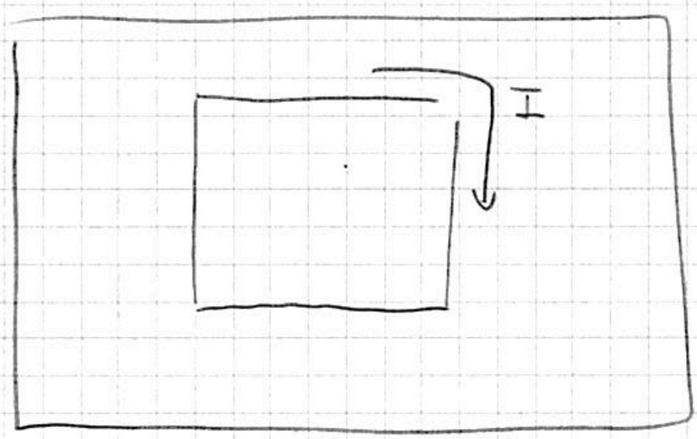
$$= \mu_0 g \, l \, v \, t$$

$$\Rightarrow \frac{d\Phi}{dt} = \mu_0 g \, l \, v \quad \Rightarrow \quad \boxed{\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -\mu_0 g \, l \, v}$$

El sentido de la fem viene dictado por la regla de la mano derecha respecto a la normal que elegí



Pero como la fem me da negativa, la corriente circula para el otro lado:



Esto tb se puede ver a partir de la fuerza de Lorentz.