

# LEY DE GAUSS → formulación equivalente a la ley de Coulomb

en el sentido que contiene la misma información.

¿QUÉ DICE? El FLUJO de campo Eléctrico a través de una superficie cerrada es proporcional a la carga encerrada en esa superficie.

Esto se escribe

$$\Phi_E = \oint_S \underline{E} \cdot d\underline{S} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

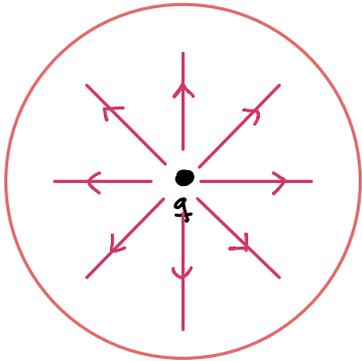
EL FLUJO es ver "qué cantidad" de  $\underline{E}$  atraviesa una cierta superficie

↳ es esencialmente ver cuántas líneas del campo cruzan la superficie en total

Como las líneas de campo (y la densidad de líneas) son una forma de cuantificar la intensidad del campo

⇒ la ley de Gauss relaciona la intensidad del campo eléctrico en una sup. con la carga encerrada.

## • CARGA PUNTUAL



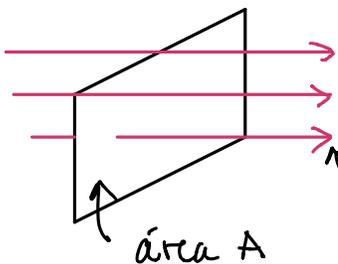
$$\underline{E}(r) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

el campo apunta en  $\hat{r}$  y solo depende de la distancia radial

pl un  $r = \text{fijo}$  el campo es cte.

↓ el campo es el mismo para cualquier orientación; tiene simetría **ESFÉRICA**

\* Miramos el flujo del campo a través de una esfera de radio  $R$  centrada en la posición de la carga puntual



El flujo en este ejemplo es  $E_0 A$  porque

- El campo es  $\perp$  a la superficie  $\rightarrow \parallel \hat{n}$
- El campo es constante en la superficie

→ el flujo es contar las líneas de campo que cruzan la superficie  
↳ si duplico el área (y  $\underline{E}$  es uniforme) se duplica el flujo.

~> El caso de la carga puntual es lo mismo pero sobre una esfera porque

- $\hat{n} = \hat{r} \parallel \underline{E}$

- $E(r=R) = cte = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} = 4\pi R^2$

$$\Rightarrow \oint_{\underline{S}} \underline{E} \cdot d\underline{S} = E(r=R) \times \text{superficie de la esfera}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} \cancel{4\pi R^2}$$

$$= \frac{q}{\epsilon_0} \quad \leftarrow \text{esto es la ley de Gauss!}$$

⇒ la ley de Gauss es muy útil - entre otras cosas - para calcular el campo eléctrico para configuraciones de carga con mucha simetría.

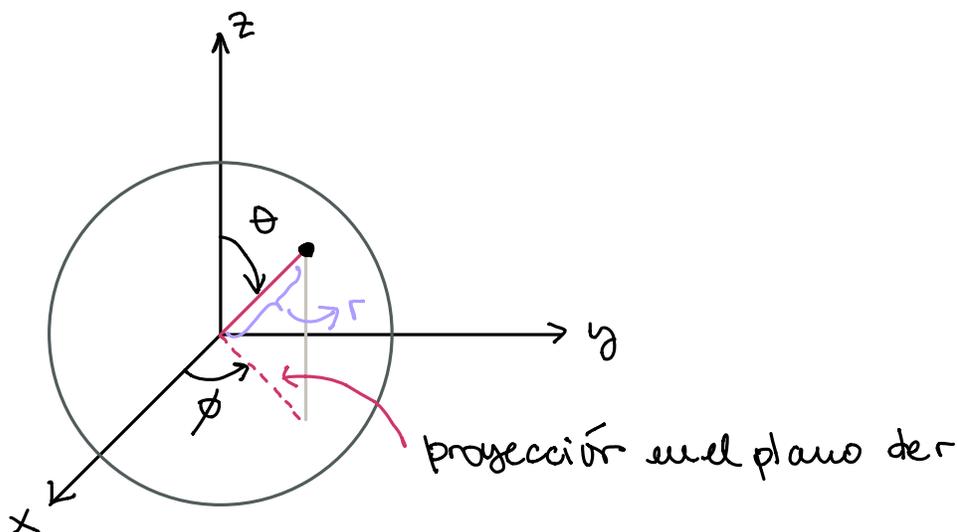
\* Repaso de coordenadas esféricas y cilíndricas

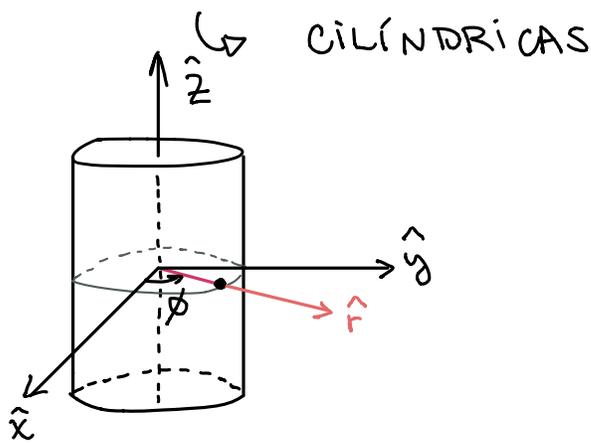
en 3D → necesito 3 coordenadas independientes para determinar la posición de un punto en el espacio

↳ CARTESIANAS  $x, y, z$

↳ ESFÉRICAS  $r, \theta, \phi$  ← ángulo en el plano x-y

↑ distancia al origen      ↑ inclinación Norte-sur





$r, \phi, z$

ángulo polar

distancia al eje  $\hat{z}$

misma  $z$  que en cartesianas

PROBLEMA 7 } líneas de campo y campo eléctrico en todo el espacio

(b) La configuración de carga es una superficie esférica de radio  $R$  con densidad superficial uniforme  $\sigma$

Recordar  $[\sigma] = \frac{C}{m^2}$  carga por unidad de área

• si miro la configuración de lejos, no soy capaz de distinguir que se trata de una esfera

$\Rightarrow$  lo veo como una carga puntual; ya meemos a ver de qué valor.

¿QUÉ SIMETRÍAS TIENE ESTA CONFIGURACIÓN?

• para cualquier ángulo  $\theta$  y  $\phi$  desde donde miro la esfera, si estoy a radio fijo, veo siempre lo mismo.

$\Rightarrow$  el campo no depende de  $\phi$  ni  $\theta$ , y no apunta ni en  $\hat{\theta}$  ni en  $\hat{\phi}$   $\Rightarrow \underline{E}(r) = E(r) \hat{r}$

en este problema, tenemos 2 regiones

• adentro de la esfera  $\rightarrow r < R$

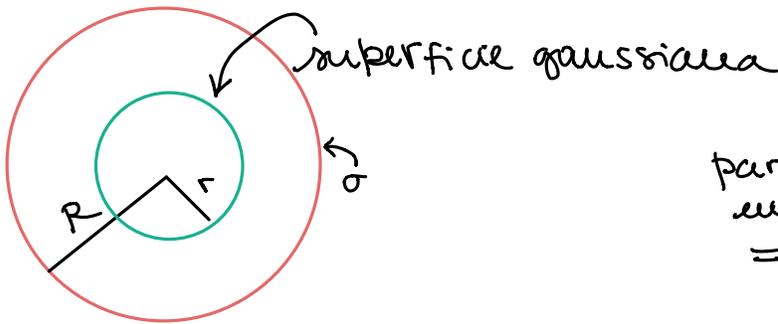
• afuera de la esfera  $\rightarrow r > R$

Por simetría, el campo solo depende de  $r$ .  $\Rightarrow$  es constante para radios = ctes.  $\Rightarrow$  es constante en la superficie de una esfera

NOTAR! Usamos una esfera como superficie gaussiana. Además,  $\hat{n} = \hat{r} \Rightarrow$  El campo eléctrico es  $\perp$  a la sup. de la esfera.

$$\oint_S \underline{E} \cdot d\underline{S} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

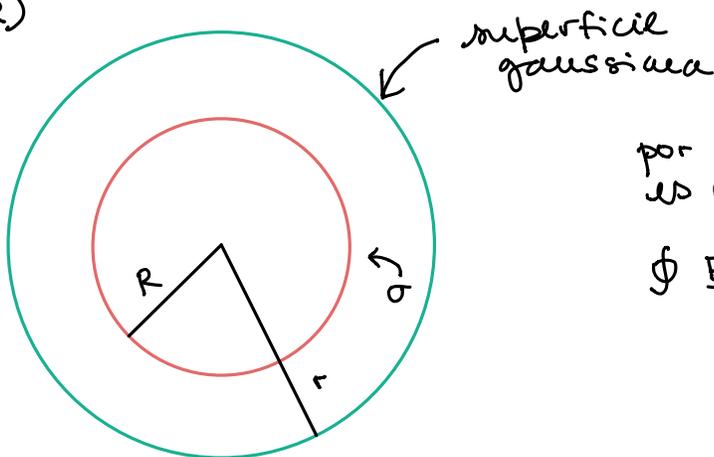
$r < R$ )



para  $r < R$ , no hay carga encerrada!  
 $\Rightarrow Q_{enc} = 0$

$$\oint \underline{E} \cdot d\underline{S} = E(r) 4\pi r^2 = 0 \Rightarrow E(r) = 0 \quad r < 0$$

$r > R$ )



por fuera, el término de flujo es igual que adentro

$$\oint \underline{E} \cdot d\underline{S} = E(r) 4\pi r^2$$

$\uparrow$  es para el radio de la sup de Gauss.

¿Cuánto vale la carga encerrada?

Tengo una densidad de carga  $\sigma$  sobre una esfera de radio  $R$ , distribuida uniformemente

$$\sigma = \frac{\text{Carga}}{\text{superficie}}$$

$$\text{superficie} = 4\pi R^2 \Rightarrow Q_{enc} = \sigma 4\pi R^2$$

( en general, ni  $\sigma$  ni fuerza uniforme debería integrar

$$Q = \oint_S \sigma(\xi) dS \quad \text{como } \sigma = cR \text{ vale de la integral )}$$

$\Rightarrow$  Gauss p/ afuera queda

$$E(r) \cancel{4\pi} r^2 = \frac{1}{\epsilon_0} \sigma \cancel{4\pi} R^2$$

$$\Rightarrow E(r) = \frac{\sigma R^2}{\epsilon_0 r^2} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{R}{r}\right)^2$$

finalmente, en todo el espacio

$$E(r) = \begin{cases} 0 & r < R \\ \frac{\sigma}{\epsilon_0} \left(\frac{R}{r}\right)^2 & r > R \end{cases}$$

