Clase práctica: Introducción a los capacitores

11/09/20

En esta clase introdujimos el concepto de capacitor. Este es un dispositivo que almacena carga (y por lo tanto energía) y que sirve para modelar muchos fenómenos naturales (como verán en los últimos ejercicios de la guía) pero también como elemento para la construcción de circuitos eléctricos (como veremos en la guía siguiente).

Empezamos por repasar un poco el modelo más sencillo de capacitor, que llamamos usualmente 'de placas paralelas'. El mismo esta compuesto por dos placas rectangulares de igual área S y separadas una distancia d que es mucho más pequeña que cualquiera de las dimensiones de las placas. Por esto último, podemos modelar a este capacitor como compuesto por dos placas infinitas.

El campo para dos planos de carga opuesta (σ y $-\sigma$) ya lo calculamos en el ejercicio 8 (que se subió como adicional. Si no lo vieron vayan a mirarlo!). Por lo que acá vamos a saltarnos la parte de calcular el campo y vamos a citar el resultado previo: el campo se anula en todo el espacio, salvo entre las dos placas, donde tiene un valor constante dado por

$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\epsilon_o}\hat{z}, \tag{1}$$

donde recordamos que σ es la densidad de carga superficial y el versor $\hat{z}$ es perpendicular a los planos. En el mismo ejercicio también calculamos la diferencia de potencial entre las placas, que toma el valor

$$\Delta V = \frac{\sigma d}{\epsilon_o}. \tag{2}$$

De esta última, podemos ver que la existencia de estas densidades de carga genera una diferencia de potencial, pero lo mismo sucede al revés. Si tenemos dos placas conductoras que se encuentran inicialmente descargadas y le aplicamos a las mismas una diferencia de potencial (utilizando una pila, por ejemplo) vamos a generar que estas se carguen con signos opuestos. Si notamos que la densidad de carga σ de las placas se puede escribir como su carga total dividida por el área en la que se distribuye ($\sigma = Q/S$) podemos reescribir la ecuación 2 como

$$\Delta V = \frac{Qd}{S\epsilon_o} \tag{3}$$

o lo que es lo mismo

$$Q = \frac{S\epsilon_o}{d}\Delta V. \tag{4}$$

Vemos que la carga es proporcional a la diferencia de tensión (mal llamada voltaje) entre las placas. La constante de proporcionalidad solo depende de factores geométricos (S y d) y de la constante dieléctrica del medio (en este caso, como estamos en vacío, aparece ϵ_o, pero en general aparecerá la constante ϵ que corresponda al medio que se encuentre entre los planos cargados). Este factor de proporcionalidad entre la carga y la diferencia de potencial es lo que llamamos capacidad, y que escribimos normalmente utilizando la letra C, para obtener la relación principal que define a un capacitor

$$Q = CV \tag{5}$$

donde ahora llamamos V a la diferencia de potencial en lugar de ΔV (porque así es como van a encontrar escrita la ecuación en los libros).

Ahora podemos resolver el ejercicio 12, que no es más que aplicar las expresiones que acabamos de calcular. El mismo nos dice que tenemos un capacitor compuesto por dos placas de área $S = 2\ m^2$ separadas entre si una distancia $d = 1$ mm al que le aplicamos una diferencia de potencial de 10 kV. Vemos que en este caso las dimensiones de las placas son mucho mayores a su separación (por ejemplo, si pensamos que las placas son de 2 m por 1 m, cada dimension es 1000 veces mayor a la separación). Es por esto que aplica el modelo que desarrollamos para el capacitor de placas infinitas.

Para el inciso (a) nos piden calcular la capacidad del sistema. La misma la obtenemos a partir de la ecuación 4 y vale $C = S\epsilon_o/d$. Si metemos los datos del problema (geometría de las placas) obtenemos que para esta configuración

$$C = 17{,}7 \cdot 10^{-9}\ \frac{C^2}{Nm} = 17{,}7\ nF \tag{6}$$

donde definimos una nueva unidad que es el Faradio, representado por el simbolo F y que se puede expresar a partir de las unidades conocidas como $\frac{C^2}{Nm}$. Aquí ya vemos que para este caso la capacidad es muy pequeña ($10^{-9}\ F$). Este es siempre el caso para los capacitores reales. Es por esto que lo más usual es encontrar los valores de capacidad escrito utilizando los prefijos μ (micro, 10^{-6}), n (nano, 10^{-9}) o incluso p (pico, 10^{-12}).

Conocida la capacidad, podemos calcular la carga de cada placa (como nos pide en inciso (b)) a partir de utilizar la ecuación 4 o 5. Para este caso, la carga de cada placa (sin signo) será de $Q = 17{,}7\ nF \cdot 10\ kV = 177\ \mu C$. El inciso (c) lo vamos a calcular utilizando la ecuación 1, y queda como tarea para ustedes.

Lo último que nos pide el problema es pensar que ocurre si cambia el medio. Para ver esto lo único que tendremos que hacer es cambiar los ϵ_o en las expresiones que conseguimos hasta ahora por el valor de ϵ que corresponda. En este caso nos dicen que $\epsilon = 3{,}5\epsilon_o$. ¿Cómo cambian los valores calculados? Bueno, de la ecuación 4 vemos que la capacidad depende linealmente de la constante dieléctrica. Esto significa que si la aumentamos 3.5 veces, la capacidad también va a aumentar en el mismo factor. La carga es proporcional a la capacidad, por lo que la misma sufre el mismo destino (aumenta 3.5 veces). El caso del campo es diferente: como la diferencia de potencial es constante (y la distancia entre las placas también) el campo seguirá siendo el mismo, puesto que su integral de una placa a la otra deberá dar el mismo potencial que antes!