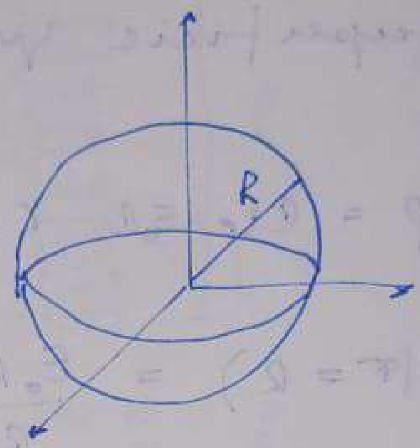
Problema 1

$$\vec{E}(r) = 0 \qquad 0 \leq r < R$$

$$= E_0 \left(\frac{R}{r}\right)^2 \hat{r} \qquad r > R$$



a) $\displaystyle\oint_{\substack{\text{esfera}\\ R}} \vec{E} \cdot d\vec{a} = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0}$

Como $d\vec{a} = r^2 \sin\theta \, d\theta \, d\varphi \, \hat{r}$ la integral queda

$$E \, 4\pi r^2 = \frac{Q_{enc}}{\varepsilon_0} \longrightarrow Q_{enc} = \varepsilon_0 4\pi r^2 E$$

$$Q_{enc} = \begin{cases} 0 & \text{si } 0 \leq r \leq R \\ \varepsilon_0 4\pi \cancel{r^2} E_0 \dfrac{R^2}{\cancel{r^2}} = \boxed{4\pi\varepsilon_0 E_0 R^2} & r > R \end{cases}$$

→ Constante

b) Como el campo termina en $r = R$ el punto a implica que la carga debe estar en la superficie $r = R$. Sabemos que el salto es $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$ en el campo

Entonces en $r \to R$ $\quad \vec{E} = E_0 \hat{r}$

$\Rightarrow \sigma = \varepsilon_0 E$ uniforme sobre la sup de la esfera

c) Sí porque $E=0$ en su interior, la carga está en su superficie y el campo es $\perp$ a su superficie que es una equipotencial

d) $\varphi = \text{cte} = E_0 R \quad r < R$

$\parallel$

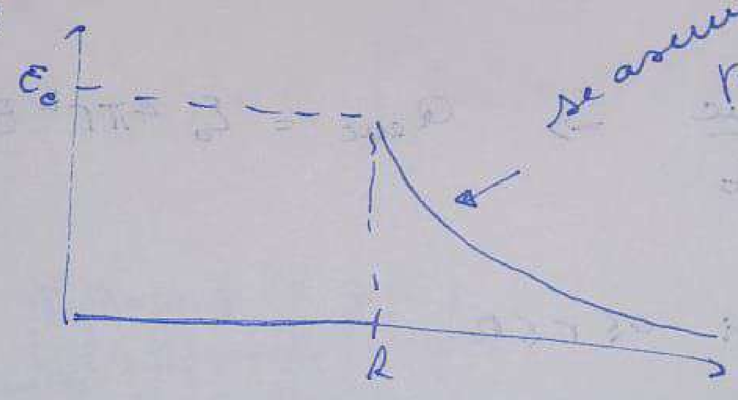
$\varphi(r = R) = \dfrac{E_0 R^2}{R} = E_0 R$

$\varphi(r > R) = \dfrac{E_0 R^2}{r}$

equipotenciales son esferas

e)

se asemeja a una carga puntual $r > R$



Si hubiera una carga q en el origen, el ~~Ea~~ campo es

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

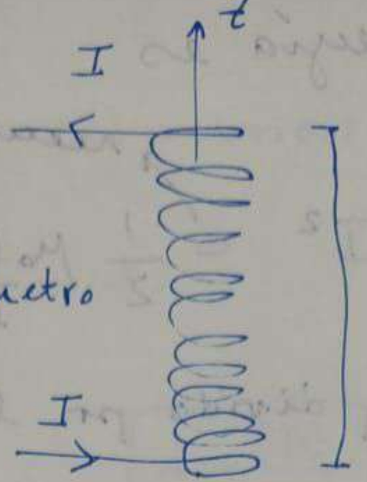
Entonces para $r > R$

$$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2} = E_0\frac{R^2}{r^2} \Rightarrow \boxed{q = 4\pi\varepsilon_0 E_0 R^2}$$

Problema 2

a)

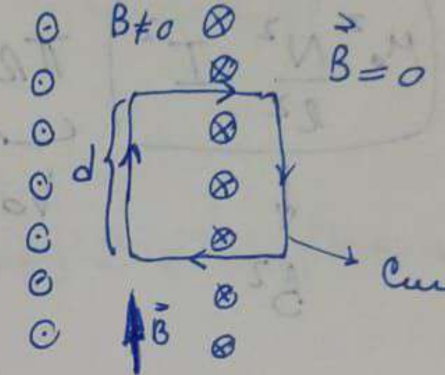
Suponiendo un cilindro infinito de $\frac{N}{l}$ vueltas x metro



Simetría azimutal en el campo

$$\oint_C \vec{B}\cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{enc}$$

Teniendo cuidado con los signos



$$B \cancel{d} = \mu_0 \frac{N}{l} \cancel{d} I$$

$$\Rightarrow \vec{B} = \mu_0 \frac{N}{l} I \hat{z} \text{ en el interior del solenoide}$$

b) Si $I = I(t)$ $\Rightarrow$ Por Faraday tenemos

$$F_{em\,ind} = -L \frac{dI}{dt} = -\frac{d\Phi_M}{dt}$$

Flujo a traves del solenoide

$$\Phi_M = B N \pi R^2 = \mu_0 \frac{N}{l} I N \pi R^2 = \mu_0 \frac{N^2}{l} I \pi R^2$$

$$\frac{d\Phi_M}{dt} = \mu_0 \frac{N^2}{l} \pi R^2 \frac{dI}{dt} \Rightarrow \boxed{L = \frac{\mu_0 N^2}{l} \pi R^2}$$

c) la energía es

$$U = \frac{1}{2} L I^2 \overset{\text{reemplazo } L}{=} \frac{1}{2} \mu_0 \frac{N^2}{l} \pi R^2 I^2$$

multiplico y divido por l y μ_0

$$U = \frac{1}{2\mu_0} \underbrace{\boxed{\mu_0^2 \frac{N^2}{l^2} I^2}}_{B^2} \underbrace{\pi R^2 l}_{\text{Volumen solenoide}}$$

$\Rightarrow$ la densidad de energía x unid. de volumen

es $\boxed{\frac{1}{2} \mu_0 B^2}$

Problema 3

a) Por la relación de dispersión

$$c = \frac{\lambda}{T} \Rightarrow cT = \lambda$$

T → periodo

por otro lado $T = \frac{2\pi}{\omega} \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}}$

b)

$$\vec{E} = E_0 \left[\cos(kz - \omega t)\,\hat{\imath} + \sin(kz - \omega t)\,\hat{\jmath} \right]$$

En $z=0$

$$\vec{E}(0,t) = E_0 \left[\cos(\omega t)\,\hat{\imath} - \sin(\omega t)\,\hat{\jmath} \right]$$

t	E_x	E_y
0	E_0	0
$\frac{\tau}{4}$	0	$-E_0$

$\Rightarrow$ Sentido horario

τ = período $= \frac{2\pi}{\omega}$

c) Si sumamos una onda de igual amplitud y frecuencia con polarización circular antihoraria $\vec{E}_A$ tal que

$$\vec{E}_A = E_0 \left(\cos(kz-\omega t)\,\hat{\imath} - \sin(kz-\omega t)\,\hat{\jmath} \right)$$

tenemos

$$\vec{E} + \vec{E}_A = 2E_0 \cos(kz-\omega t)\,\hat{\imath} \rightarrow \text{Polarización lineal}$$

d) La irradiancia es proporcional a

$$\langle |\vec{E}_{total}|^2 \rangle_t = \langle |\vec{E} + \vec{E}_A|^2 \rangle = \langle 4E_0^2 \cos^2(kz-\omega t) \rangle$$

En $z=0$

$$I \propto 4E_0^2 \langle \cos^2(\omega t) \rangle = 2E_0^2$$

Problema 4

a) Se debe cumplir coherencia y monocromaticidad.

Coherencia: que se pueda predecir la fase

Monocromaticidad: una única longitud de onda / frecuencia

b) A partir de la figura, y teniendo en cuenta la aproximación $d \ll D$ tenemos

$\Delta r = d \sin\theta$ diferencia de camino

Suponiendo el experimento en el aire esto equivale a la diferencia de camino óptico $n=1$

Para un mismo t, la diferencia de fase entre las ondas de cada ranura ~~tenemos~~ es

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta$$

Interferencia constructiva implica

$$\delta = \pm 2\pi m \qquad m = 0, 1, 2 \ldots$$

Entonces

$$\delta_{max} = k\Delta r_{max} = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta r_{max} = \pm 2\pi m$$

$$\Rightarrow \frac{\cancel{2\pi}}{\lambda}\Delta r_{max} = \pm \cancel{2}\pi m \Rightarrow \boxed{\Delta r_{max} = \pm m\lambda}$$

c) Si hay destructiva se debe cumplir

$$\delta_{min} = \pm m\pi \qquad m = 1, 3, 5 \ldots \text{ impares}$$

$$\Rightarrow \frac{2\cancel{\pi}}{\lambda}\Delta r_{min} = \pm m\cancel{\pi} \qquad \boxed{\Delta r_{min} = \pm \frac{m\lambda}{2}}$$

d) Cuando se trata del máximo central

$\Delta r = 0$ pues $\theta = 0$ para todo λ

por lo tanto la posición de ese máximo será independiente de λ