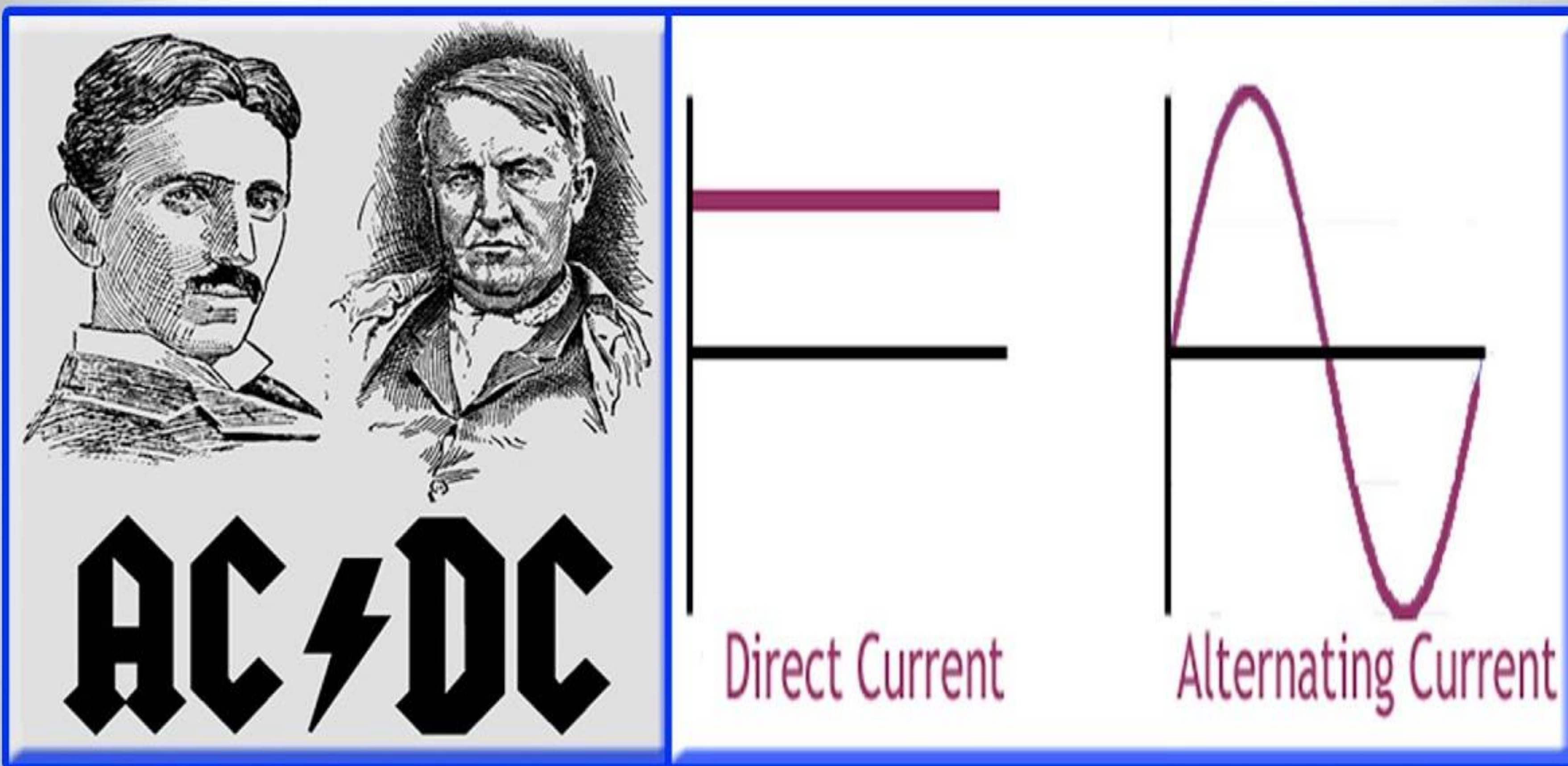
departamento de física
universidad de buenos aires - exactas
Juan José Giambiagi

Clase 12
Corriente Alterna

Cátedra: Diego Arbó

DC Current vs AC Current



Difference between Alternating Current and Direct Current

Fuente de corriente alterna

v(t) es el potencial instantáneo que depende del tiempo:

$$\boxed{v = V\cos\omega t}$$

V es la amplitud del voltaje.

ω es la frecuencia angular: $\omega = 2\pi f$

$f = 50\ \mathrm{Hz}$ es la frecuencia de la red eléctrica

$$i = I\cos\omega t$$

amplitud de corriente

i(t): corriente instantánea

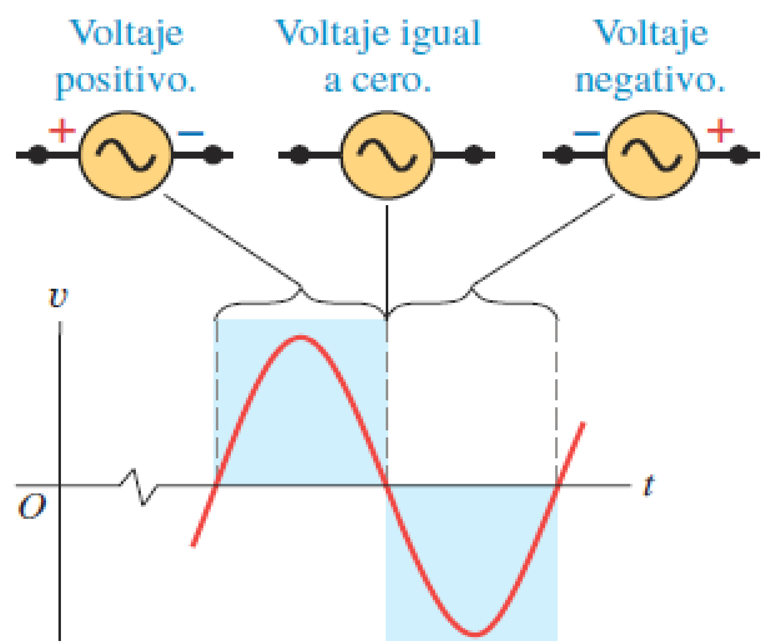
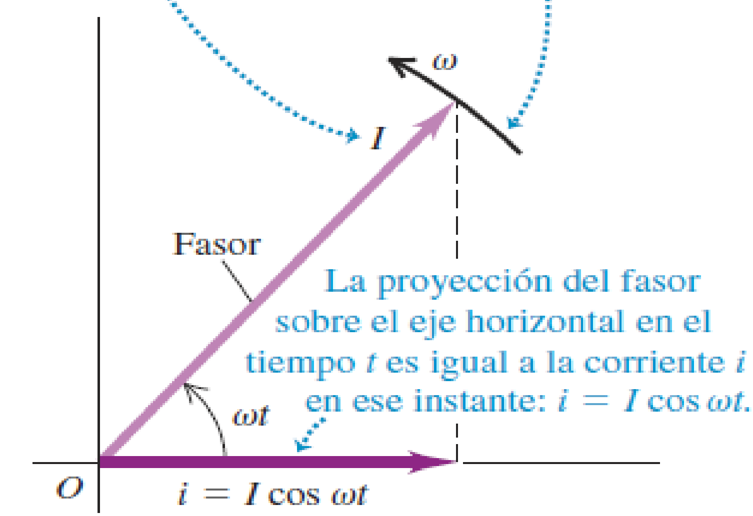


Diagrama de fasores



Valores cuadráticos medios (rms)

$$I_{\text{rsm}} = \sqrt{(i^2)_{\text{med}}}$$

$$i^2 = I^2\cos^2\omega t$$

$$i^2 = I^2\frac{1}{2}(1 + \cos 2\omega t) = \frac{1}{2}I^2 + \frac{1}{2}I^2\cos 2\omega t$$

$$I_{\text{rms}} = \frac{I}{\sqrt{2}} \quad \text{(valor cuadrático medio de una corriente sinusoidal)}$$

$$V_{\text{rms}} = \frac{V}{\sqrt{2}} \quad \text{(valor cuadrático medio de un voltaje sinusoidal)}$$

Voltaje de la red eléctrica:

$$V = \sqrt{2}V_{\text{rms}} = \sqrt{2}(220\,\text{V}) = 311\,\text{V}$$

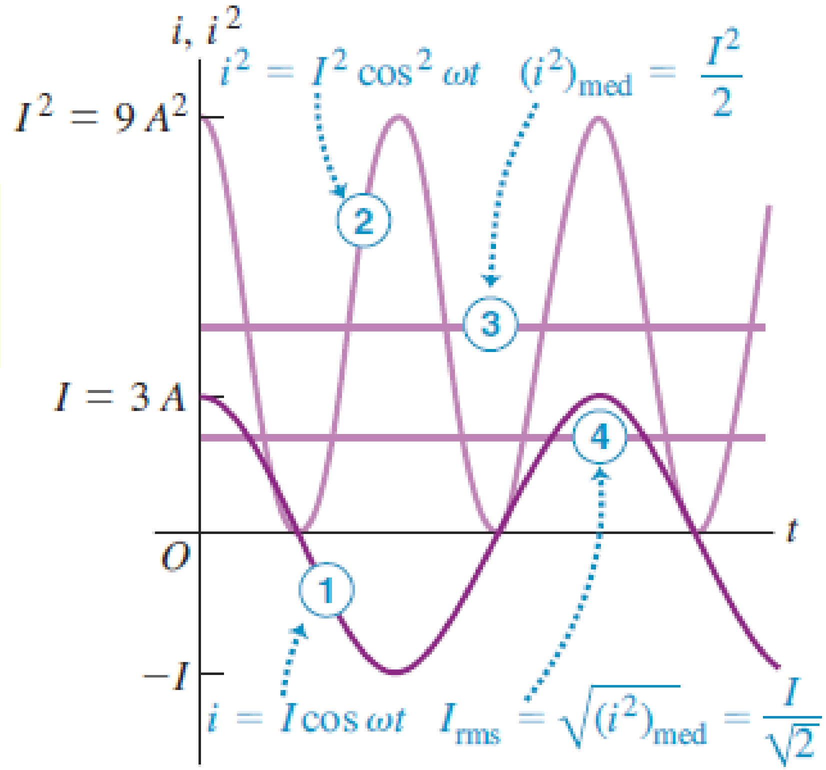
Significado del valor rms de una cantidad sinusoidal (aquí, una corriente alterna con $I = 3$ A):

1 Grafique la corriente i contra el tiempo.

2 *Eleve al cuadrado* la corriente instantánea i.

3 Obtenga el valor *promedio* (media) de i^2.

4 Obtenga la *raíz cuadrada* de ese promedio.

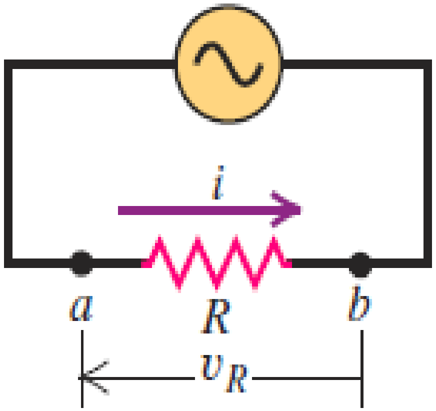


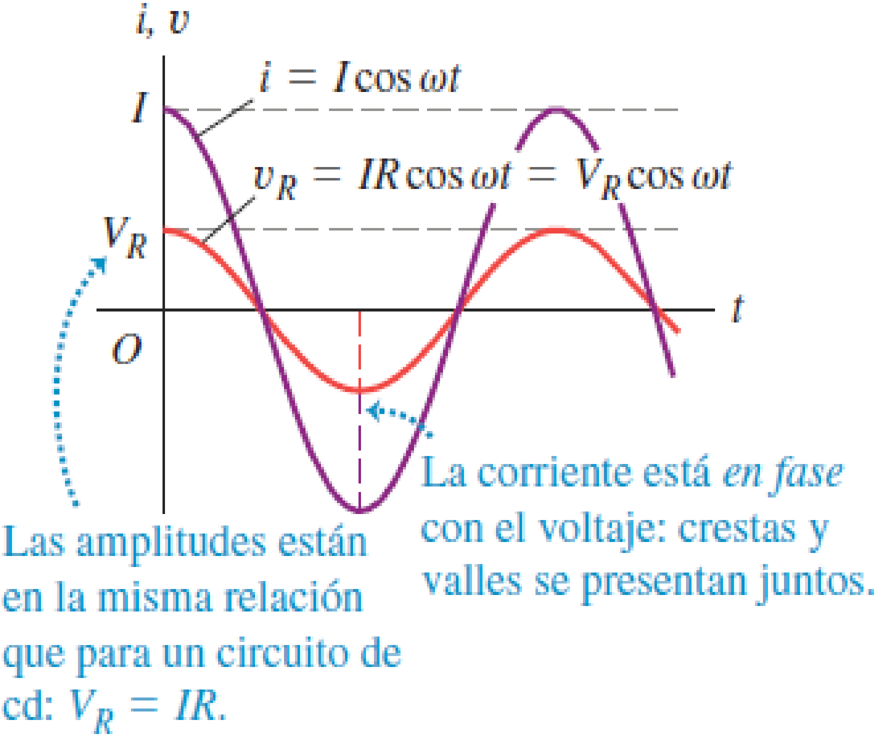
Resistores en un circuito de CA

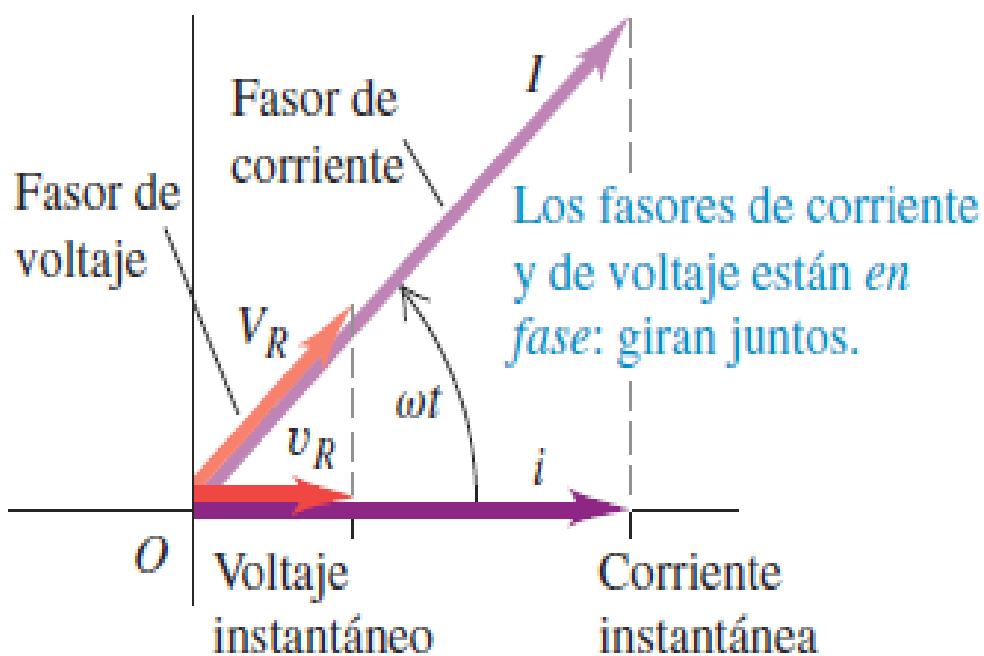
De la ley de Ohm: $v_R = iR = (IR)\cos\omega t$

$$v_R = V_R \cos\omega t$$

$V_R = IR$ (amplitud del voltaje entre los extremos de un resistor, circuito ca)







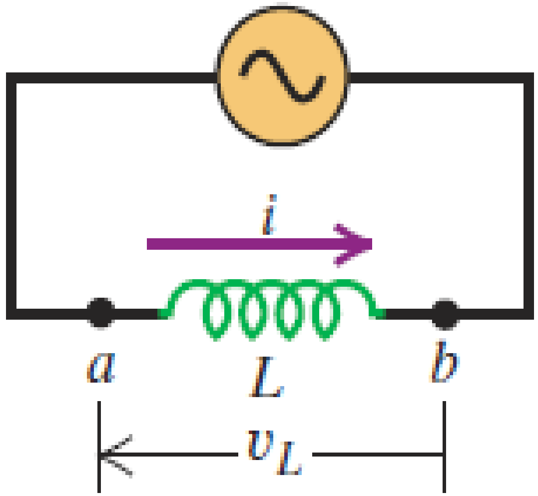
Inductor en un circuito de CA

$$\mathcal{E} = -L\,di/dt$$

$$v_L = +L\,di/dt$$

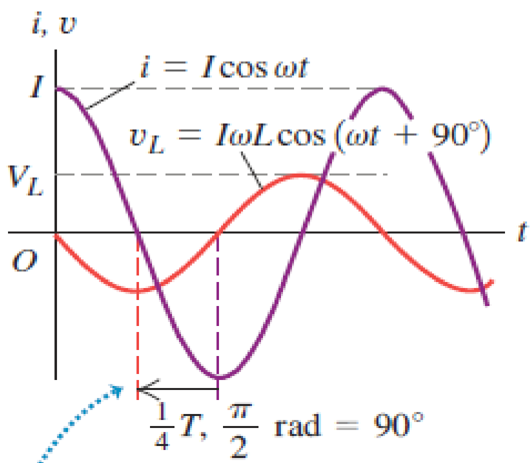
$$v_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{d}{dt}(I\cos\omega t) = -I\omega L\,\mathrm{sen}\,\omega t$$

$$v_L = I\omega L\cos(\omega t + 90°)$$



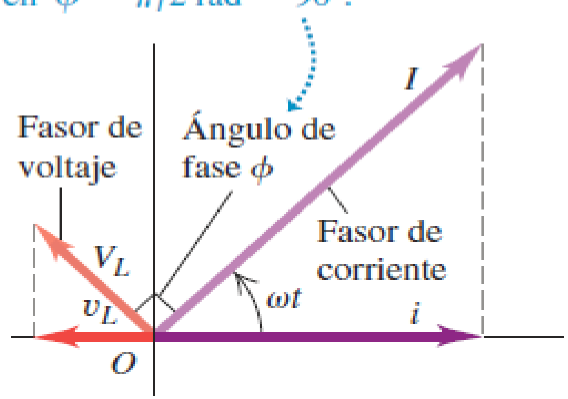
$$V_L = I\omega L \qquad X_L = \omega L \qquad \text{(reactancia inductiva)}$$

$V_L = IX_L$ (amplitud de voltaje entre los extremos de un inductor, circuito de ca)



La curva del voltaje *adelanta* a la de la corriente por un cuarto de ciclo (correspondiente a $\phi = \pi/2$ rad = 90°).

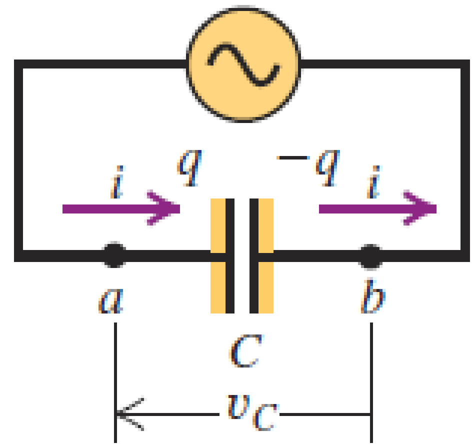
El fasor de voltaje *adelanta* al fasor de corriente en $\phi = \pi/2$ rad = 90°.



Capacitor en un circuito de CA

$$i = \frac{dq}{dt} = I\cos\omega t \xrightarrow{\text{integro}} q = \frac{I}{\omega}\operatorname{sen}\omega t$$

$$q = Cv_C \;\longrightarrow\; v_C = \frac{I}{\omega C}\operatorname{sen}\omega t$$

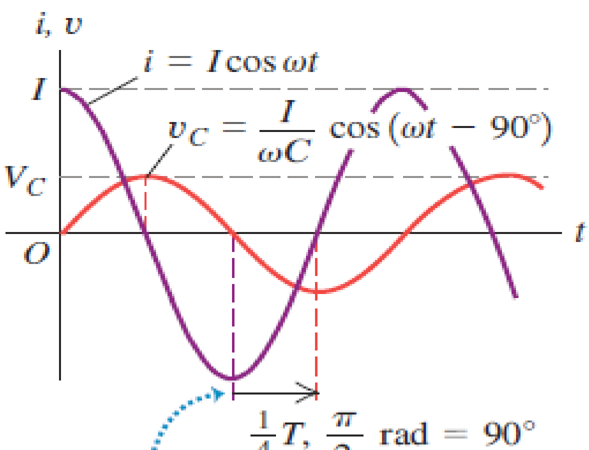


$$v_C = \frac{I}{\omega C}\cos(\omega t - 90°)$$

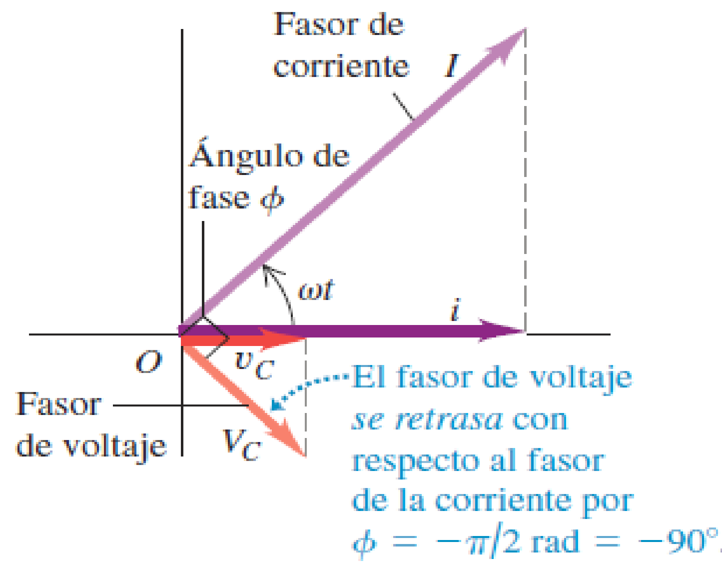
$$V_C = \frac{I}{\omega C}$$

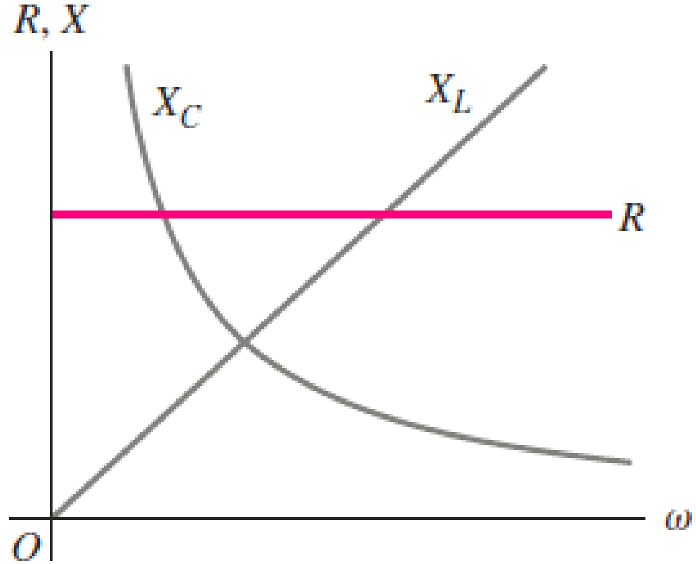
$V_C = IX_C$ (amplitud de voltaje a través de un inductor, circuito de ca)

$$X_C = \frac{1}{\omega C} \qquad \text{(reactancia inductiva)}$$



La curva del voltaje *se retrasa* con respecto a la curva de corriente por un cuarto de ciclo (correspondiente a $\phi = \pi/2$ rad = 90°).





ángulo de fase

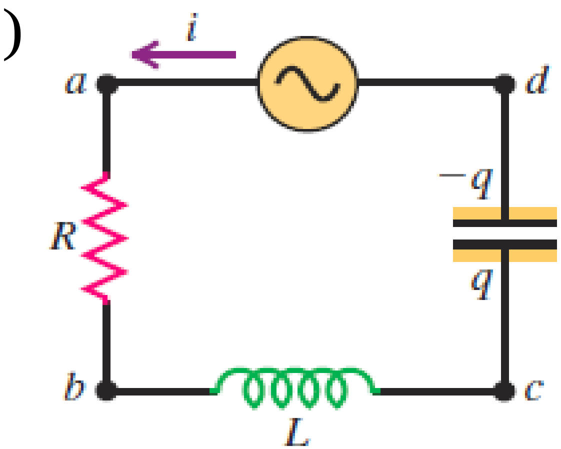
En general: $i = I\cos\omega t$ ⇨ $v = V\cos(\omega t + \phi)$

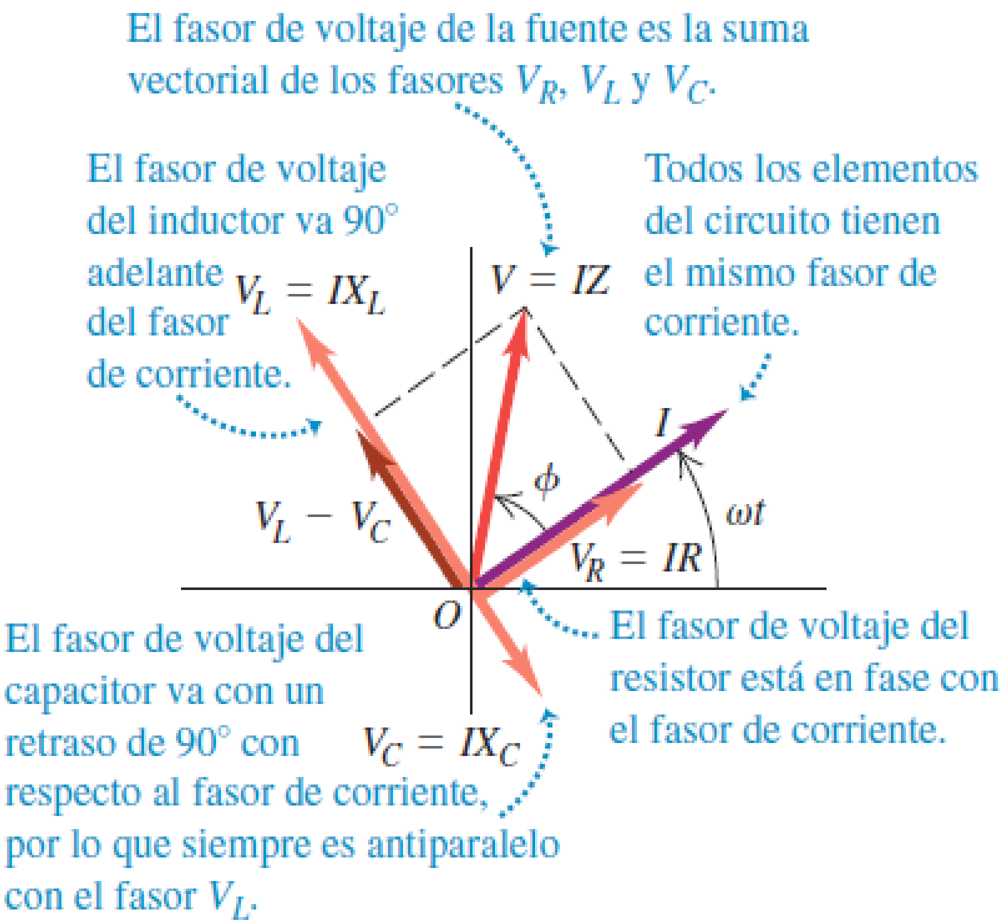
Elemento de circuito	Relación de amplitudes	Cantidad de circuito	Fase de v
Resistor	$V_R = IR$	R	En fase con i
Inductor	$V_L = IX_L$	$X_L = \omega L$	Se adelanta 90° a i
Capacitor	$V_C = IX_C$	$X_C = 1/\omega C$	Se retrasa 90° con respecto a i

El circuito *L-R-C* en serie

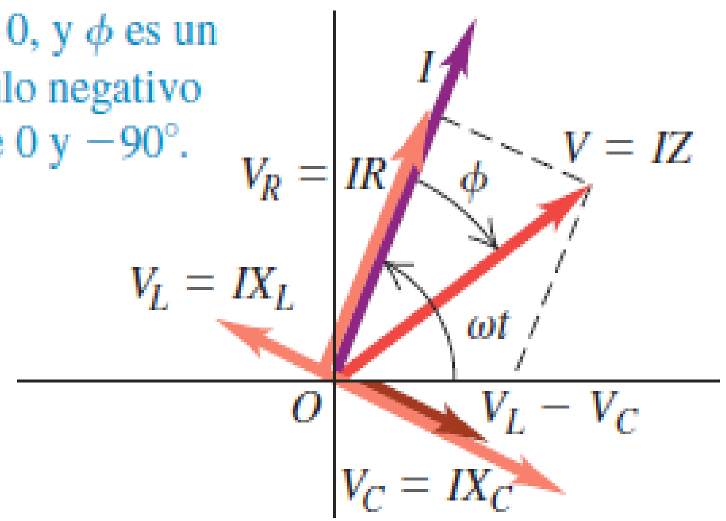
$$v = v_R + v_L + v_C$$

$$= V_R \cos(\omega t) + V_L \cos(\omega t + 90^o) + V_C \cos(\omega t - 90^o)$$





Si $X_L < X_C$, el fasor de voltaje de la fuente va con retraso con respecto al fasor de corriente, $X < 0$, y ϕ es un ángulo negativo entre 0 y $-90°$.



Si la corriente *es i = Icos(ωt)* → $v = V\cos(\omega t + \phi)$

$$V = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} = \sqrt{(IR)^2 + (IX_L - IX_C)^2}$$

$$V = I\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

$$V = IZ$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{R^2 + [\omega L - (1/\omega C)]^2}$$

(impedancia de un circuito *L-R-C* en serie)

$$\tan\phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{I(X_L - X_C)}{IR} = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$$\tan\phi = \frac{\omega L - 1/\omega C}{R}$$

(ángulo de fase de un circuito *L-R-C* en serie)

Cuando la fuente se conecta por primera vez, existen voltajes y corrientes adicionales que reciben el nombre de *oscilaciones transitorias*, cuya naturaleza depende del momento del ciclo en que el circuito se completa inicialmente.
Nosotros solo hemos descrito la condición de *estado estacionario* de un circuito, que es el que existe después de que el circuito ha estado conectado a la fuente durante mucho tiempo.

Potencia en circuitos de corriente alterna

$$p = vi = [V\cos(\omega t + \phi)][I\cos\omega t]$$

$$p = [V(\cos\omega t\cos\phi - \operatorname{sen}\omega t\operatorname{sen}\phi)][I\cos\omega t]$$
$$= VI\cos\phi\cos^2\omega t - VI\operatorname{sen}\phi\cos\omega t\operatorname{sen}\omega t$$

$$P_{\mathrm{med}} = \frac{1}{2}VI\cos\phi = V_{\mathrm{rms}}I_{\mathrm{rms}}\cos\phi$$ (potencia media en un circuito general de ca)

factor de potencia

Para un circuito AC con solo una resistencia: $\phi = 0$, $\cos\phi = 1$ y $P_{\mathrm{med}} = V_{\mathrm{rms}} I_{\mathrm{rms}}$

Para un circuito AC con solo un inductor o capacitor: $\phi = \pm 90°$, $\cos\phi = 0$ y $P_{\mathrm{med}} = 0$

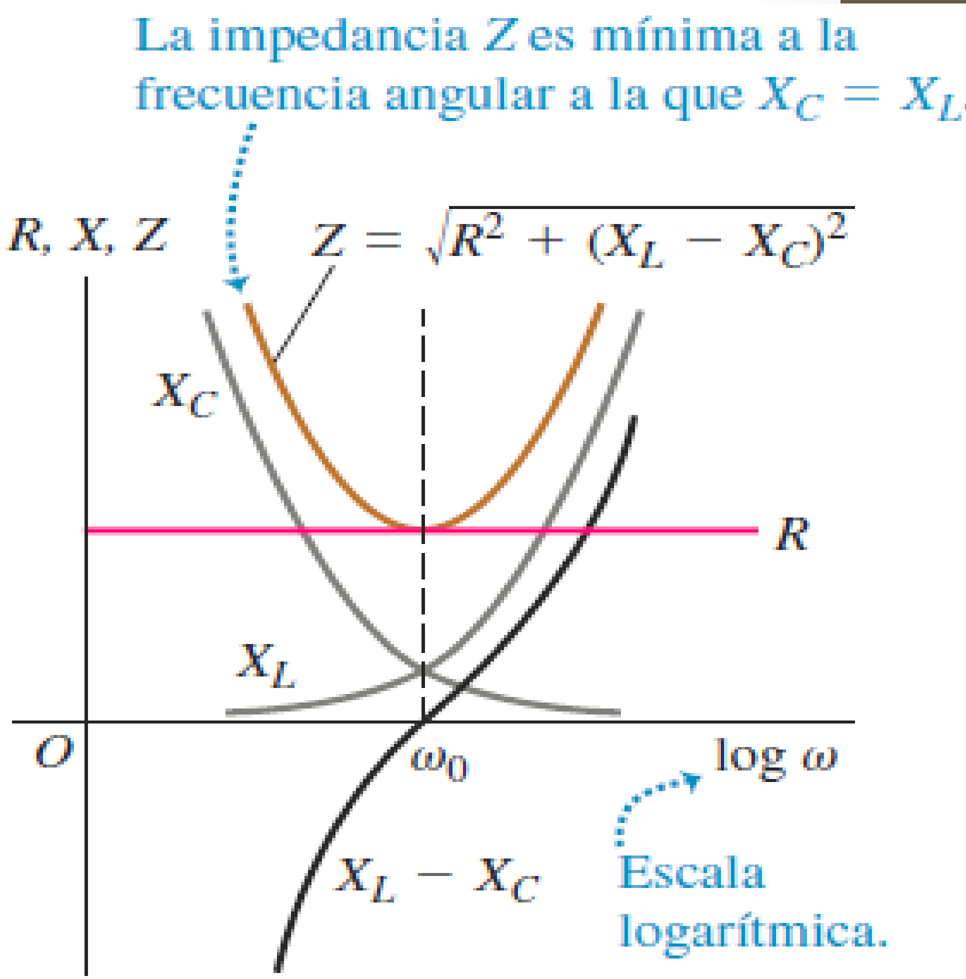
Para un circuito AC RLC, el factor de potencia es *R/Z* (demostración en la práctica)

Resonancia en los circuitos de corriente alterna

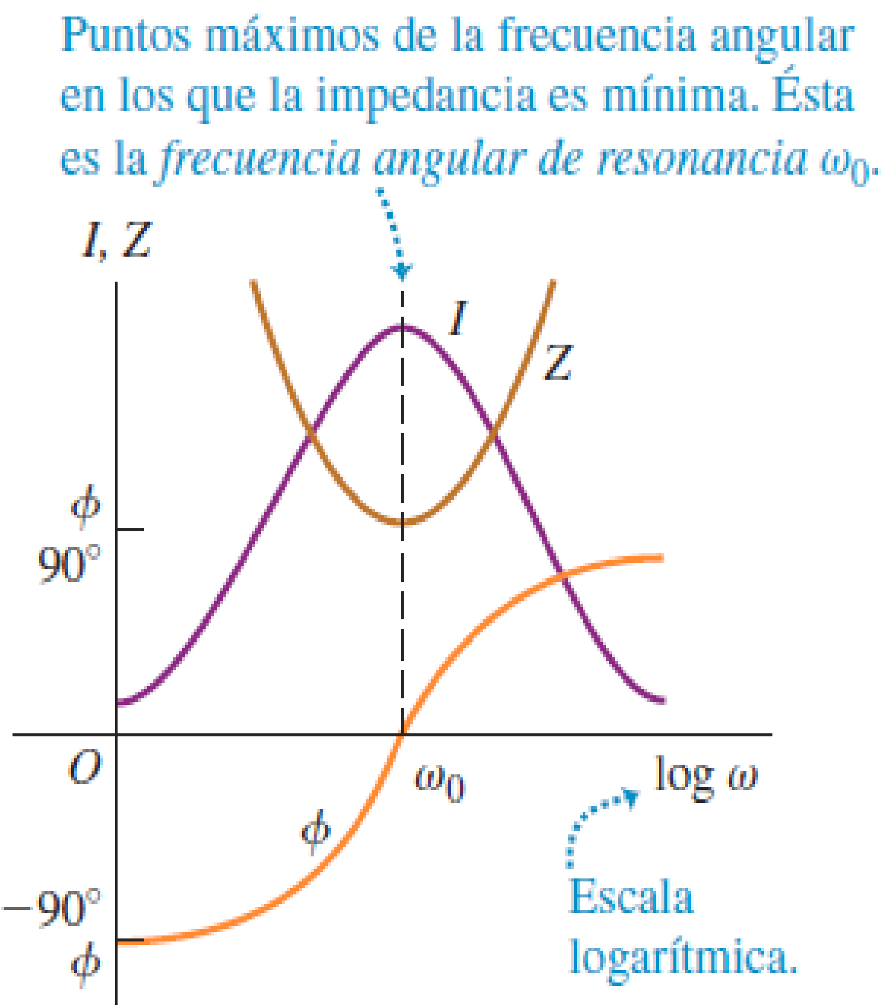
$$X_L = X_C \qquad \omega_0 L = \frac{1}{\omega_0 C} \qquad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$ (circuito L-R-C en serie, en resonancia)

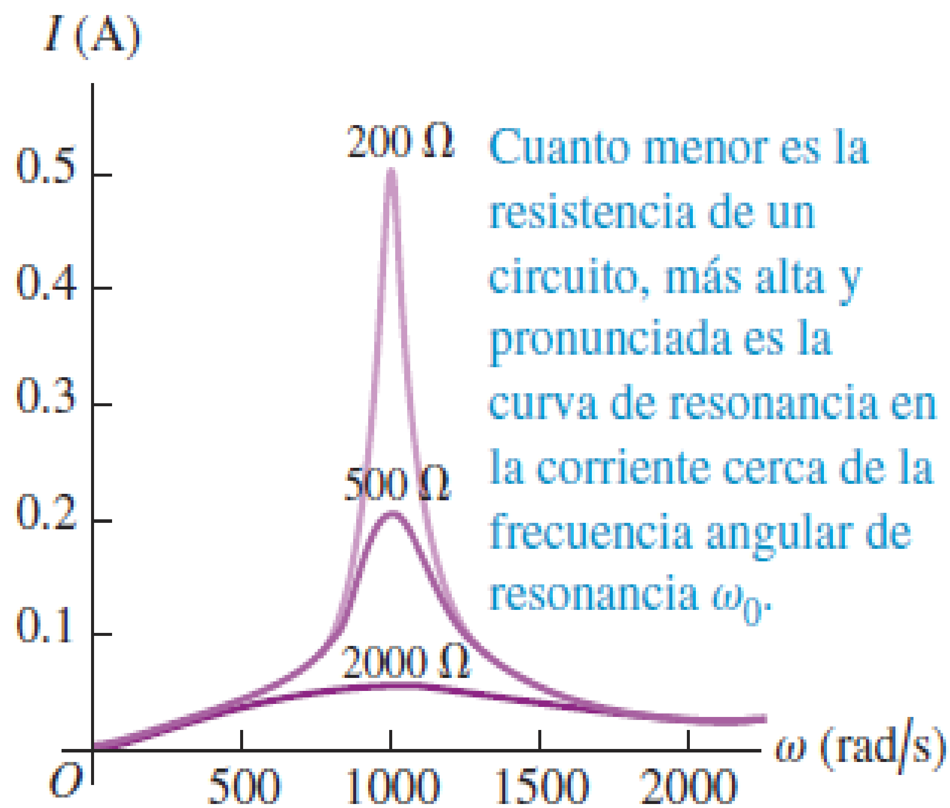
Igual a la frecuencia natural de oscilación de un circuito LC

A la frecuencia de resonancia
V = I.Z = IR
es como que el capacitor y el inductor no estuvieran.



Gráfica de la amplitud de la corriente *I* como función de la frecuencia angular ω para un circuito *LRC* en serie con *V* = 100 V, *L* = 2.0 H, *C* = 0.50 mF y tres valores diferentes de la resistencia *R*.

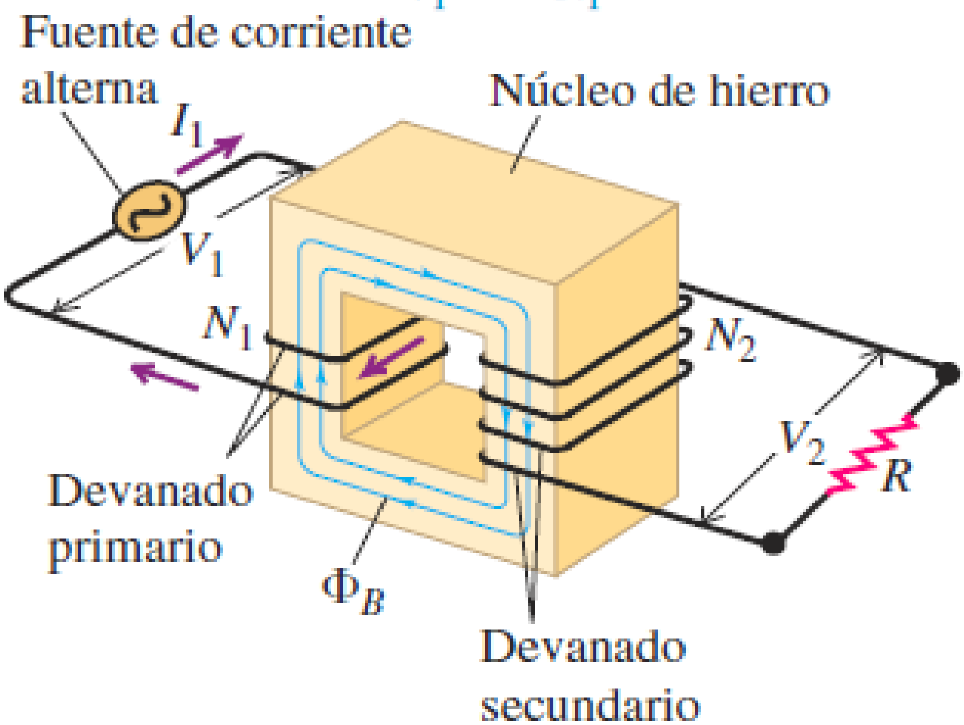




Transformadores

La fem inducida *por espira* es la misma en las dos bobinas, por lo que podemos ajustar la razón de los voltajes terminales modificando la razón de las espiras:

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1}$$



$$\mathcal{E}_1 = -N_1\frac{d\Phi_B}{dt} \quad \text{y} \quad \mathcal{E}_2 = -N_2\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$\frac{\mathcal{E}_2}{\mathcal{E}_1} = \frac{N_2}{N_1}$$

Si los devanados tienen una resistencia de cero, las fem inducidas ε_1 y ε_2 son iguales a los voltajes entre terminales a través del primario y el secundario, respectivamente; por lo tanto,

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{N_2}{N_1} \quad \text{(voltajes terminales del transformador primario y secundario)}$$