



departamento de Física
universidad de buenos aires - exactas
Juan José Giambiagi



Clase 13

Ondas electromagnéticas

Cátedra: Diego Arbó

Ecuaciones de la electrostática

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} \quad (\text{ley de Gauss para } \vec{E})$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = 0 \quad (\text{campo electrostático conservativo})$$

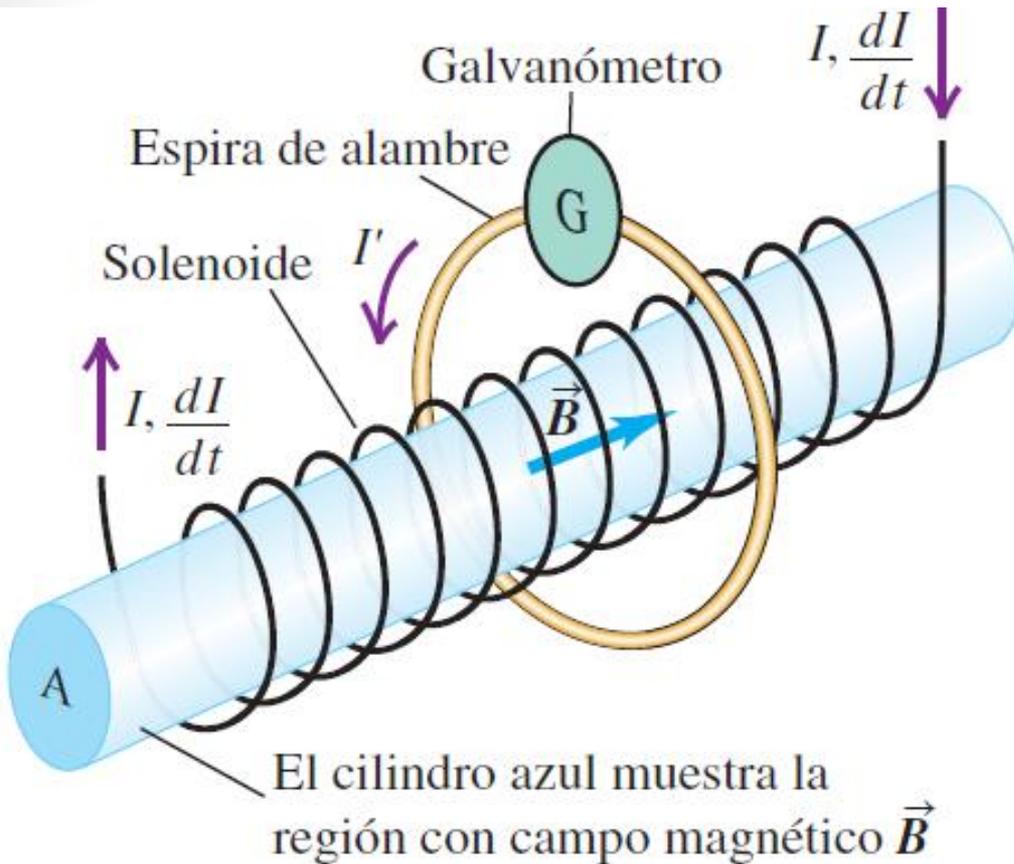
Ecuaciones de la magnetostática

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (\text{ley de Gauss para } \vec{B})$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enc}} \quad (\text{ley de Ampère})$$

Las amarillas son válidas en general pero las otras son válidas solo para el caso de cargas y corrientes estáticas

Campos eléctricos no conservativos



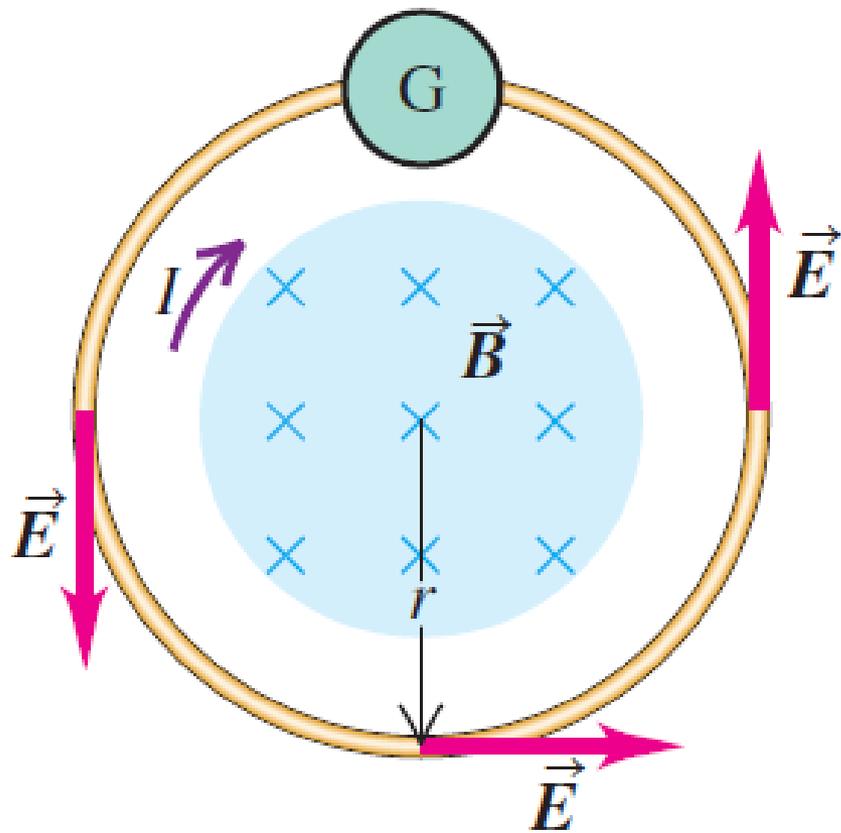
El devanado de un solenoide largo lleva una corriente que se incrementa a una tasa dI/dt .

El flujo magnético en el solenoide aumenta a una tasa $d\Phi_B/dt$, y este flujo cambiante pasa a través de una espira de alambre.

En la espira se induce una fem $\varepsilon = -d\Phi_B/dt$, la cual induce una corriente que se mide con el galvanómetro G.

$$\Phi_B = BA = \mu_0 nIA$$

$$\varepsilon = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\mu_0 nA \frac{dI}{dt}$$



Si la resistencia total de la espira es R , la corriente inducida en la espira es $I' = \varepsilon/R$. ¿Qué *fuerza* hace que las cargas se muevan alrededor de la espira? No puede ser una fuerza magnética porque el conductor no se está moviendo en un campo magnético, y en realidad ni siquiera está *en* un campo magnético. Nos vemos obligados a concluir que tiene que haber un **campo eléctrico inducido** en el conductor *causado por el flujo magnético cambiante*.

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = \varepsilon$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

(trayectoria de integración constante)

Cuando una carga q completa una vuelta alrededor de la espira, el trabajo total realizado sobre ella por el campo eléctrico debe ser igual al producto de q por la fem ε . Es decir, el campo eléctrico en la espira *no es conservativo* porque la integral de línea de alrededor de una trayectoria cerrada no es igual a cero.

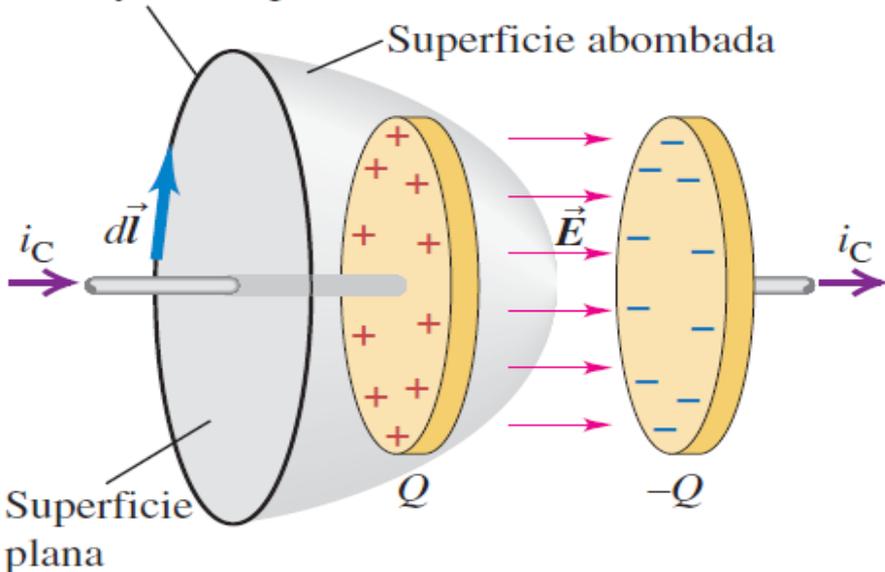
Generalización de la ley de Ampère

Capacitor de placas paralelas en proceso de carga.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{\text{enc}}$$

Trayectoria para la ley de Ampère

Superficie abombada



La integral alrededor de la trayectoria es igual a $\mu_0 I_{\text{enc}}$. Para el área circular plana limitada por el círculo, $I_{\text{enc}} = i_C$ en el conductor de la izquierda.

Pero la superficie que se abomba hacia la derecha está delimitada por el mismo círculo, y la corriente a través de esa superficie es igual a cero.

Por lo tanto, es igual a $\mu_0 I_{\text{enc}}$, y ¡al mismo tiempo es igual a cero! **Contradicción.**

$$q = Cv = \frac{\epsilon A}{d} (Ed) = \epsilon EA = \epsilon \Phi_E$$

La corriente concatenada en la superficie plana es

$$i_C = \frac{dq}{dt} = \epsilon \frac{d\Phi_E}{dt}$$

En 1865, Maxwell inventó una **corriente de desplazamiento** ficticia en la región entre las placas

$$i_D = \epsilon \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (i_C + i_D)_{\text{enc}} \quad (\text{ley de Ampère generalizada})$$

Hay una *densidad de corriente de desplazamiento* correspondiente $j_D = i_D/A$. A partir de $\Phi_E = EA$ y dividiendo por A , se encuentra

$$j_D = \epsilon \frac{dE}{dt}$$

Ecuaciones de Maxwell (1865)



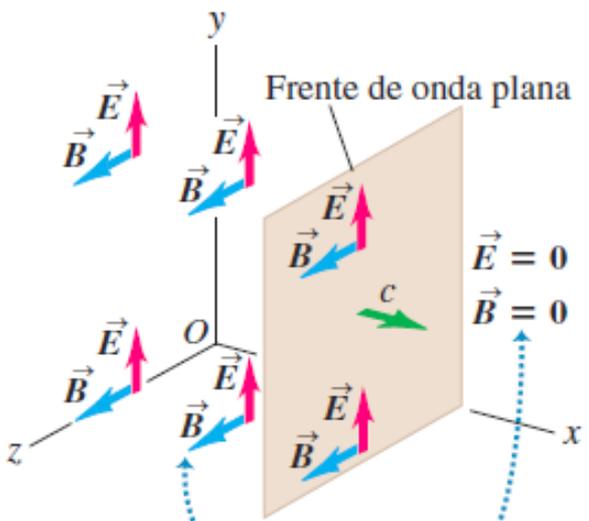
James Clerk Maxwell
(1831-1879)

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0} \quad (\text{ley de Gauss})$$

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0 \quad (\text{ley de Gauss del magnetismo})$$

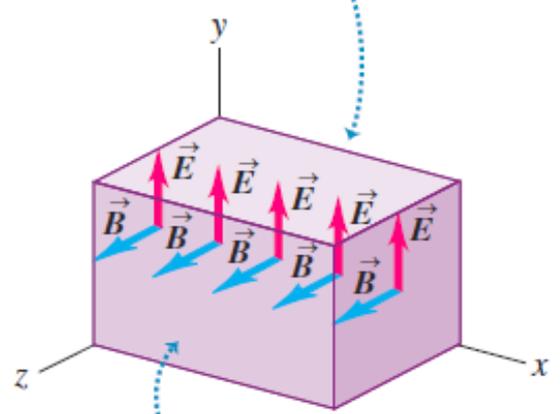
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(i_C + \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right)_{\text{enc}} \quad (\text{ley de Ampère})$$

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = - \frac{d\Phi_B}{dt} \quad (\text{ley de Faraday})$$



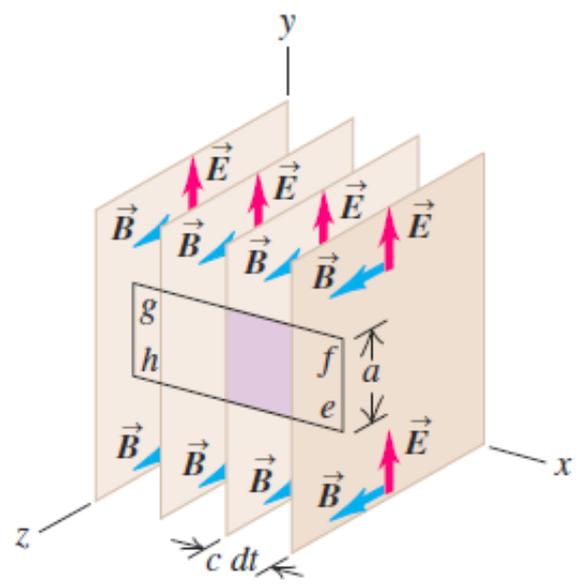
Los campos eléctrico y magnético son uniformes detrás del frente de onda que avanza, y cero por delante de éste.

El campo eléctrico es el mismo en las caras superior e inferior de la superficie gaussiana, por lo que el flujo eléctrico total a través de la superficie es igual a cero.



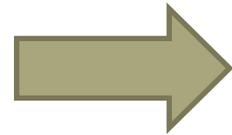
El campo magnético es el mismo en las caras izquierda y derecha de la superficie gaussiana, por lo que el flujo magnético total a través de la superficie es igual a cero.

a) En el momento dt , el frente de onda se desplaza una distancia $c dt$ en la dirección $+x$.



$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

$$-Ea = -Bac$$



$$E = cB$$

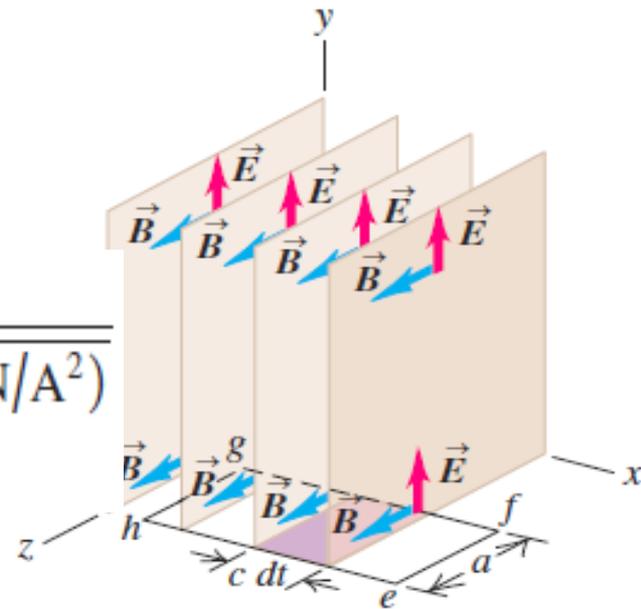
$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

$$Ba = \epsilon_0 \mu_0 Eac$$

$$B = \epsilon_0 \mu_0 c E$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = \frac{1}{\sqrt{(8.85 \times 10^{-12} \text{ C}^2/\text{N} \cdot \text{m}^2)(4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2)}} = 3.00 \times 10^8 \text{ m/s}$$

a) En un tiempo dt , el frente de onda se desplaza una distancia $c dt$ en la dirección $+x$.



1. La onda es *transversal*; tanto \vec{E} como \vec{B} son perpendiculares a la dirección de propagación de la onda. Los campos eléctrico y magnético también son perpendiculares entre sí. La dirección de propagación es la dirección del producto vectorial $\vec{E} \times \vec{B}$ (figura 32.9).
2. Hay una razón definida entre las magnitudes de \vec{E} y \vec{B} : $E = cB$.
3. La onda viaja en el vacío con rapidez definida e invariable.
4. A diferencia de las ondas mecánicas, que necesitan de partículas oscilantes de un medio —como el agua o aire— para transmitirse, las ondas electromagnéticas no requieren un medio. Lo que “ondula” en una onda electromagnética son los campos eléctricos y magnéticos.

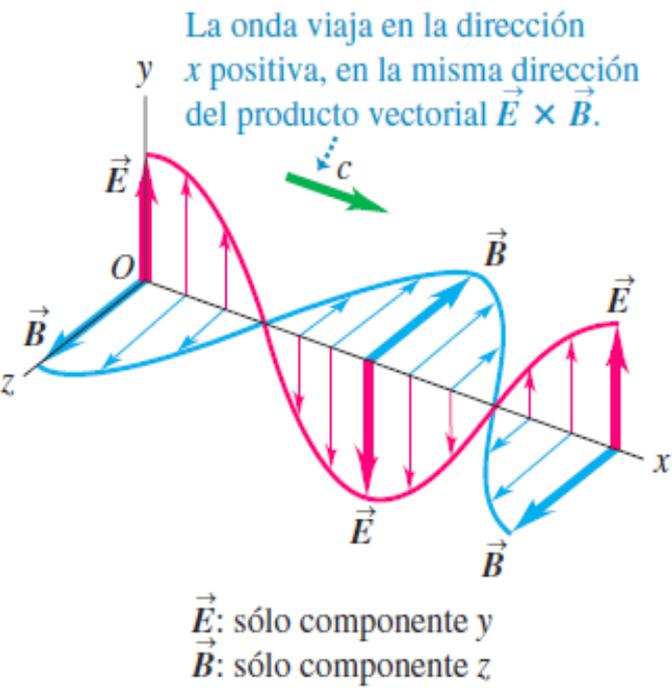
Ondas electromagnéticas en la materia

¿La velocidad de la luz es la misma en cualquier medio? **NO**

$$v = \frac{1}{\sqrt{\epsilon\mu}} = \frac{1}{\sqrt{KK_m}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{KK_m}}$$

Cuando $K_m \simeq 1$, $v = \frac{1}{\sqrt{K}} \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} = \frac{c}{\sqrt{K}} = \frac{c}{n}$

índice de refracción $\frac{c}{v} = n = \sqrt{KK_m} \cong \sqrt{K}$



¿La frecuencia de la luz es la misma en cualquier medio?

SÍ

¿La longitud de onda de la luz es la misma en cualquier medio?

NO

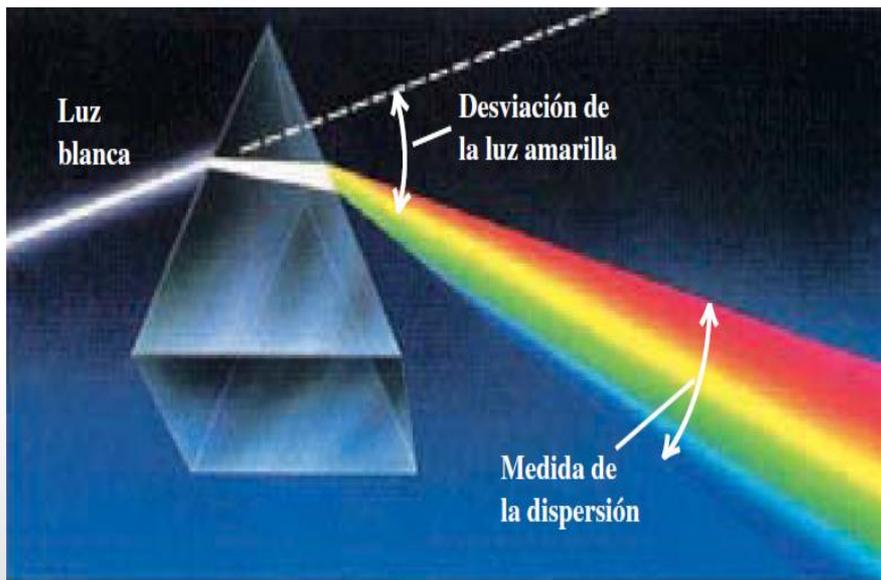
$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{c}{nf} = \frac{f\lambda_0}{fn} = \frac{\lambda_0}{n}$$

- n no tiene unidades.
- En el vacío $n = 1$
- En el aire $n \cong 1$
- En el agua $n \cong 1.333$
- En el vidrio $n \cong 1.5 - 2$

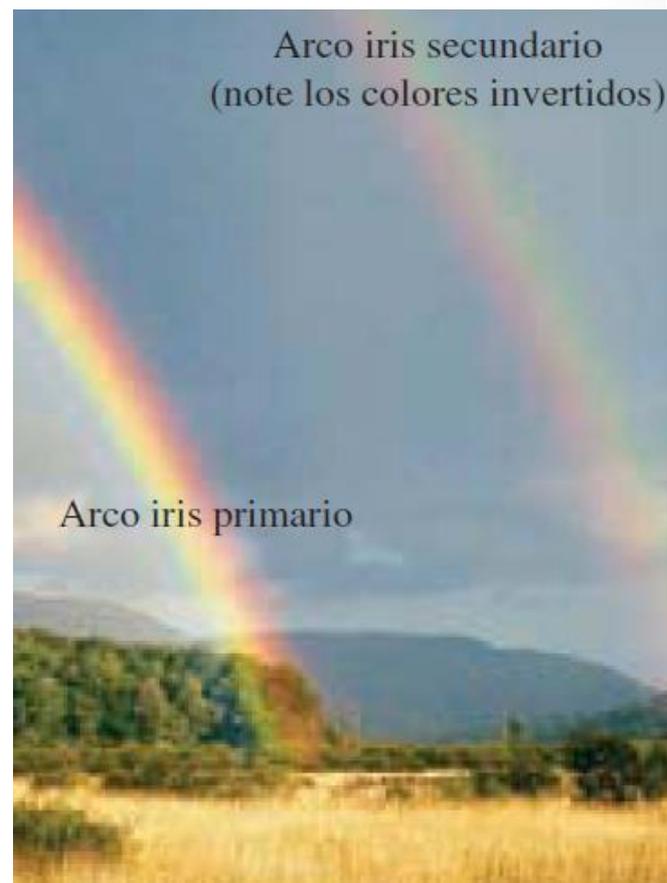
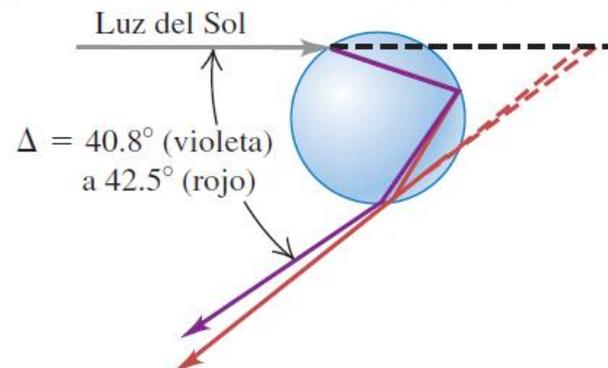
Dispersión

La luz blanca ordinaria es una superposición de ondas con longitudes que se extienden a través de todo el espectro visible.

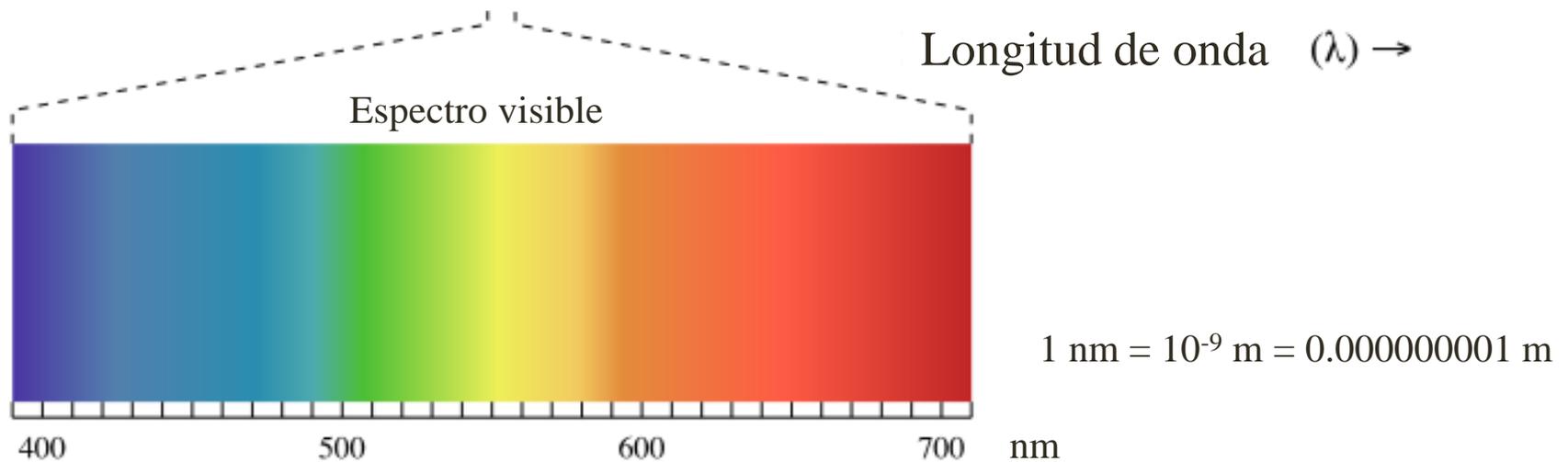
La rapidez de la luz en una sustancia material es diferente para distintas longitudes de onda. En consecuencia, el índice de refracción de un material depende de la longitud de onda (**dispersión**).



d) Un arco iris primario se forma por los rayos que experimentan dos refracciones y una reflexión interna. El ángulo Δ es mayor para la luz roja que para la violeta.



Espectro electromagnético



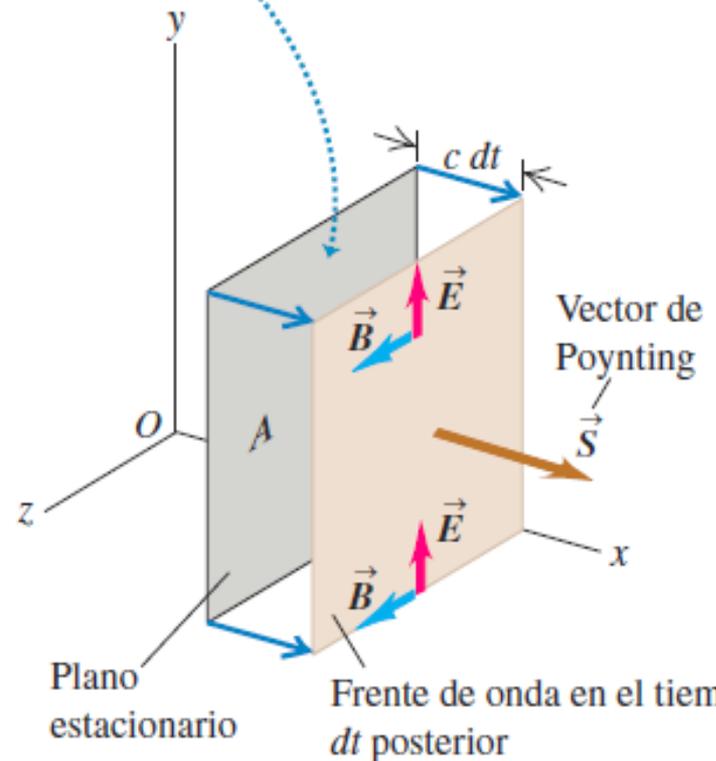
$$c = 2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Densidad de energía:

$$u = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2 = \frac{1}{2}\epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} (\sqrt{\epsilon_0\mu_0} E)^2 = \epsilon_0 E^2$$

En el momento dt , el volumen entre el plano estacionario y el frente de onda contiene una cantidad de energía electromagnética

$$dU = uAc dt.$$



Flujo de energía:

$$dU = u dV = (\epsilon_0 E^2) (Ac dt)$$

$$S = \frac{1}{A} \frac{dU}{dt} = \epsilon_0 c E^2 = \frac{\epsilon_0}{\sqrt{\epsilon_0\mu_0}} E^2 = \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E^2 = \frac{EB}{\mu_0}$$

$$\vec{S} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad (\text{vector de Poynting en el vacío})$$

$$I = S_{\text{med}} = \frac{E_{\text{máx}} B_{\text{máx}}}{2\mu_0} = \frac{E_{\text{máx}}^2}{2\mu_0 c}$$

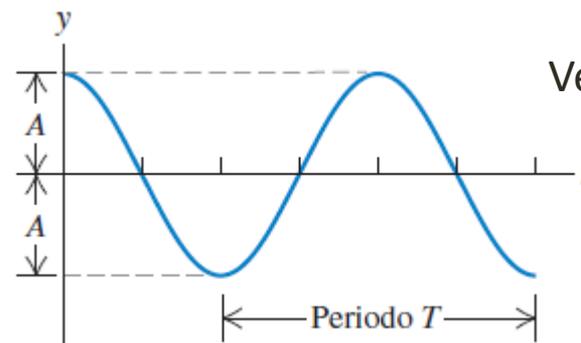
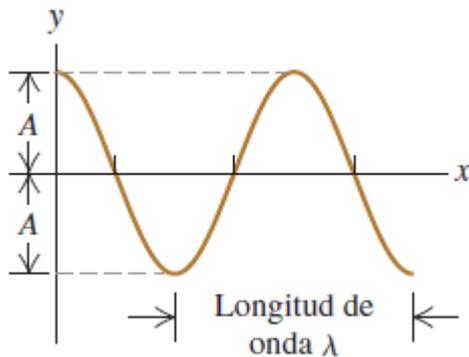
$$= \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} E_{\text{máx}}^2 = \frac{1}{2} \epsilon_0 c E_{\text{máx}}^2$$

(intensidad de una onda sinusoidal en el vacío)

Estudio de la luz

- Óptica geométrica: concepto de rayo de luz
- Óptica física: naturaleza ondulatoria
- Óptica cuántica: dualidad onda-partícula

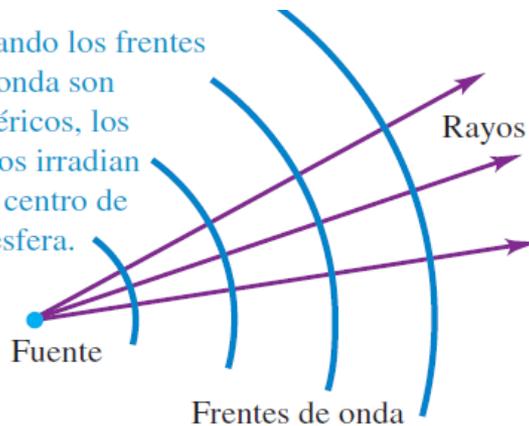
Onda:



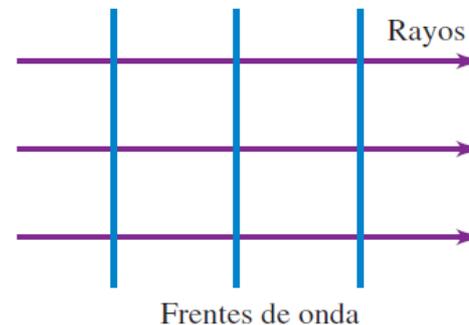
Velocidad de onda

$$v = \lambda f$$

Cuando los frentes de onda son esféricos, los rayos irradian del centro de la esfera.

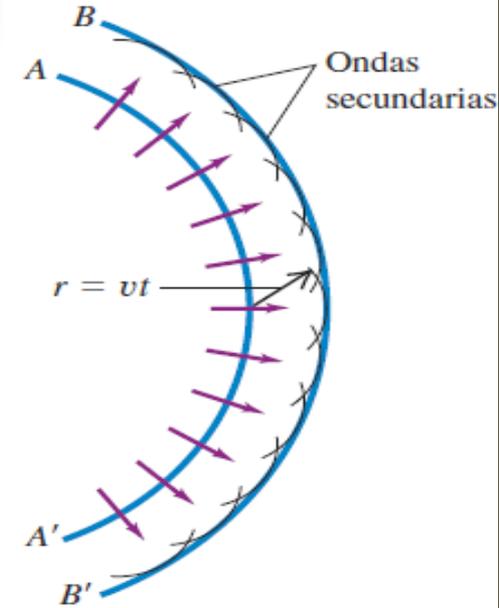


Cuando los frentes de onda son planos, los rayos son perpendiculares a los frentes de onda y paralelos entre sí.

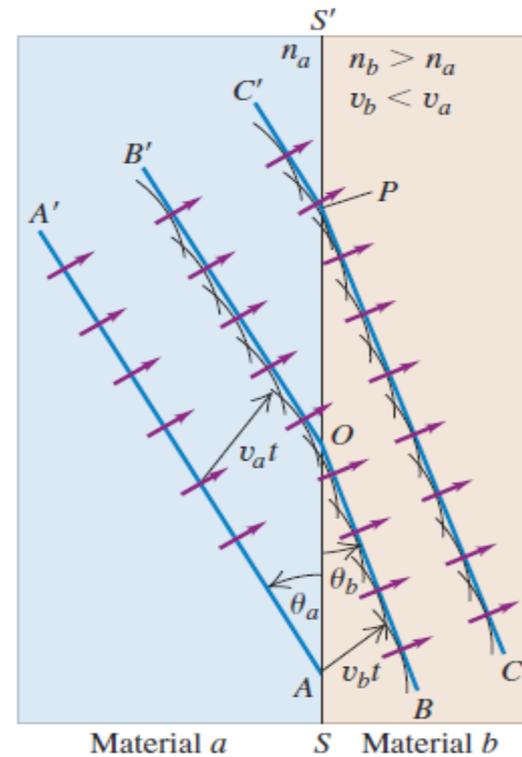
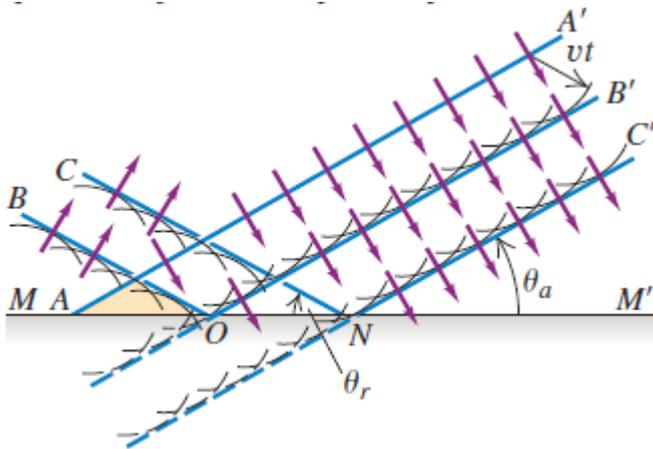


Principio de Huygens (1678)

Todo punto de un frente de onda puede considerarse la fuente de ondas secundarias que se dispersan en todas direcciones con rapidez igual a la rapidez de la propagación de la onda original.



Reflexión



Refracción