Clases de Trabajos Prácticos

Electromagnetismo y Optica

Docentes de los prácticos:

Jefe de TP:

Adriana Gulisano

Ayudantes:

Agustina

Alejandro

Haremos un break

Luego de una hora

de clase

UBA
1821 Universidad de Buenos Aires

Departamento de Física Juan José Giambiagi

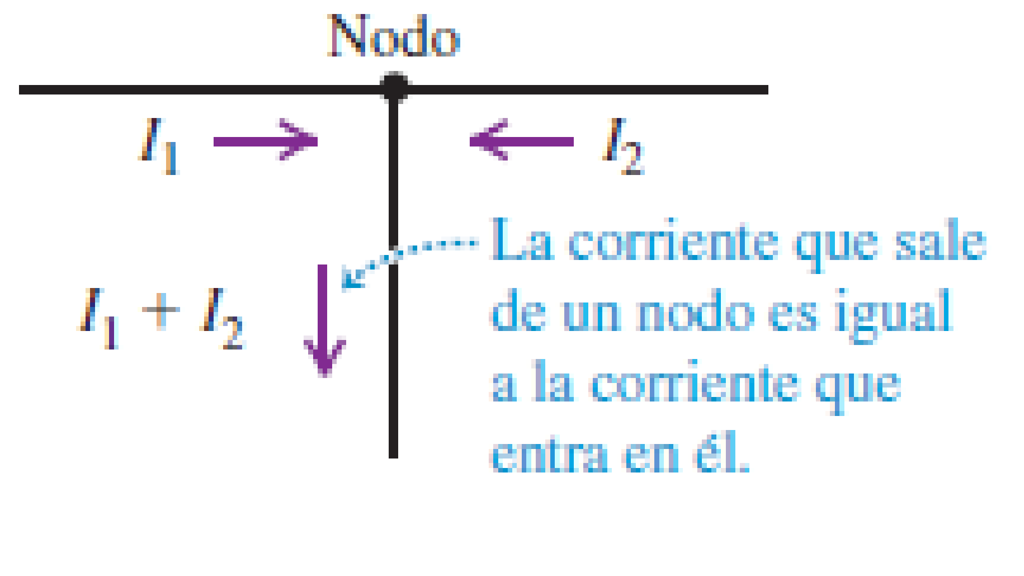
Facultad de Ciencias Exactas y Naturales
Universidad de Buenos Aires

Regla de Kirchhoff de los nodos: *La suma algebraica de las corrientes en cualquier nodo es igual a cero*. Es decir,

$$\sum I = 0$$

Regla de Kirchhoff de las mallas: *La suma algebraica de las diferencias de potencial en cualquier malla*, incluso las asociadas con las fem y las de elementos con resistencia, *debe ser igual a cero*. Es decir,

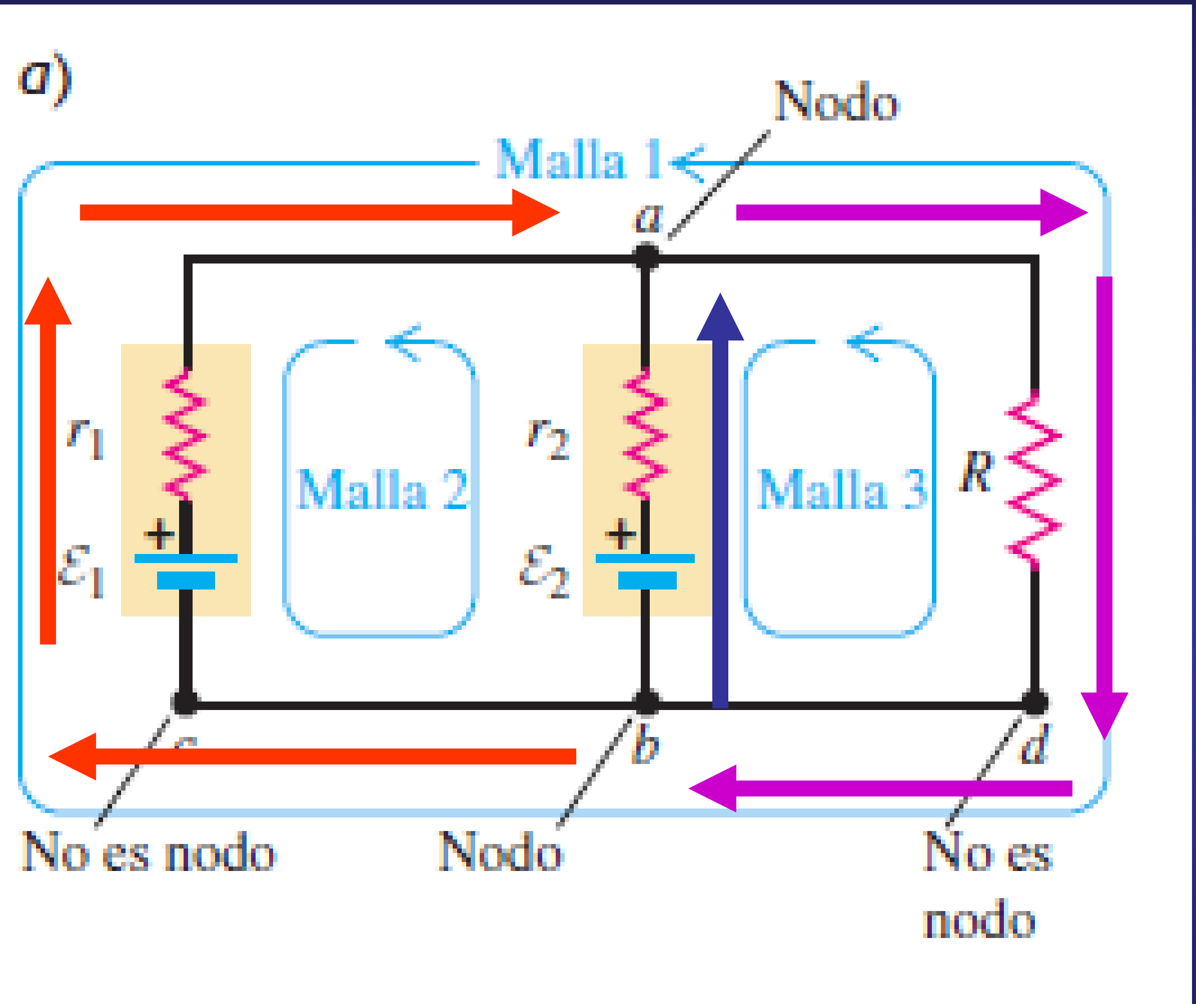
$$\sum V = 0 \qquad \text{(regla de las mallas, válida para cualquier malla cerrada)}$$



Regla de Kirchhoff de los nodos

Analogía de la tubería de agua

Leyes de kirchoff

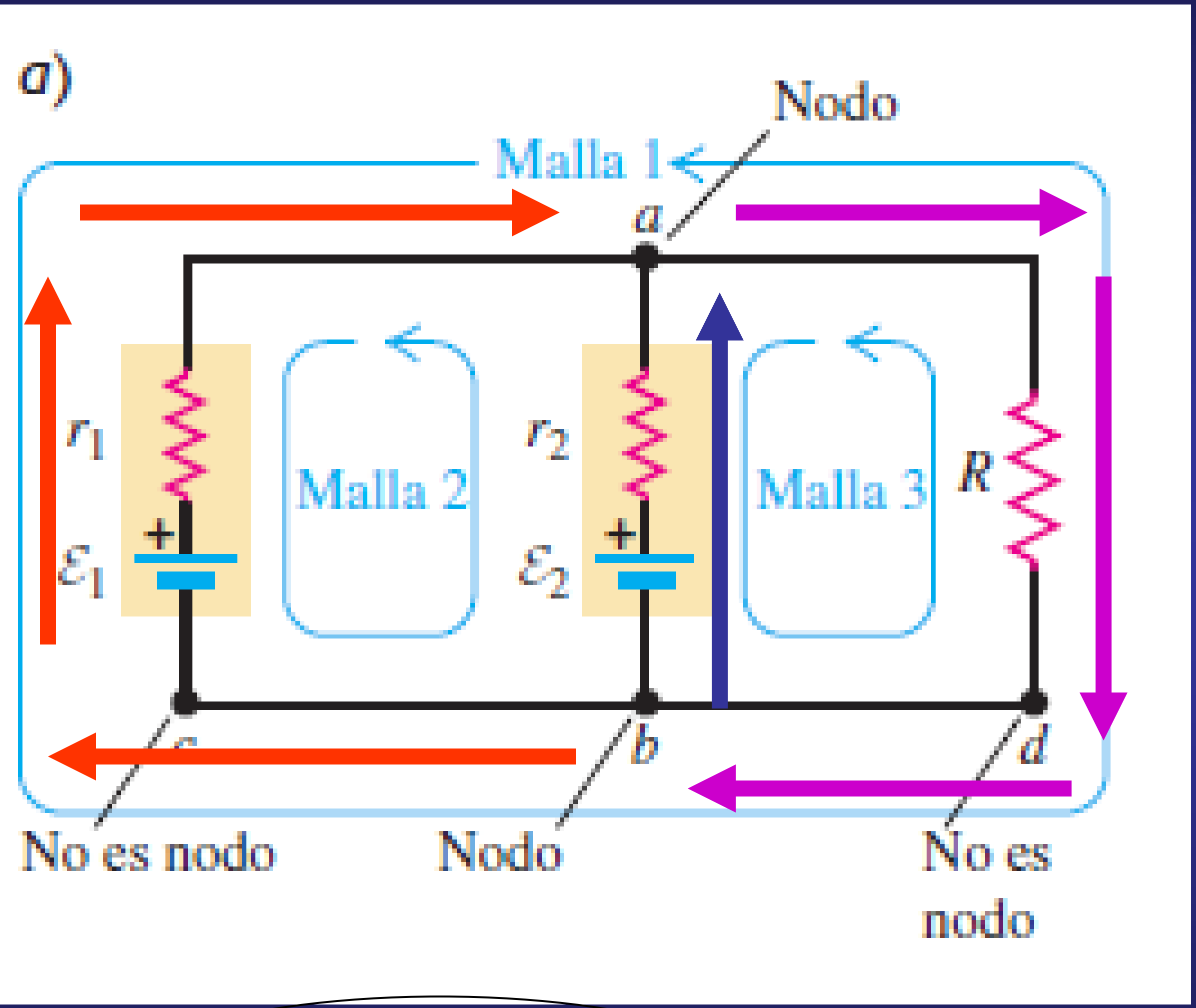


I1+i2=i3

va-vb+vb-va=0

va-vb=- i2 r2 + E2

Leyes de kirchoff



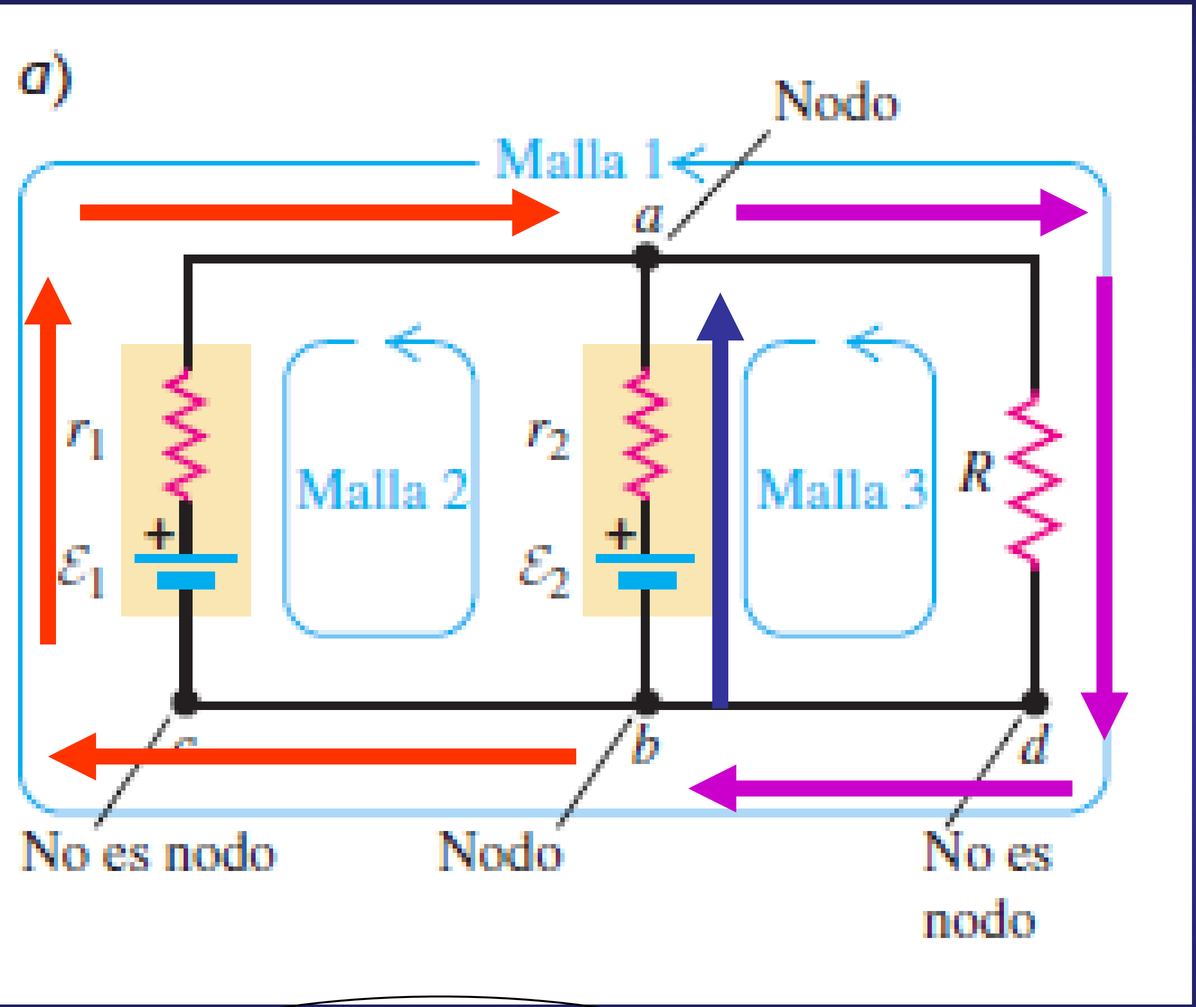
I1+i2=i3

va-vb+vb-va=0

va-vb=- i2 r2 + E2

vb-va=- E1+ i1r1

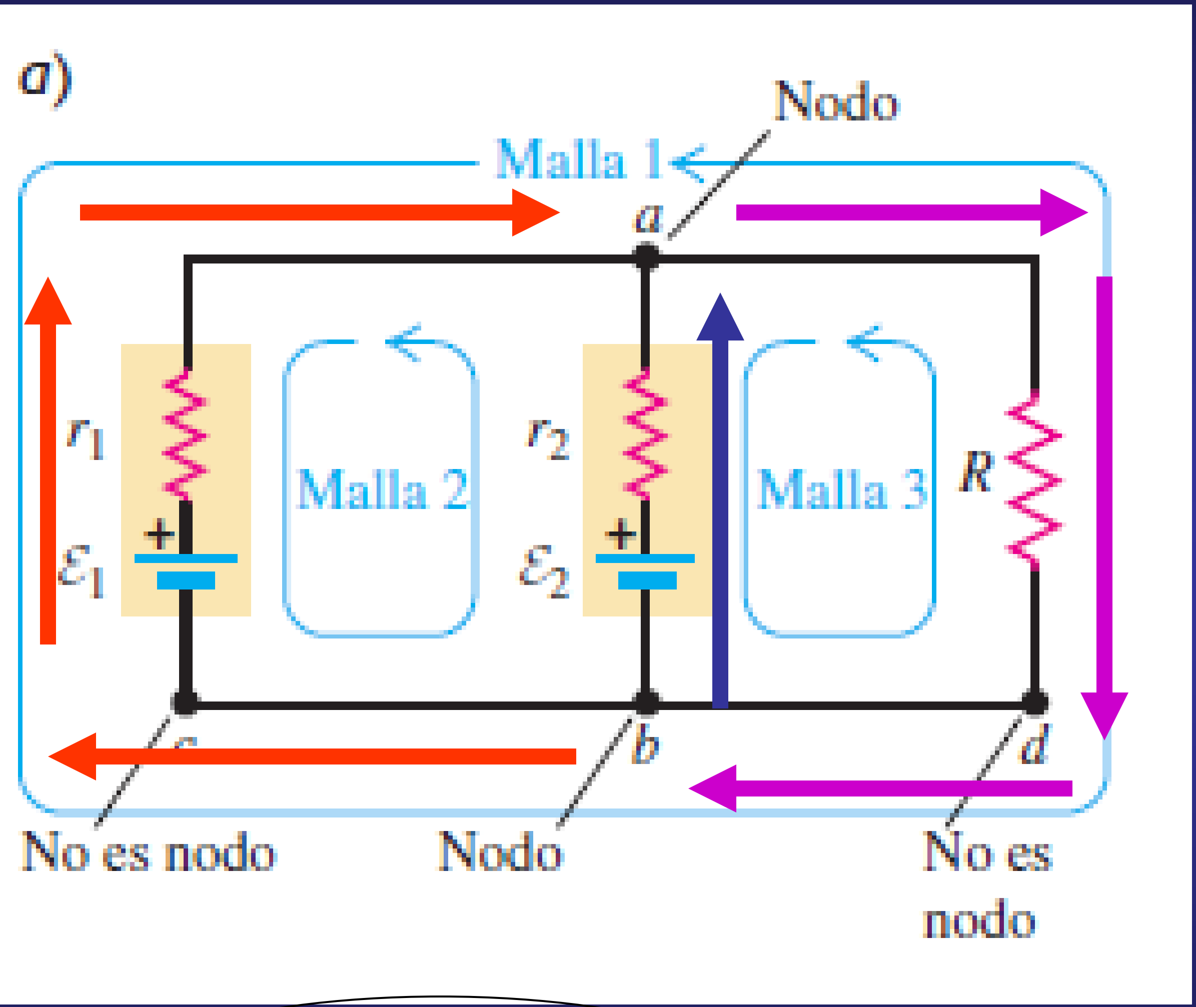
Leyes de kirchoff



-i2r2 +E2 – E1 + i1r1=0

I1+i2=i3

Leyes de kirchoff



va-vb+vb-va=0

va-vb=- i2 r2 + E2

vb-va=- E1+ i1r1

-i2r2 +E2 – E1 + i1r1=0

I1+i2=i3

Leyes de kirchoff

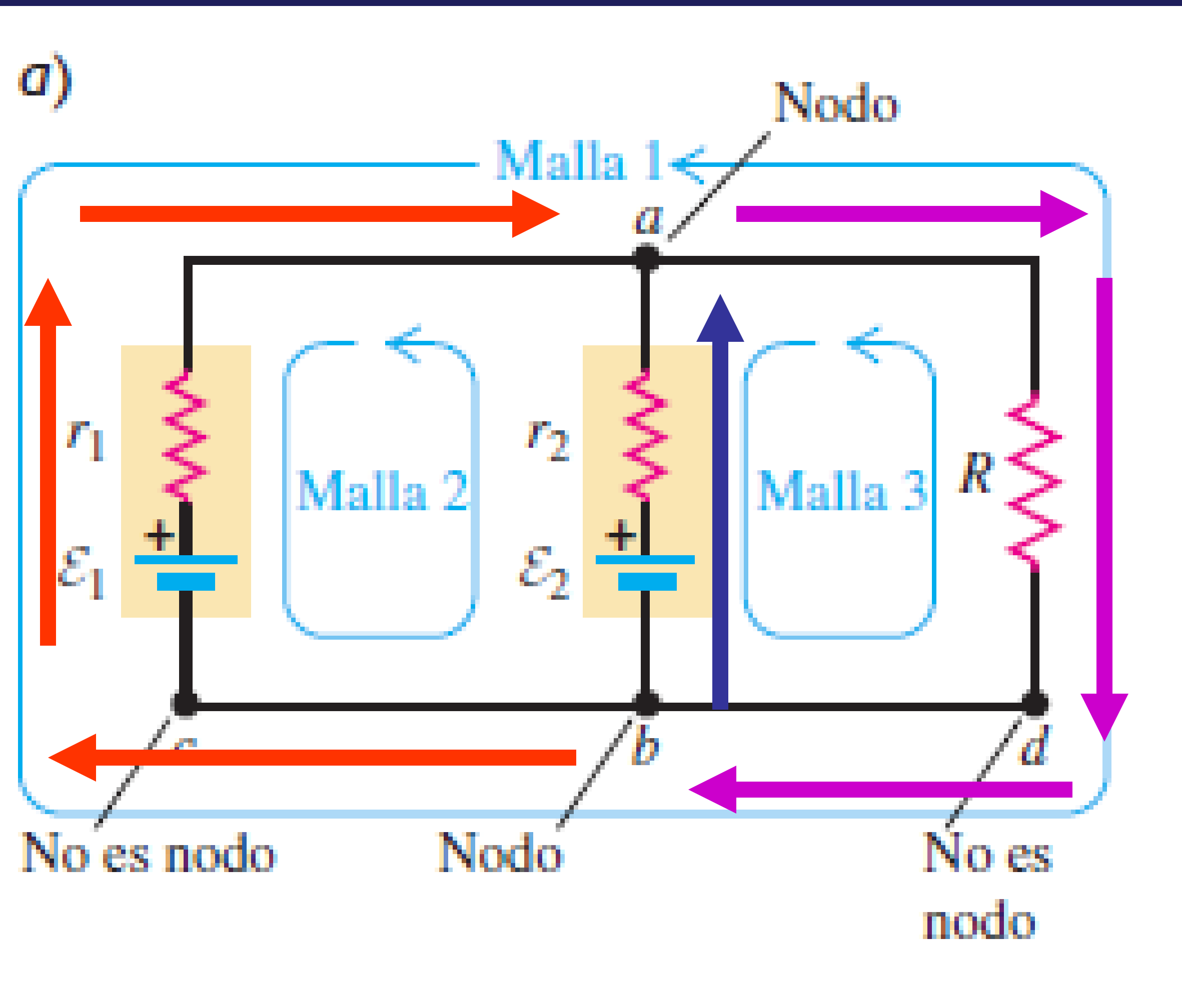
$va-vb+vb-va=0$

$va-vb=- i2\ r2 + E2$

$vb-va=- E1+ i1r1$

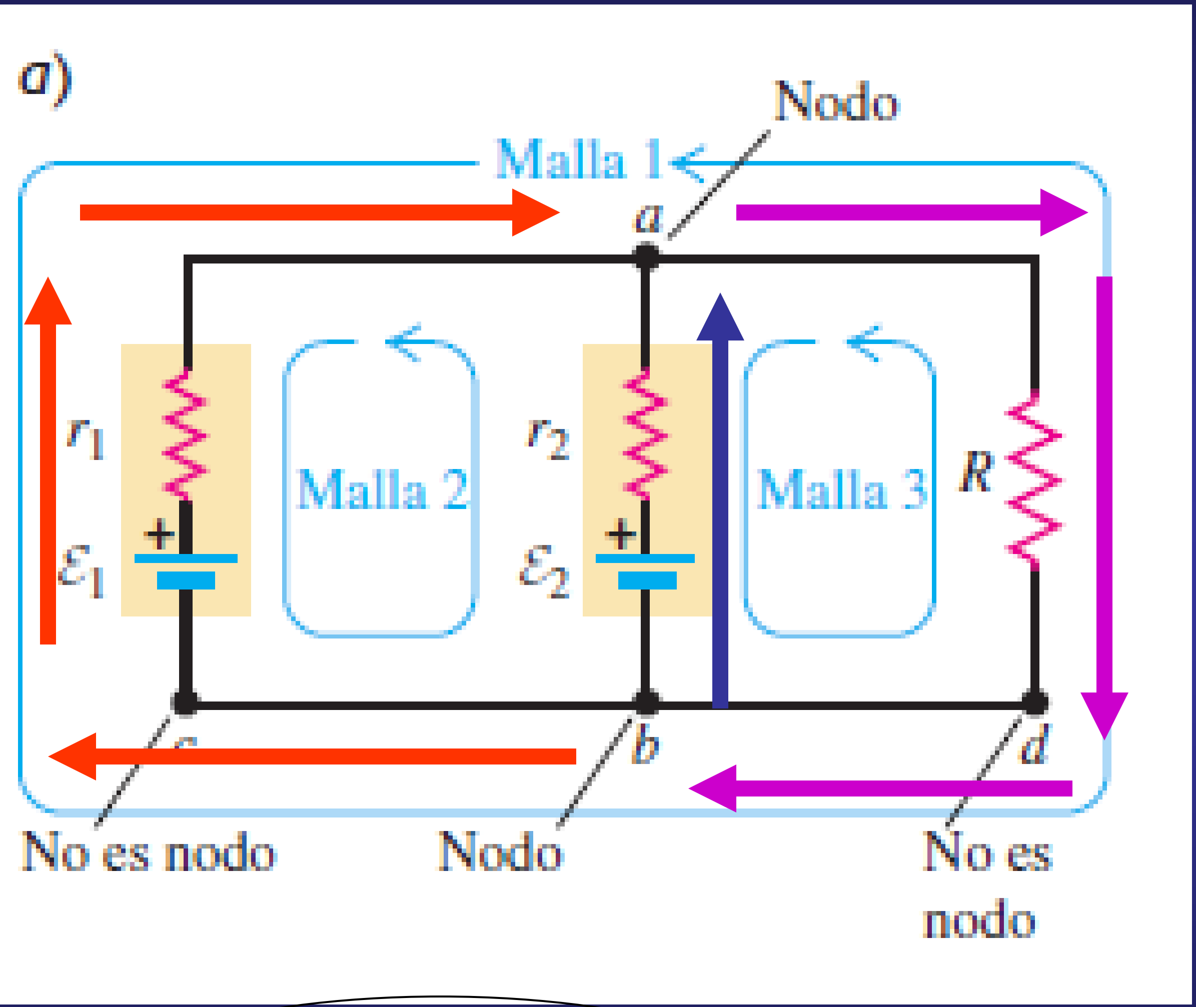
$-i2r2 +E2 – E1 + i1r1=0$

$va-vb+vb-va=0$



$I1+i2=i3$

Leyes de kirchoff



va-vb+vb-va=0

va-vb=- i2 r2 + E2

vb-va=- E1+ i1r1

-i2r2 +E2 – E1 + i1r1=0

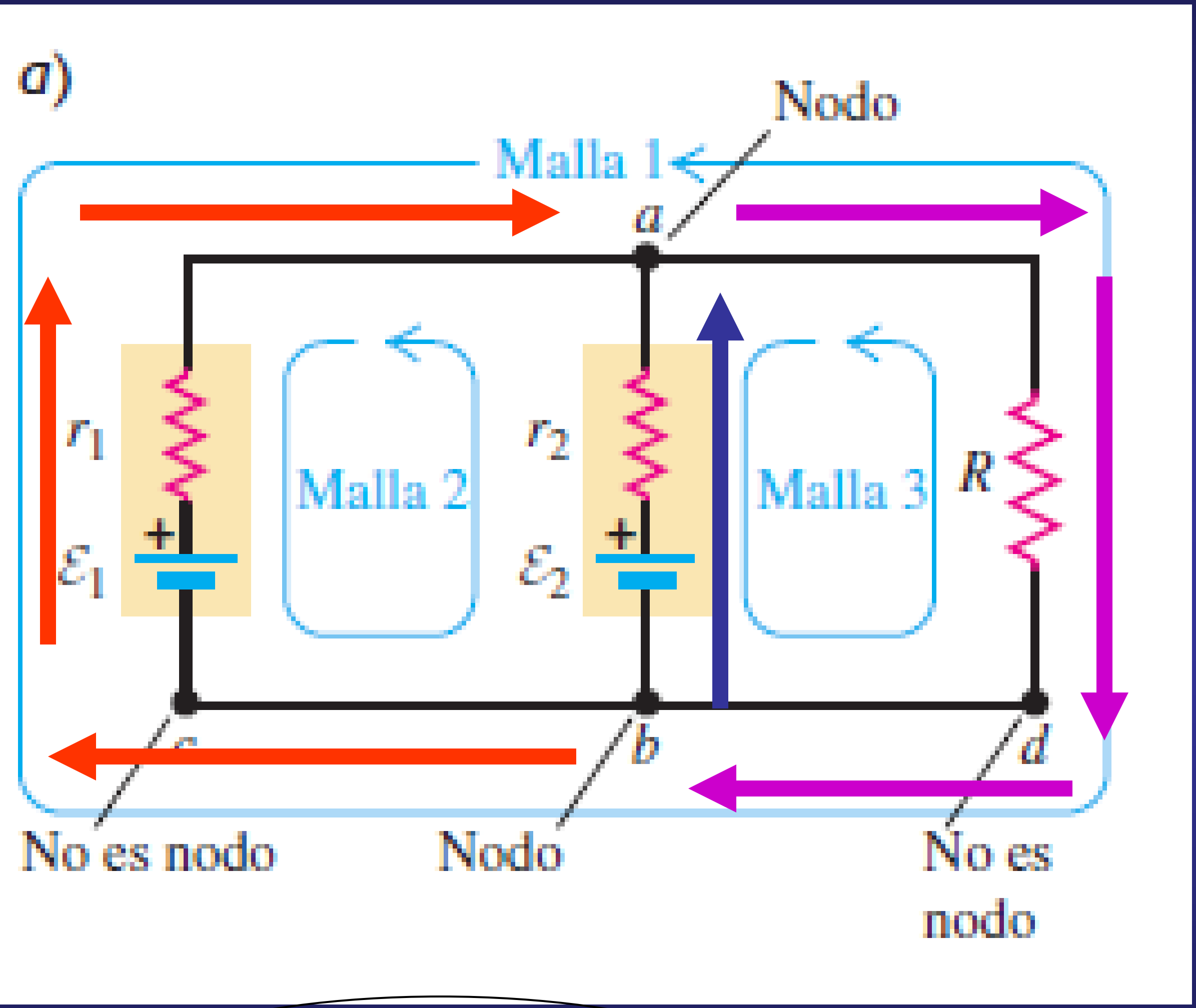
va-vb+vb-va=0

va-vb = - i2 r2 + E2

vb-va= - i3R3

I1+i2=i3

Leyes de kirchoff



I1+i2=i3

va-vb+vb-va=0

va-vb=- i2 r2 + E2

vb-va=- E1+ i1r1

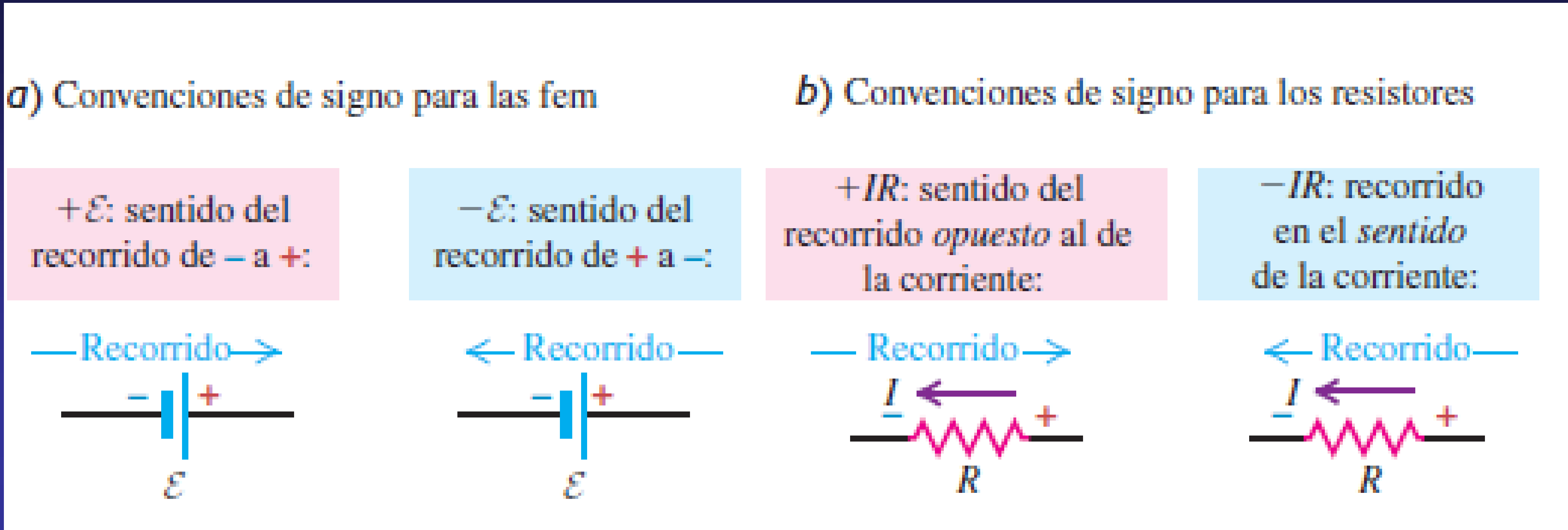
-i2r2 +E2 – E1 + i1r1=0

va-vb+vb-va=0

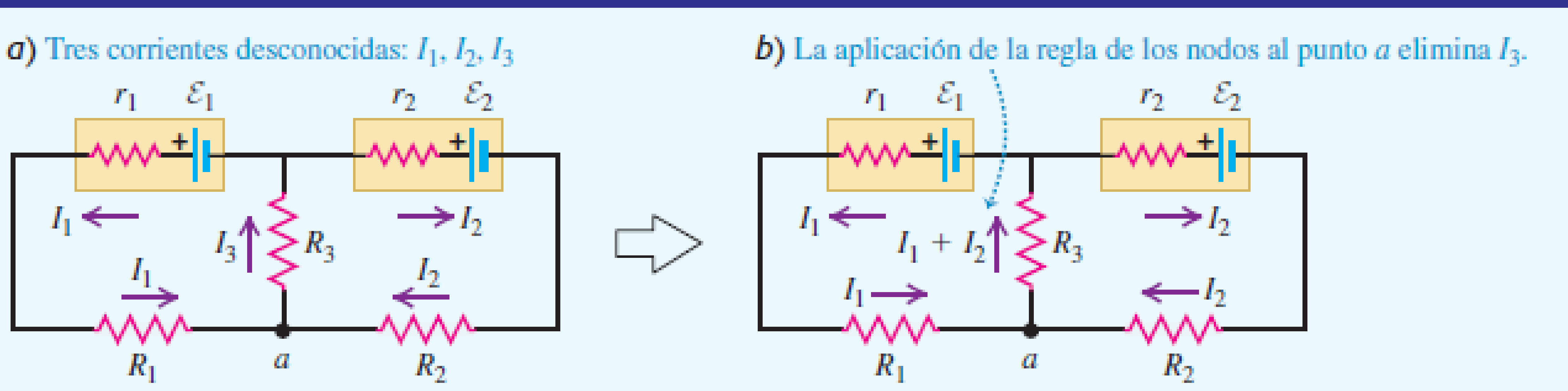
va-vb = - i2 r2 + E2

vb-va= - i3R3

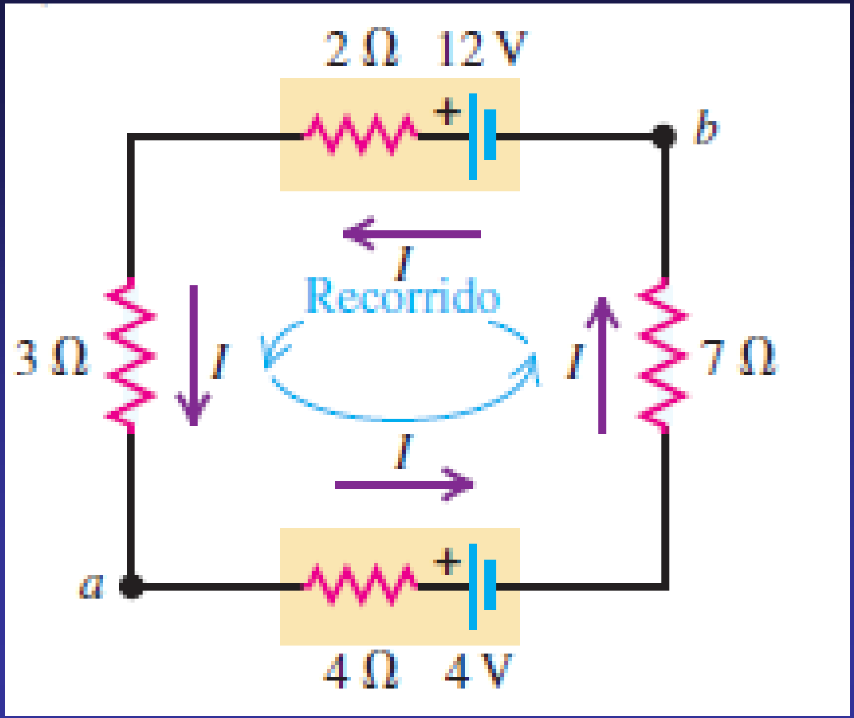
- i2 r2 + E2- i3R3=0

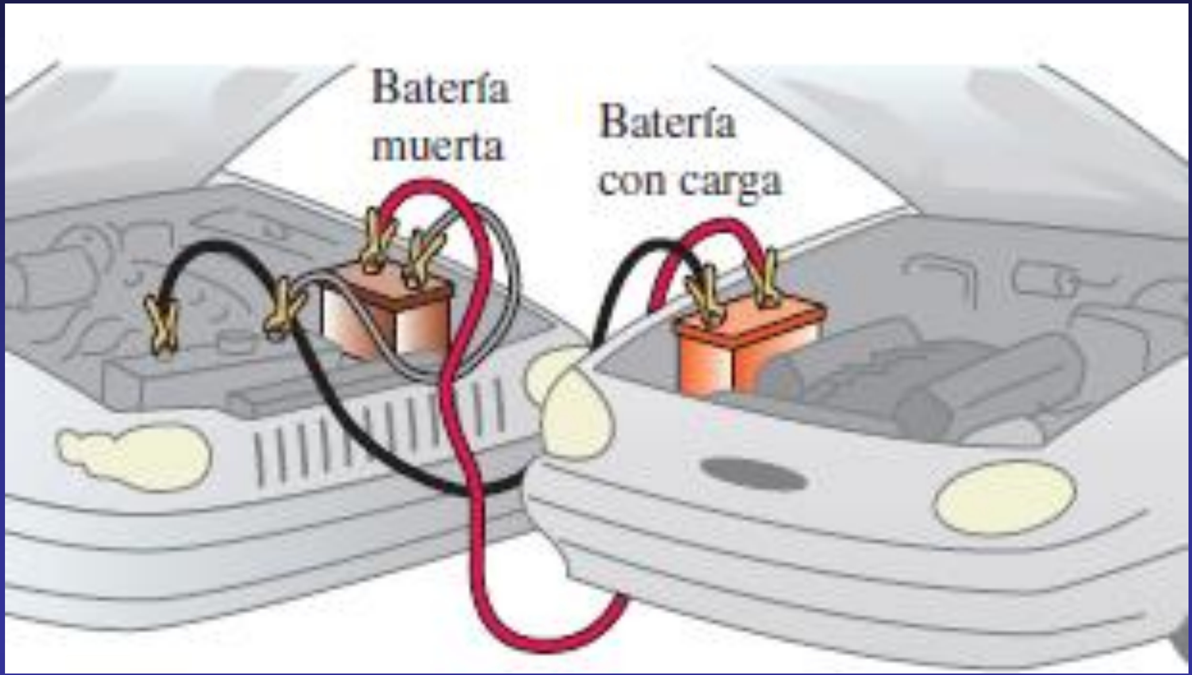


a) Convenciones de signo para las fem
b) Convenciones de signo para los resistores
+ℰ: sentido del recorrido de – a +:
−ℰ: sentido del recorrido de + a –:
+IR: sentido del recorrido opuesto al de la corriente:
−IR: recorrido en el sentido de la corriente:
Recorrido
Recorrido
Recorrido
Recorrido
ℰ
ℰ
I
R
I
R



a) Tres corrientes desconocidas: I1, I2, I3
b) La aplicación de la regla de los nodos al punto a elimina I3.
r1
ℰ1
r2
ℰ2
I1
I2
I3
R3
I1
I2
R1
a
R2
r1
ℰ1
r2
ℰ2
I1
I2
I1 + I2
R3
I1
I2
R1
a
R2





Ej a) En este ejemplo la malla se recorre en el mismo sentido que el que se supuso para la corriente, por lo que todos los términos IR son negativos. El potencial disminuye a medida que se pasa de + a − a través de la fem inferior, pero se incrementa al ir de − a + a través de la fem superior. *b*) Ejemplo de la vida real de un circuito de esta clase.

$$-I(4\ \Omega) - 4\ \mathrm{V} - I(7\ \Omega) + 12\ \mathrm{V} - I(2\ \Omega) - I(3\ \Omega) = 0$$

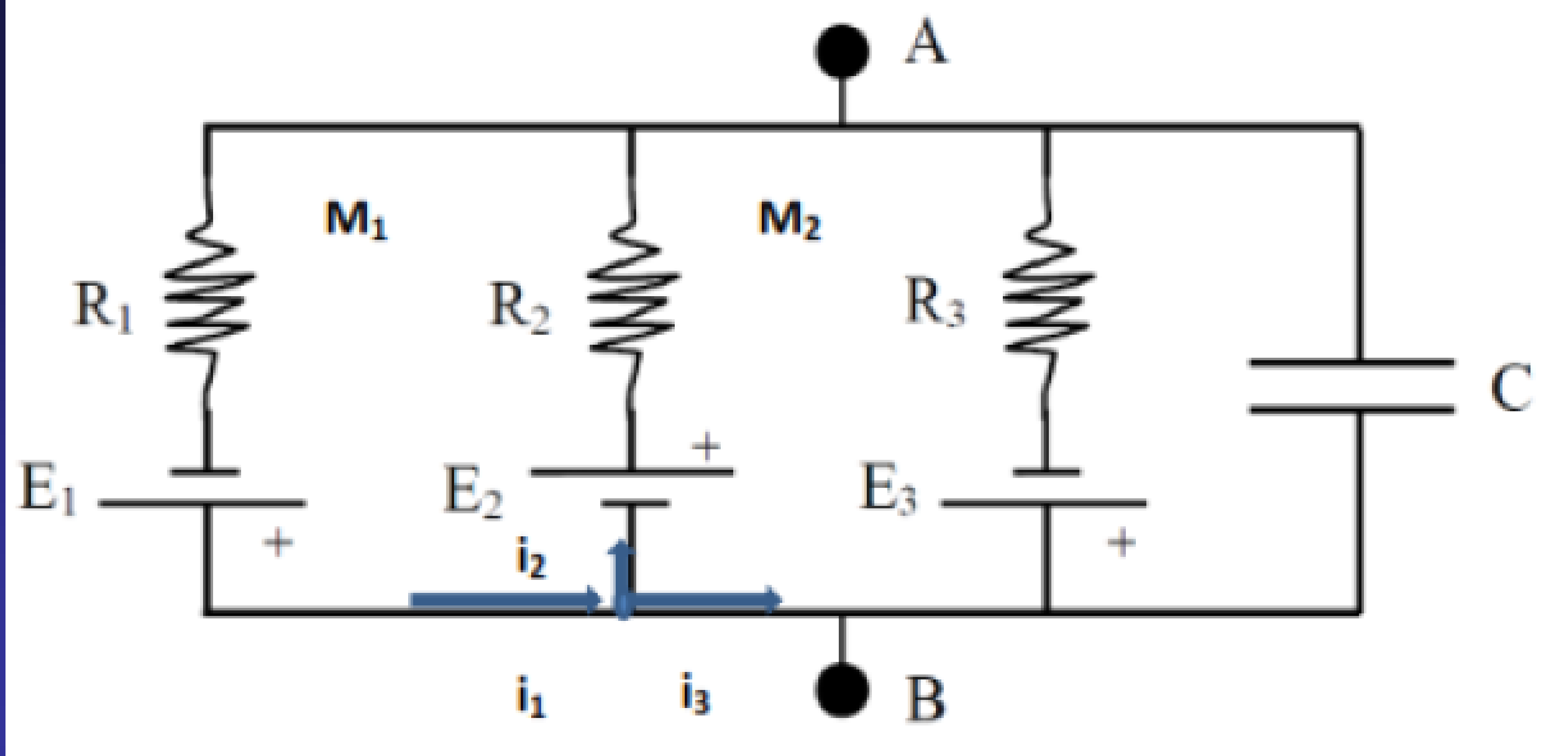
$$8\ \mathrm{V} = I(16\ \Omega) \qquad \text{e} \qquad I = 0.5\ \mathrm{A}$$

POTENCIAL DE MEMBRANA

todas las células de todos los seres vivos presentan una diferencia de potencial eléctrico a través de la membrana, fuera y dentro de las células existen cierto número de iones. Esta diferencia de potencial llamado potencial en reposo se debe a la diferencia de concentración, entre el interior y el exterior de la célula, de esas cargas eléctricas disueltas o iones. Para cada especie iónica hay dos fuerzas que determinan su distribución: las diferencias de su concentración y la fuerza del campo eléctrico en el que se encuentran. Cada ión se comporta buscando entonces un equilibrio electroquímico. El gradiente de concentración (fuerza osmótica) empuja en un sentido y la fuerza eléctrica en el sentido opuesto. Se produce entonces un equilibrio en el cual la cantidad de K+ que sale es igual a la que se recupera (bomba de Na+-K+), lo que explica la constancia del potencial de membrana.

Existe entonces un sistema que regula la excitabilidad de la neurona basado en la diferencia de potencial que existe entre el exterior y el interior (llamado citoplasma que es más negativo) de la membrana plasmática es el llamado potencial de reposo de la membrana, mientras se mantengan las concentraciones. Por otro lado en algunos casos hay un sistema de canales iónicos regulados por el valor del potencial de reposo, cuya apertura en forma coordinada genera un sistema de señales que se transmite, normalmente desde el soma al terminal nervioso, es el potencial de acción o espiga. Su función en la neurona es inducir la liberación de un mensaje químico hacia una célula vecina, permitiendo así un flujo de información, entonces las concentraciones varían formando un potencial de acción dando lugar a un pulso eléctrico, sin embargo en este problema estudiaremos solamente el potencial de reposo de la membrana.

Para modelar el sistema, se tiene en cuenta que las membranas son selectivamente permeables a diferentes tipos de iones. Se puede describir entonces al potencial de membrana mediante un circuito equivalente, en el que cada tipo de ion fluye a través de un canal independiente como se muestra en la Figura1, consideramos que los cables son ideales con resistencias despreciables frente a las del resto de los elementos del circuito, las corrientes en cada rama del circuito es la misma en todos los puntos de la rama, es decir no se acumula carga en ningún punto de la misma (ley de nodos).



Un punto conceptual a recalcar es que por la rama que tiene el capacitor no circula corriente puesto que el enunciado nos indica que ya ha pasado el transitorio del sistema y por lo tanto el capacitor ya se encuentra cargado. Con lo cual debe resolverse un circuito de 2 mallas, que podemos elegir como M1 y M2 indicados en la Figura, aunque cualquier elección que contemple las incógnitas del problema y lleve a un sistema de ecuaciones independientes es también válida. Necesitaremos además una ecuación de nodos vinculando las corrientes de ramas.

Cabe señalar que el sentido de las corrientes se toma inicialmente en forma arbitraria y el verdadero resultará de la resolución del sistema de ecuaciones, si el valor da negativo, no significa que la resolución es errónea, sino simplemente que el sentido de circulación de la corriente era opuesto al supuesto inicialmente. Para hallar el punto a) se plantea

Aplicando entonces la ley de nodos: $i_1=i_2+i_3$ (1) (todo lo que entra, sale, no hay acumulación de carga)

La diferencia de potencial en un camino cerrado debe ser cero:

Entonces para la malla M1: $-E_1+i_1R_1+i_2R_2-E_2=0$ (2)
Y para la malla M2: $E_2-i_2R_2+i_3R_3+E_3=0$ (3)

(**Notar que la polaridad de las pilas es fija y no depende del sentido de la corriente**, esto vale la pena remarcarlo porque es uno de los errores más comunes, mientras que **la diferencia de potencial en las resistencias, si depende del sentido elegido para las corrientes**, por ejemplo, si la corriente circula así,

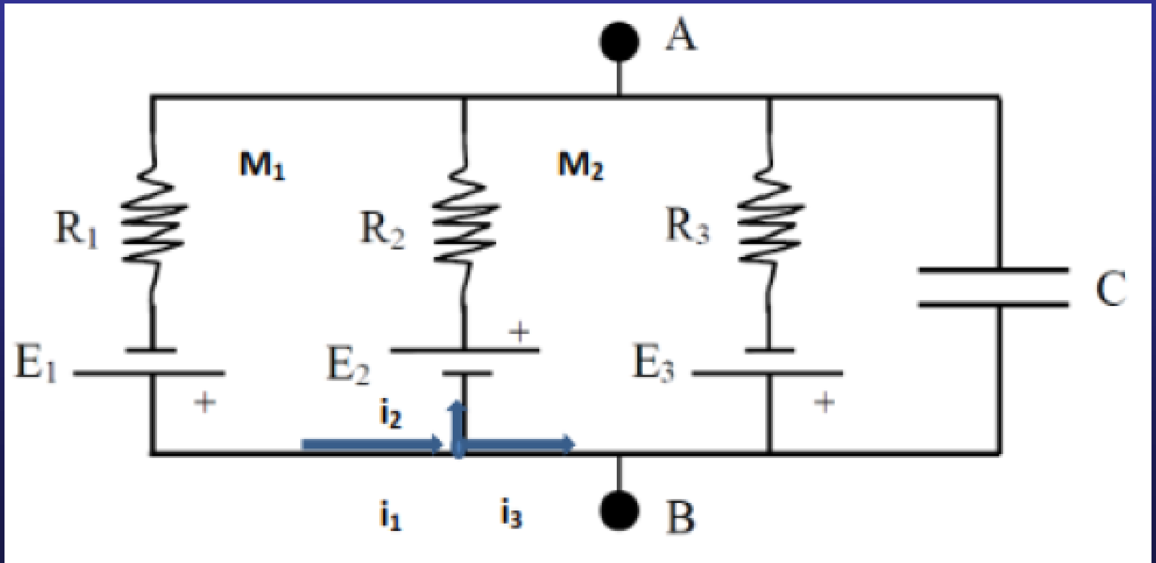
el potencial es mayor donde se indica el signo + y menor donde se indica el -). Resolviendo el sistema de ecuaciones despejando i3 de la ec (1) y sustituyéndolo en las ecs. (2) y (3), queda un sistema de dos ecuaciones con 2 incógnitas i1 e i2 y se obtiene:

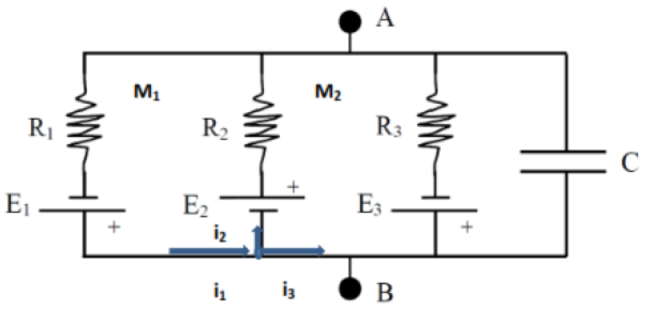
i1= [E2R3 +E1 (R2+R3)-E3R2]/[R3R1+R2R3+R2R1]=17,5 nA

i2=[i1(R3+R1)+E3-E1]/R3=11,25 nA

luego puede calcularse i3:

i3=i1-i2=6,25 nA





b) Para hallar el potencial de membrana VA-VB noten que puedo elegir hallar la diferencia por cualquiera de las tres ramas por las que circula corriente, ya que están en paralelo. Elijo una de ellas, por ej.

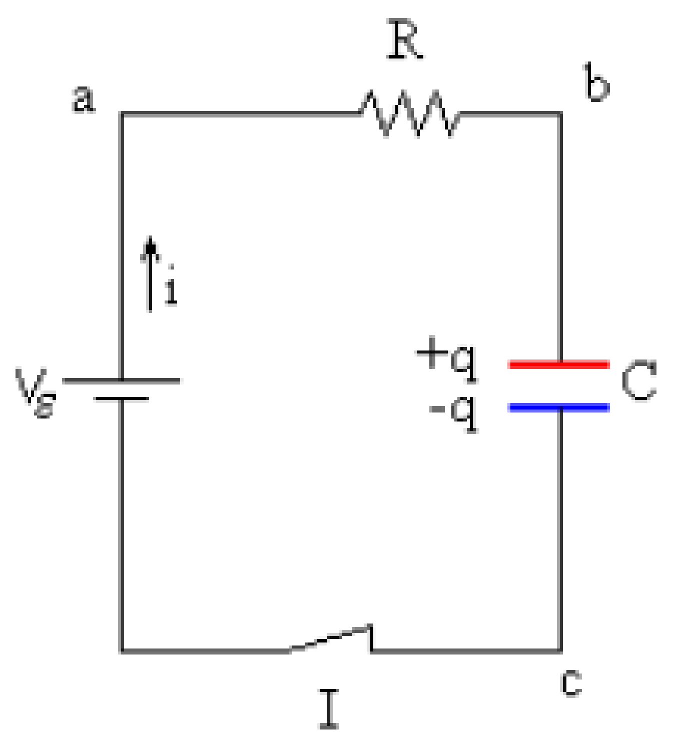
VA-VB= -i3R3-E3=-62,5 mV y la carga acumulada en el capacitor es Q=|VA-VB|C= 3.125 pC.

c) Si ahora se produce un cambio en la resistencia asociada al sodio (R2) y se mide

VA-VB= 40mV. Calcular el valor que tomó R2.

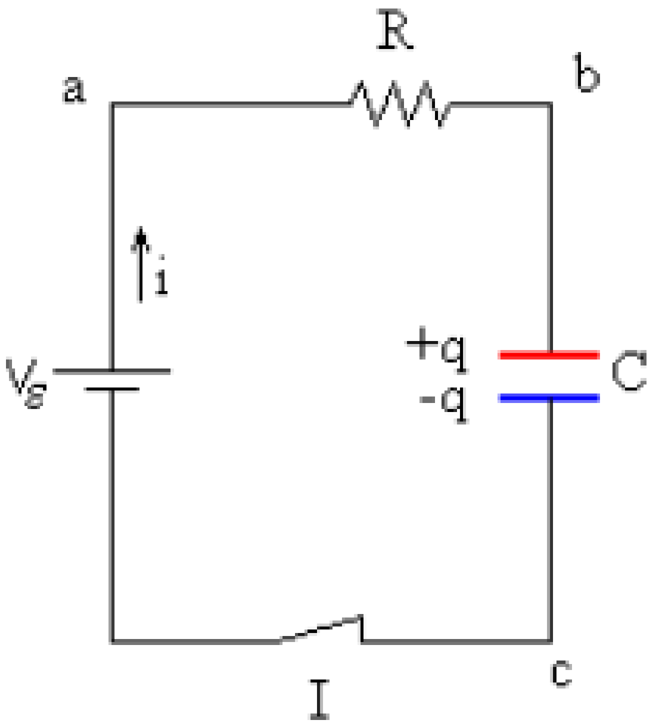
En este caso no es necesario resolver todo el circuito nuevamente, podemos usar el dato de VA-VB que es constante para las 3 ramas y entonces:

VA-VB=-i3R3-E3 con lo cual i3= -45nA y VA-VB=i1R1-E1 y entonces i1=120 nA y como i2=i1-i3=165nA Y teniendo en cuenta que VA-VB=-i2R2+E2 entonces R2=[E2-(VA-VB)]/i2=60606Ω.



Carga de un condensador

Se considera que inicialmente el condensador está descargado. Cuando se pasa el conmutador a la posición "superior", el condensador se va cargando hasta que la diferencia de potencial entre sus armaduras se iguala al potencial de la fuente. Si, una vez que el condensador ha adquirido carga, se pasa el conmutador a la posición "inferior", el condensador se descarga través de la resistencia R. Ni el proceso de carga, ni el de descarga son instantáneos, requiriendo ambos un tiempo que depende, según veremos, de los valores de C y de R.



La ecuación del circuito es

$$iR+q/C-V_\varepsilon=0$$

$$i=\frac{V}{R}-\frac{q}{CR}$$

- El extremo a tiene un potencial mayor que el extremo b de la resistencia R ya que la corriente fluye de **a** a **b**. De acuerdo a la ley de Ohm $V_{ab}=iR$
- La placa positiva del condensador **b** tiene mayor potencial que la placa negativa **c**, de modo que $V_{bc}=q/C$.
- El terminal positivo de la batería **a** tiene mayor potencial que el terminal negativo **c**, de modo que $V_{ca}=-V_\varepsilon$, donde V_ε es la fem de la batería

Teniendo en cuenta que la intensidad se define como la carga que atraviesa la sección del circuito en la unidad de tiempo, $i=dq/dt$, tendremos la siguiente ecuación para integrar

$$R\frac{dq}{dt}=V_\varepsilon-\frac{q}{C}$$

$$\int_0^q \frac{dq}{CV_\varepsilon-q}=\frac{1}{RC}\int_0^t dt \qquad q=CV_\varepsilon\left(1-\exp\left(\frac{-t}{RC}\right)\right)$$

La carga tiende hacia un valor máximo $C\cdot V_\varepsilon$ al cabo de un cierto tiempo, teóricamente infinito.

Derivando con respecto al tiempo.

$$i=\frac{dq}{dt}=\frac{V_\varepsilon}{R}\exp\left(\frac{-t}{RC}\right)$$

En el instante en que se efectúan las conexiones, cuando q = 0, la intensidad inicial es

$$I_0 = \frac{V}{R}$$

que sería la intensidad permanente si no hubiera condensador

Cuando la carga va aumentando, crece el término q/RC, y la intensidad disminuye hasta anularse finalmente. Cuando i = 0, finaliza el proceso de carga y el condensador queda cargado con una carga final Qf, dada por:

Cuando la carga va aumentando, crece el término q/RC, y la intensidad disminuye hasta anularse finalmente. Cuando i = 0, finaliza el proceso de carga y el condensador queda cargado con una carga final Qf, dada por:

$$Q_f = C\ V$$

Para obtener las expresiones de q, i, Vac y Vcb en función del tiempo, derivemos respecto al tiempo y sustituyamos dq/dt por i. Así :

$$\frac{di}{dt} = -\frac{i}{RC}$$

Por integración obtenemos i(t) e igualándola a dq/dt,

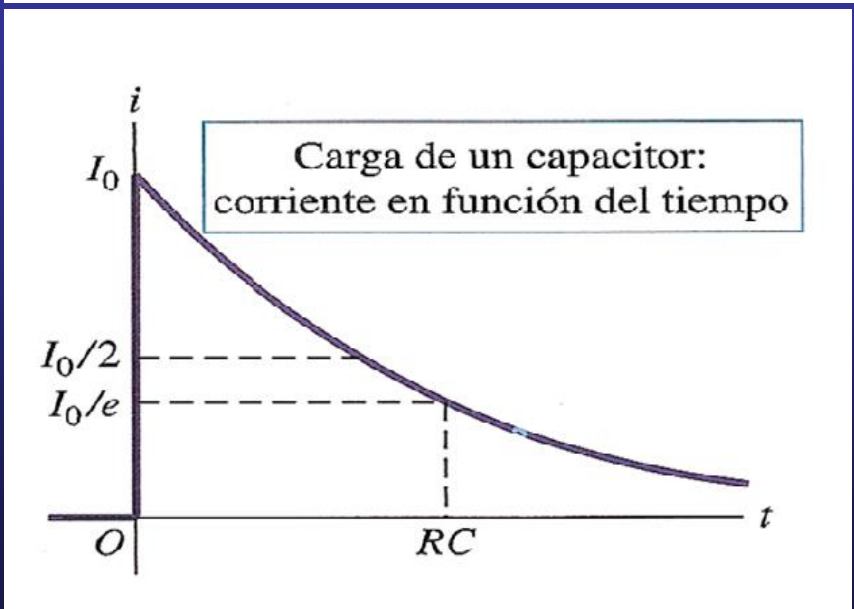
mediante una segunda integración, se obtiene q(t).

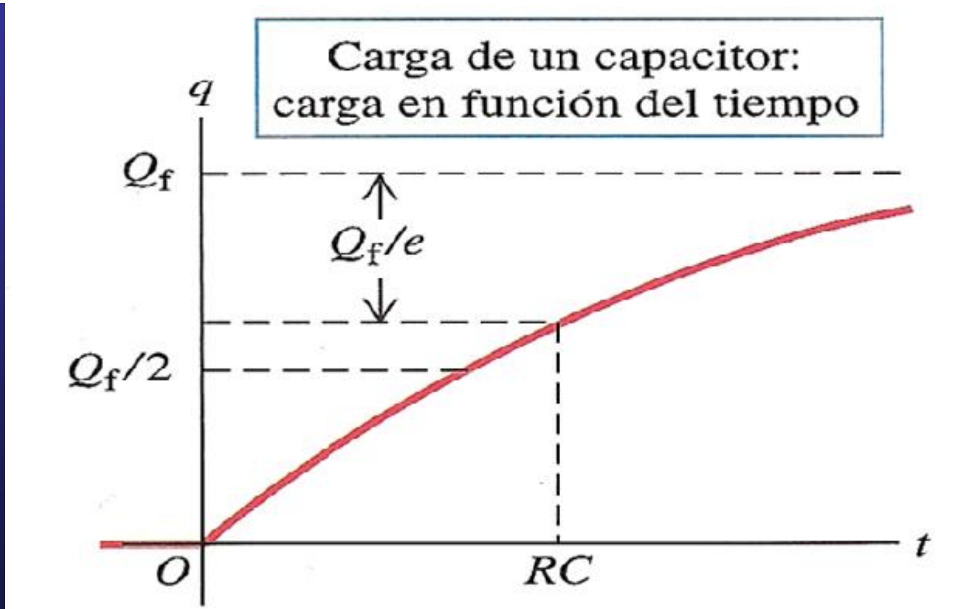
$$i = I_o e^{-\frac{t}{RC}}$$

$$q = Q_f (1 - e^{-\frac{t}{RC}})$$

Donde Q_f es el valor final hacia el cual tiende asintóticamente la carga del capacitor, I_0 es la corriente inicial y e = 2,718 es la base de los logaritmos

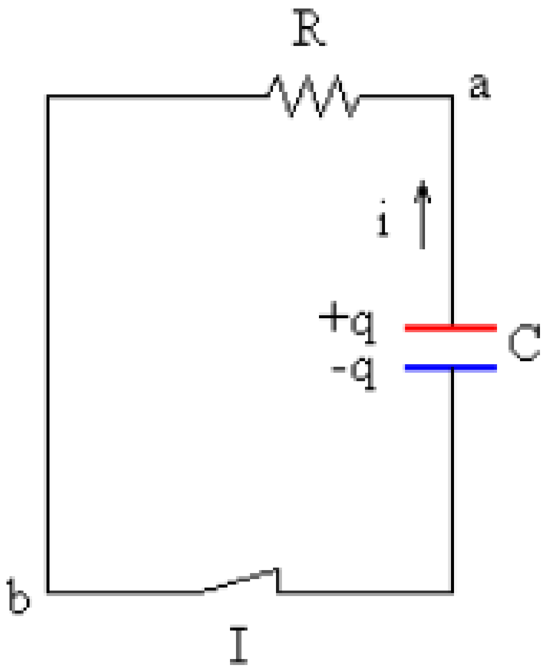
Al cabo de un tiempo igual a RC, la corriente en el circuito ha disminuido a 1/e [≅ 0,368] de su valor inicial. En este momento la carga del capacitor ha alcanzado una fracción (1 – 1/e) [≅ 0,632] de su valor final. El producto RC es, en consecuencia, una medida de la velocidad de carga del capacitor y por ello se llama *constante de tiempo*. Cuando RC es pequeña, el capacitor se carga rápidamente; cuando es más grande, el proceso de carga toma más tiempo.





Descarga de un condensador

Consideremos ahora el circuito que consta de un condensador, inicialmente cargado con carga Q, y una resistencia R, y se cierra el interruptor I.



La ecuación del circuito será la siguiente.

$V_{ab}+V_{ba}=0$

- Como la corriente va de **a** hacia **b**, el potencial de a es más alto que el potencial de b. Por la ley de Ohm $V_{ab}=iR$.
- En el condensador la placa positiva **a** tiene más potencial que la negativa **b**, de modo que $V_{ba}=-q/C$.

La ecuación del circuito es

$iR\text{-}q/C=0$

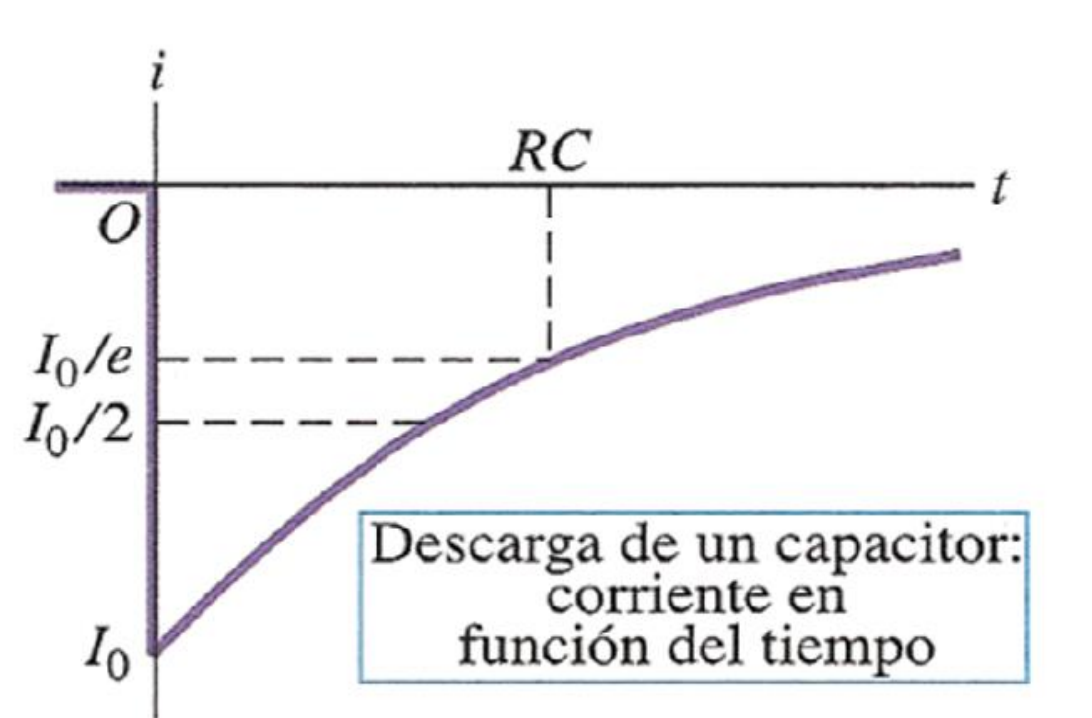
Como la carga disminuye con el tiempo $i=-dq/dt$. La ecuación a integrar es

$$-R\frac{dq}{dt}=\frac{q}{C}$$

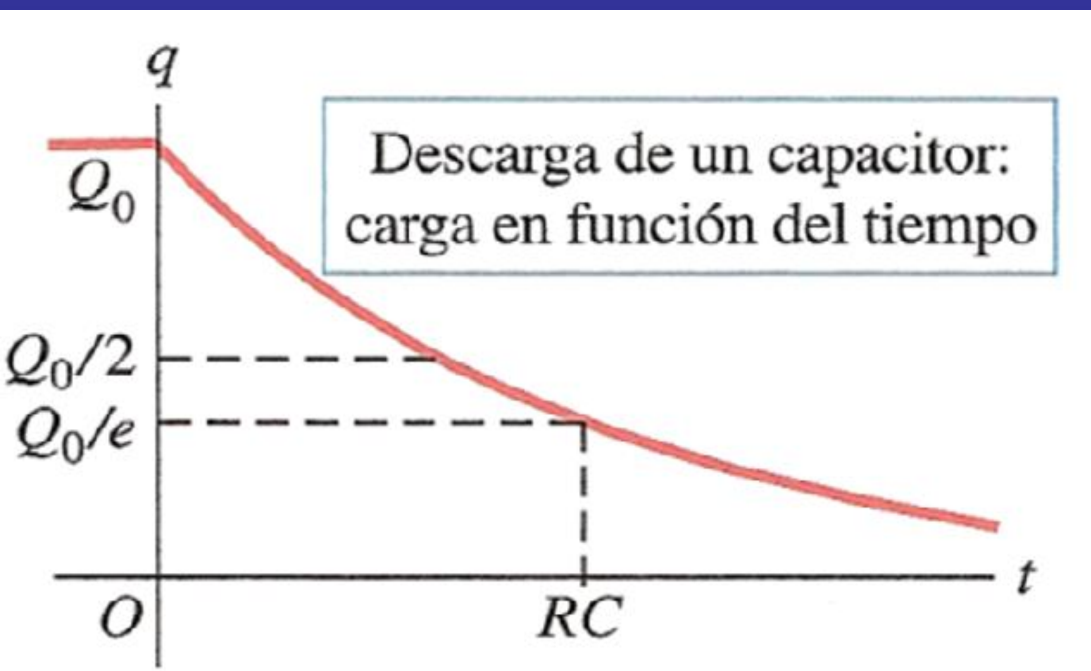
$$\int_Q^q \frac{dq}{q}=-\frac{1}{RC}\int_0^t dt \qquad q=Q\exp\left(\frac{-t}{RC}\right)$$

La carga del condensador disminuye exponencialmente con el tiempo. Derivando con respecto del tiempo, obtenemos la intensidad, en el sentido indicado en la figura.

$$i=-\frac{dq}{dt}=\frac{Q}{RC}\exp\left(\frac{-t}{RC}\right)$$

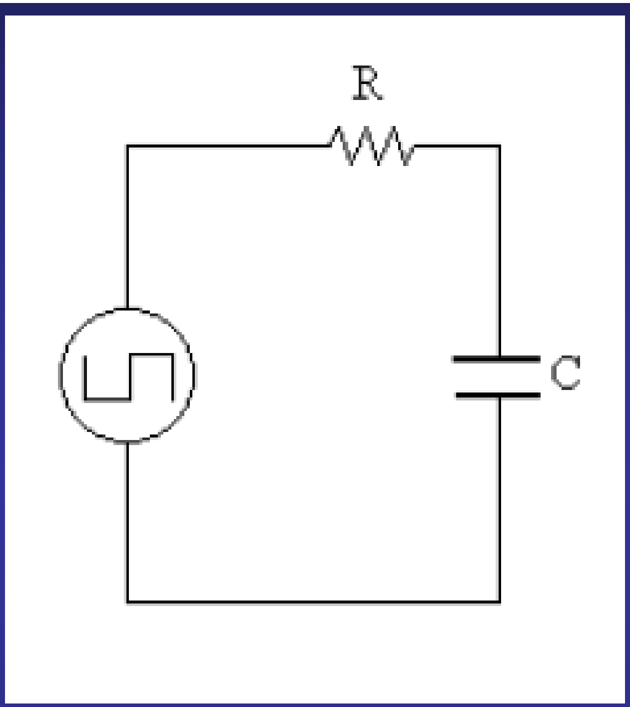


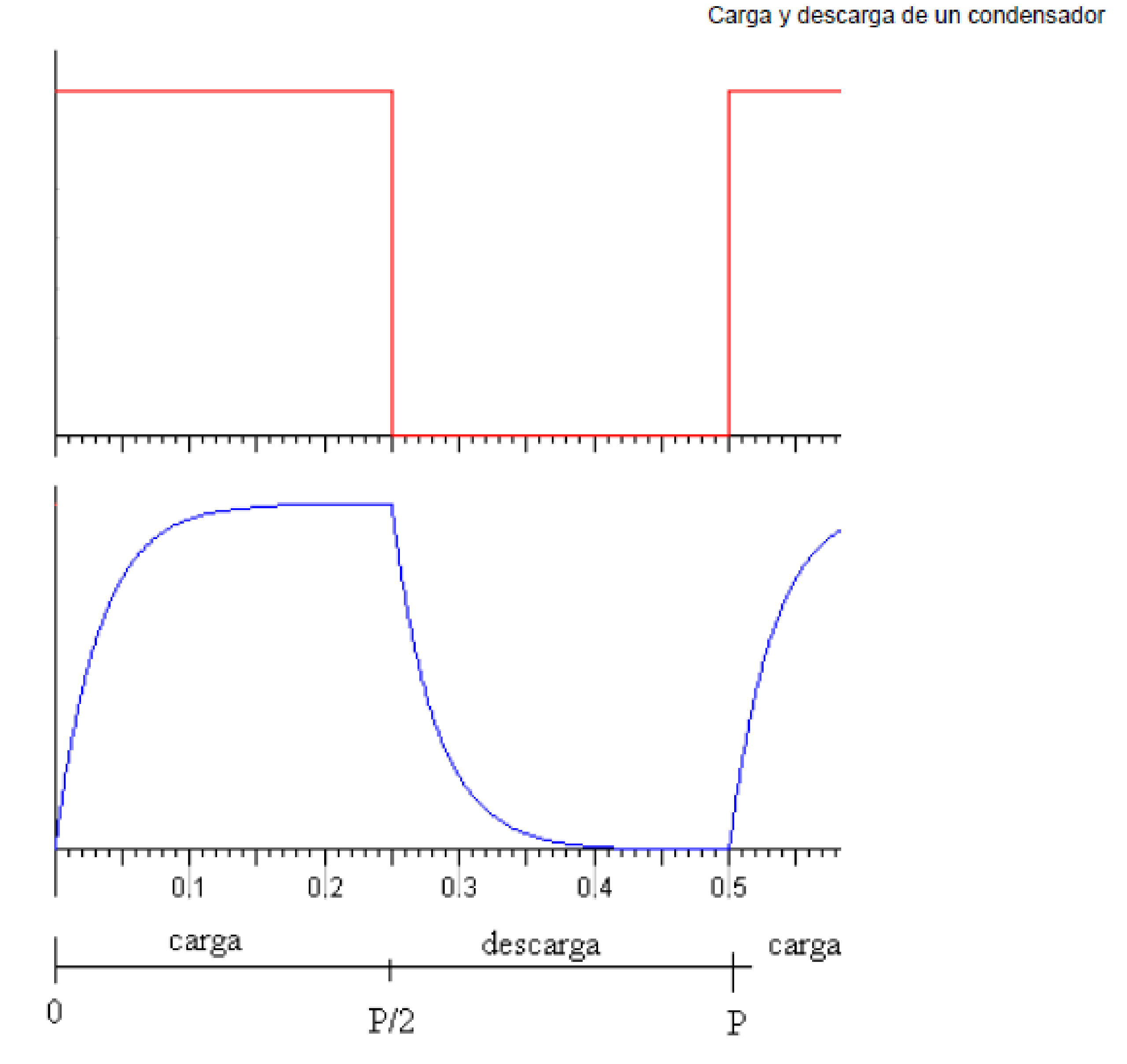
i
RC
t
O
I_0/e
$I_0/2$
I_0
Descarga de un capacitor:
corriente en
función del tiempo



q
Descarga de un capacitor:
carga en función del tiempo
Q_0
$Q_0/2$
Q_0/e
t
O
RC

Cuando el circuito RC se conecta a un generador de señales cuadradas, podemos observar en un osciloscopio el proceso de carga y descarga.





Como se ve en la figura, durante el primer semiperiodo de la señal la fem tiene un valor constante e igual a V_0. El condensador se carga durante un tiempo $P/2$.

La carga q_1 final del condensador en el instante $t=P/2$ se calcula a partir de la fórmula

$$q_1 = CV_0\left(1 - \exp\left(\frac{-t}{RC}\right)\right)$$

En el instante $t=P/2$ la fem se hace cero, el condensador se descarga. La carga del condensador q_2 en el instante $t=P$ se calcula a partir de la fórmula,

$$q_2 = q_1 \exp\left(\frac{-t + P/2}{RC}\right)$$

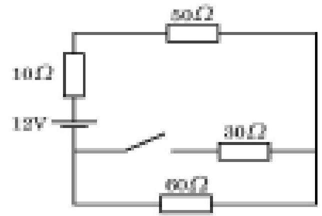
En el siguiente proceso de carga, la integración no es entre los límites 0 y q, sino entre la carga remanente q_2 y q.

$$\int_{q_2}^{q} \frac{dq}{CV_0 - q} = \frac{1}{RC}\int_{P}^{t} dt$$

$$q_3 = CV_0 + \left(q_2 - CV_0\right)\exp\left(\frac{-t+P}{RC}\right)$$

Calculamos la carga final q_3 en el instante $t=P+P/2$. Y así, sucesivamente.

5. En el circuito de la figura, halle:



a) la potencia entregada por la batería con la llave L abierta

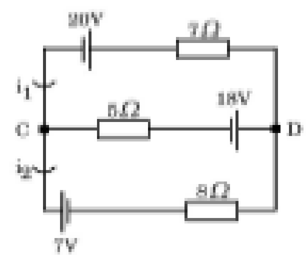
b) la caída de tensión en la resistencia de 30Ω en estas condiciones.

c) Repetir a) y b) con la llave cerrada.

d) Halle el consumo del circuito en Wh luego de 4 horas de funcionamiento con la llave L cerrada

Resp.: a) 1,2W, b) 0V, c) 1,8W, d)7,2 Wh

6. Calcule para el circuito de la figura:



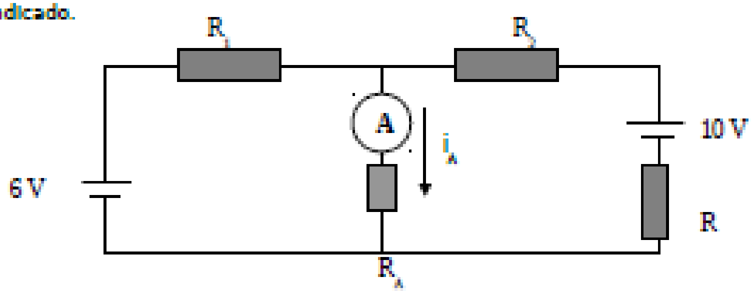
a) las corrientes I_1 e I_2

b) la diferencia de potencial entre C y D

c) la potencia disipada por la resistencia de 5 Ω

Resp.: a) I1 = -1,15 A, I2 = -2,37 A , b) 11,9 V, c) 7,37W

7. Para medir la resistencia interna R de una pila de 10 V se dispone de un amperímetro con una resistencia interna R_A=1Ω, otra pila de 6V y dos resistencias R_1=3Ω y R_2=2,5Ω. Se arma el circuito de la figura y se mide en el amperímetro una corriente I_A de 3A que circula en el sentido indicado.



a) Calcule el valor de R.

b) ¿Qué elemento del circuito disipa mayor potencia? Justifique.

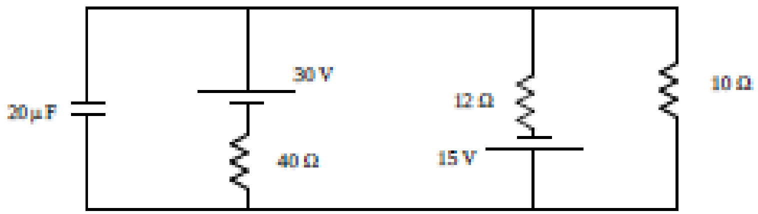
Resp.: a) 1Ω, b) R_2

Pueden continuar con la parte A de circuitos con resistencias

C. Circuitos RC

C. a) capacitores cargados

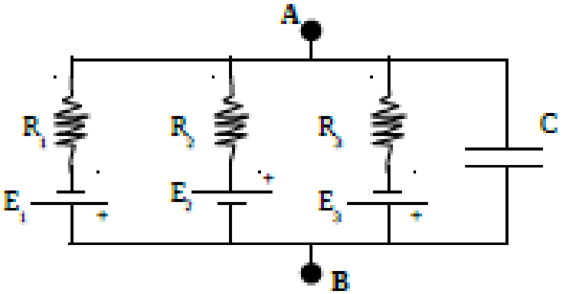
10. En el siguiente circuito suponga que pasó suficiente tiempo como para no tomar en cuenta el transitorio en el cual el capacitor se carga.



a) Calcule la corriente que circula por cada rama.

b) Calcule la carga almacenada en el capacitor, señalando la polarización del mismo.

11. Considere el siguiente circuito que se encuentra funcionando hace suficiente tiempo para que el capacitor esté totalmente cargado. __Datos:__ E_1 = 80 mV; E_2 = 50 mV; E_3 = 50 mV; R_1 = 1 MΩ; R_2 = 10 MΩ; R_3 = 2 MΩ; C = 50 pF. El positivo de las pilas está indicado en el circuito.



a) Encuentre el valor de las corrientes que circulan por R_1, R_2 y R_3.

b) Calcule el potencial (V_A-V_B) y la carga del capacitor.

c) Se produce ahora un cambio en la resistencia R_3, y en consecuencia se mide que V_A-V_B = + 40 mV. Calcule el valor que tomó R_3.

__Nota:__ Este un circuito es un circuito equivalente de membrana, representa a una neurona. El punto A corresponde al interior celular y el punto B al exterior. Las ramas 1, 2 y 3 representan el movimiento de iones potasio, sodio y cloro a través de la membrana.

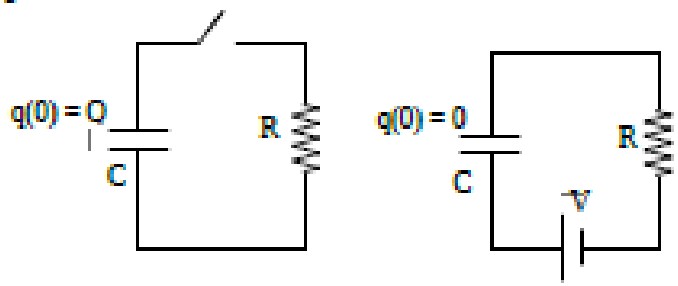
__Resp:__ a) $|i_1| = 17{,}5\,\mathrm{nA}$; $|i_2| = 11{,}25\,\mathrm{nA}$; $|i_3| = 6{,}25\,\mathrm{nA}$; b) -62,5 mV ; 3,13 pC; c) 60606 Ω

Y pueden resolver la parte C a) de circuitos RC con capacitores cargados

RECUERDEN QUE UNA VEZ CARGADOS LOS CAPACITORES SE COMPORTAN COMO UNA LLAVE ABIERTA y por allí NO CIRCULA CORRIENTE y que los elementos de un circuito pueden estar ubicados en cables con geometrías mas complicadas

C. b) Carga y descarga de capacitores

12. Escriba la ecuación diferencial para la carga q(t) en los capacitores de los circuitos que se esquematizan a continuación. Encuentre las soluciones usando las condiciones iniciales enunciadas en las figuras.



13. Se conecta un condensador de 20 μF a un generador de 200 V a través de una resistencia de 0,5 Mohm.

a) Halle la carga del condensador al cabo de 0 seg, 5 seg, 10 seg, 20 seg, 40 seg y 100 seg, después de haberlo conectado.

b) Hallar la intensidad de la corriente de carga en esos mismos instantes.

c) ¿Qué tiempo sería necesario para que el condensador adquiriese su carga final si la intensidad de la corriente de carga fuese en todo momento igual a la inicial?

d) ¿Qué tiempo será necesario para que la carga del condensador aumente de 2 a 4 mC?

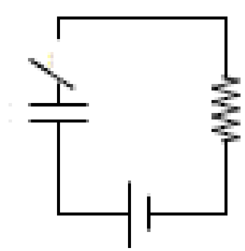
e) Haga los gráficos de la carga y de la intensidad de corriente en función del tiempo utilizando los datos correspondientes a los apartados a) y b).

14. El siguiente circuito está constituido por una resistencia de 2 kΩ, un capacitor de 100 μC unidos a una batería de 30V y un interruptor S. Calcule

a) la constante de tiempo τ=RC

b) La caída de tensión para Rc, 3RC y 5RC

c) Calcule la tensión en C en función del tiempo y grafíquelo.

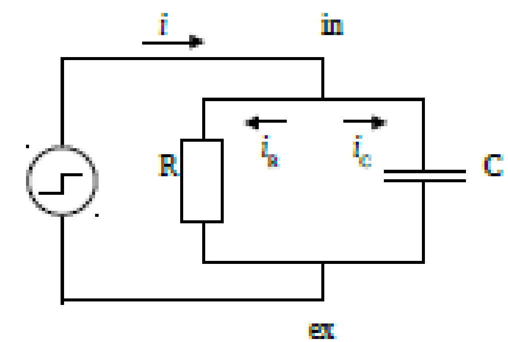


Y pueden resolver la ultima parte de la guía: parte C b) de carga y descarga de capacitores

15. El circuito de la figura reproduce el comportamiento eléctrico de la membrana celular. El capacitor (membrana lipídica), se encuentra en paralelo con una resistencia (canales iónicos). El dispositivo de la izquierda es una fuente de corriente y permite fijar la corriente total que circula entre el interior (in) y el exterior (ex) de la célula.

Si en $t = t_0$ se aplica una corriente I=1.5 mA constante, puede deducirse, aplicando las leyes de Kirchhoff la siguiente ecuación diferencial para el potencial de membrana:

$$\frac{q}{C} + R\frac{dq}{dt} - iR = 0$$



a) Muestre que si $V_c(t_0)=V_0$ entonces el potencial de membrana cambia en el tiempo según:

$$V_C(t) = iR - (iR - q_0/C)\, e^{\frac{t-t_0}{\tau}} \qquad (t > t_0)$$

donde $\tau = RC$ es la constante de tiempo de la membrana.

b) Calcule q(t)

c) ¿Cómo se relacionan i_R e i_C? Encuentre como dependen i_R e i_C con el tiempo.

d) Grafique $V_c(t)$, $i_R(t)$ e $i_C(t)$ para $t_0 = 0$, $V_0 = 0$.

Trabajen en los ejercicios

- Si tienen dificultades
- Los ayudantes van a ayudarlos con la resolución si no les sale