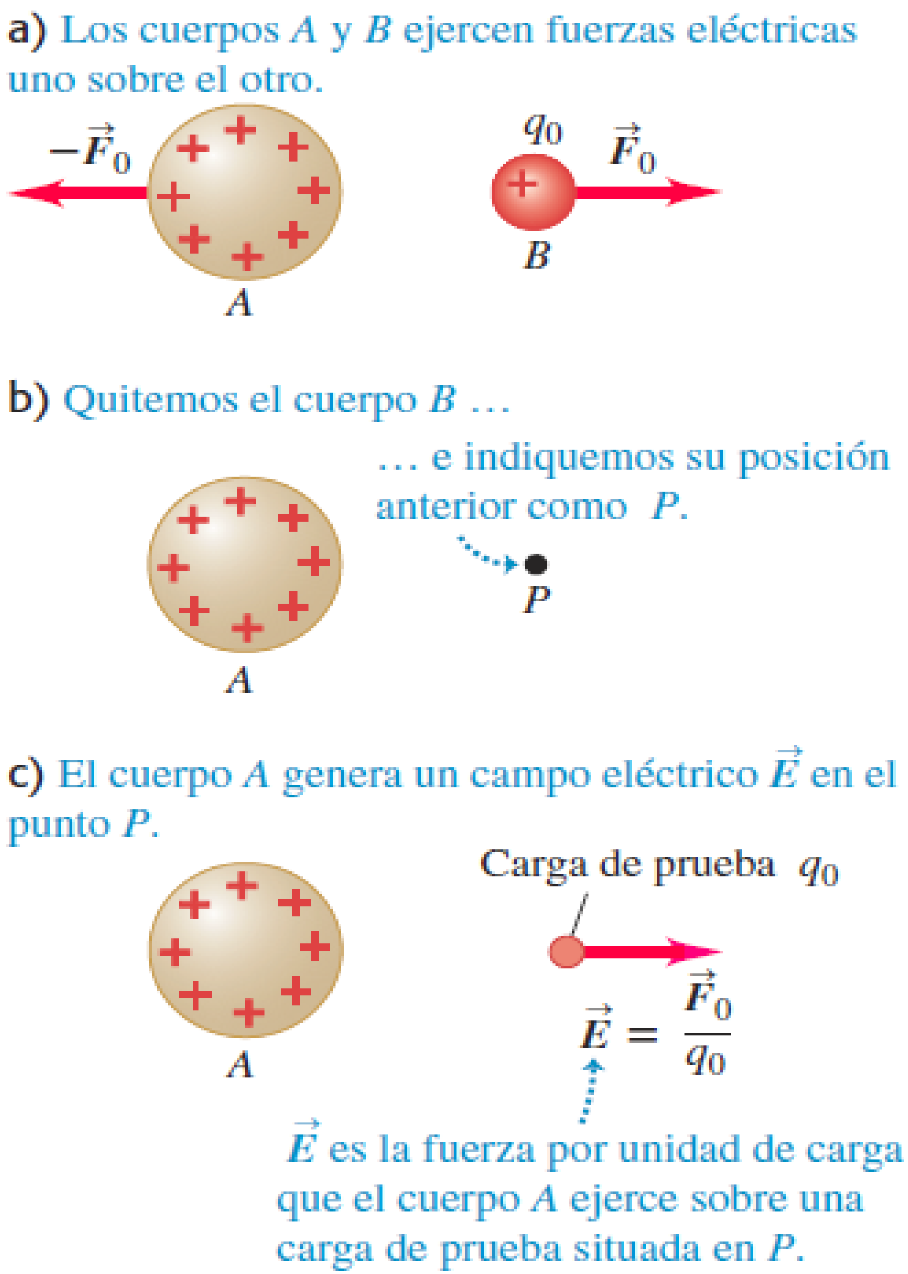
departamento de física
universidad de buenos aires - exactas
Juan José Giambiagi

Clase 2
Campo eléctrico

Electromagnetismo y Óptica B

Cátedra: Diego Arbó

Campo eléctrico:

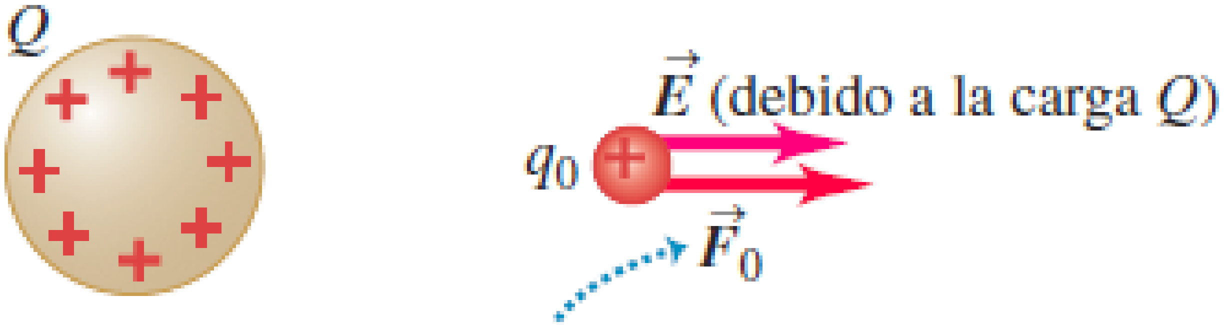


Dos pasos:

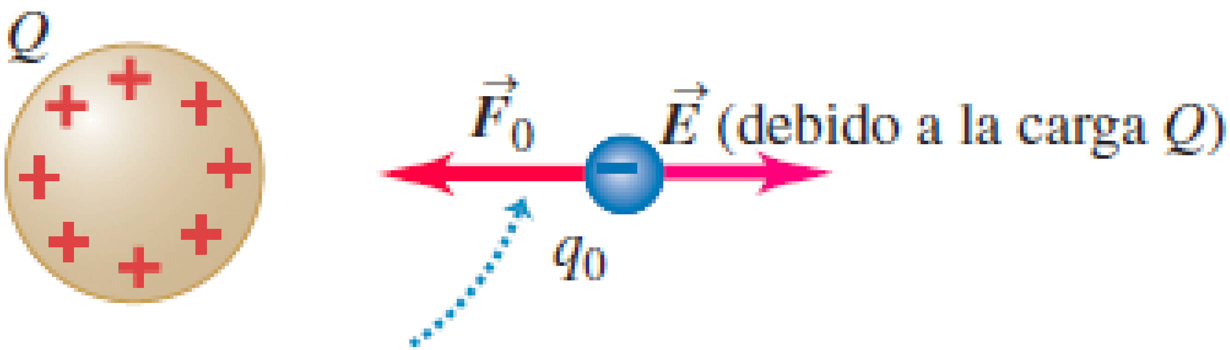
1. Un cuerpo cargado crea un campo eléctrico en el espacio que lo rodea.

2. La fuerza eléctrica sobre un cuerpo cargado es ejercida por el campo eléctrico que otros cuerpos cargados originan.

Fuerza $\boldsymbol{F_0} = q_0 \boldsymbol{E}$ ejercida sobre una carga puntual q_0 colocada en un campo eléctrico $\boldsymbol{E}$.

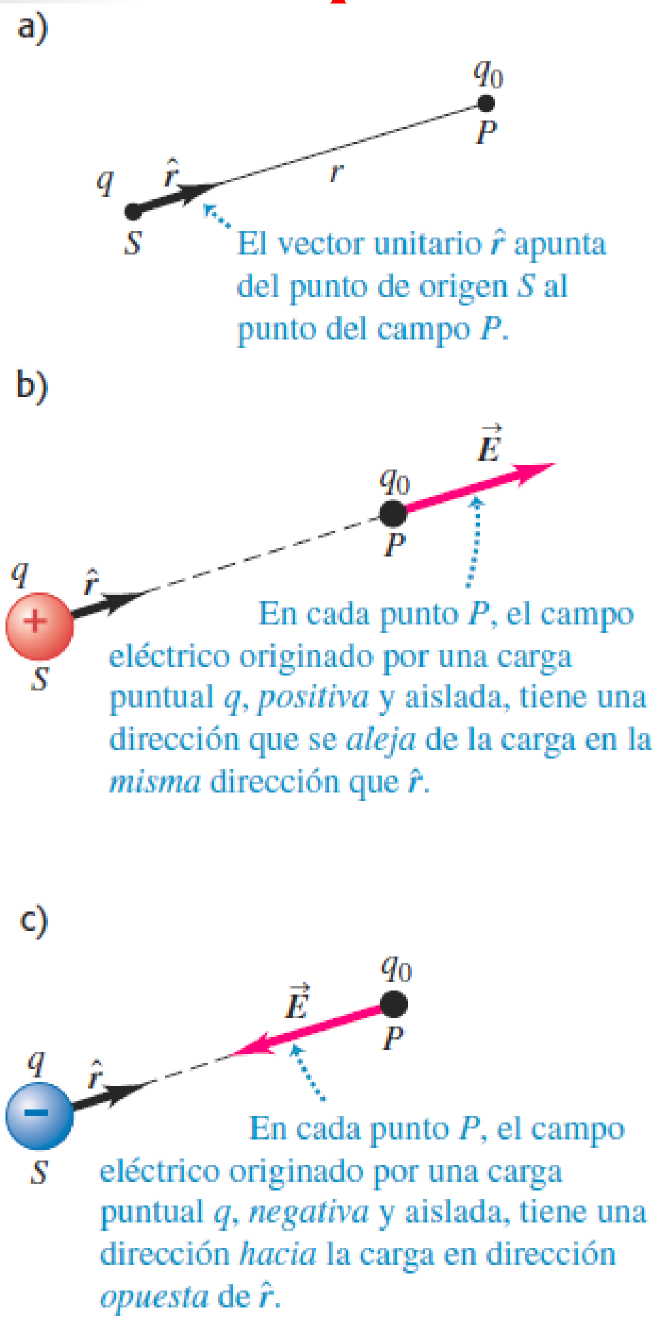


La fuerza sobre una carga de prueba positiva q_0 apunta en la dirección del campo eléctrico.



La fuerza sobre una carga de prueba negativa q_0 apunta en dirección contraria a la del campo eléctrico.

Campo eléctrico de una carga puntual



$$F_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|qq_0|}{r^2}$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{|q|}{r^2}$$

(magnitud del campo eléctrico en una carga puntual)

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

(campo eléctrico de una carga puntual)

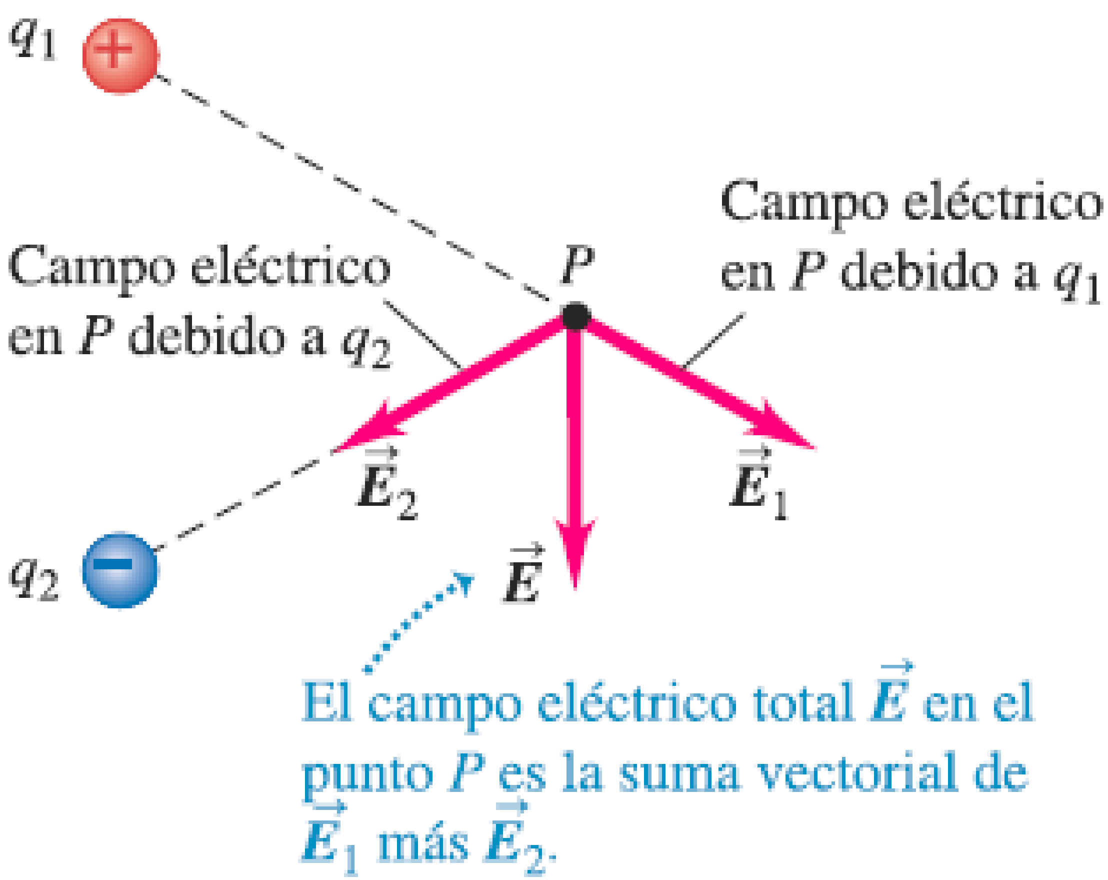
Por definición, el campo eléctrico de una carga puntual siempre tiene una dirección que *se aleja de* una carga positiva (es decir, en la misma dirección que el versor de posición, pero *se acerca* hacia una carga negativa (es decir, en la dirección opuesta al versor de posición.

Principio de superposición de campos eléctricos:

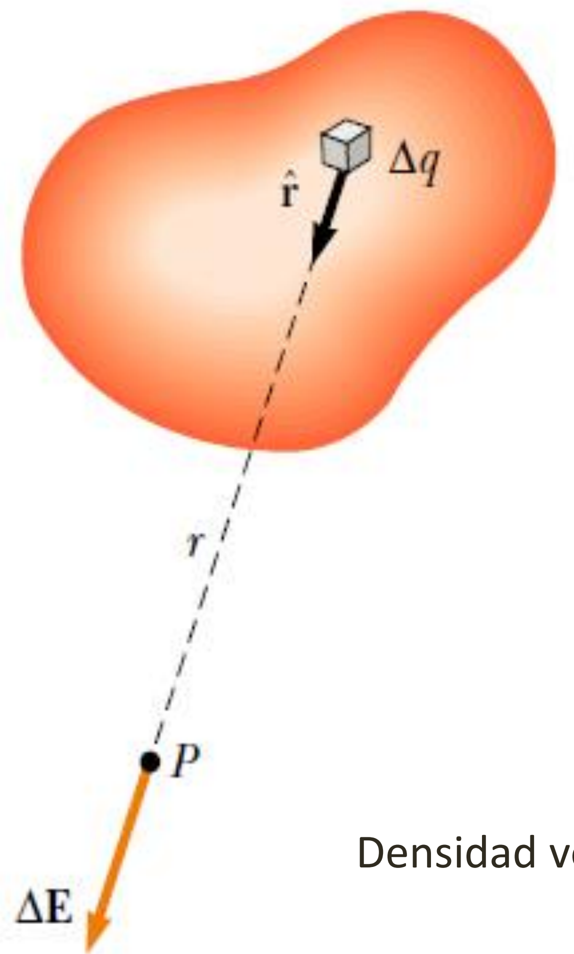
En general, si tengo un montón de cargas puntuales:

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \cdots = q_0\vec{E}_1 + q_0\vec{E}_2 + q_0\vec{E}_3 + \cdots$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_0}{q_0} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \cdots$$



Distribución de cargas contínuas



El campo eléctrico en P debido a una distribución continua de cargas es el vector suma de los campos **ΔE** debidos a todos los elementos Δq de la distribución de cargas.

$$\Delta \mathbf{E} = k_e \frac{\Delta q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

$$\mathbf{E} \approx k_e \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^{\,2}} \hat{\mathbf{r}}_i$$

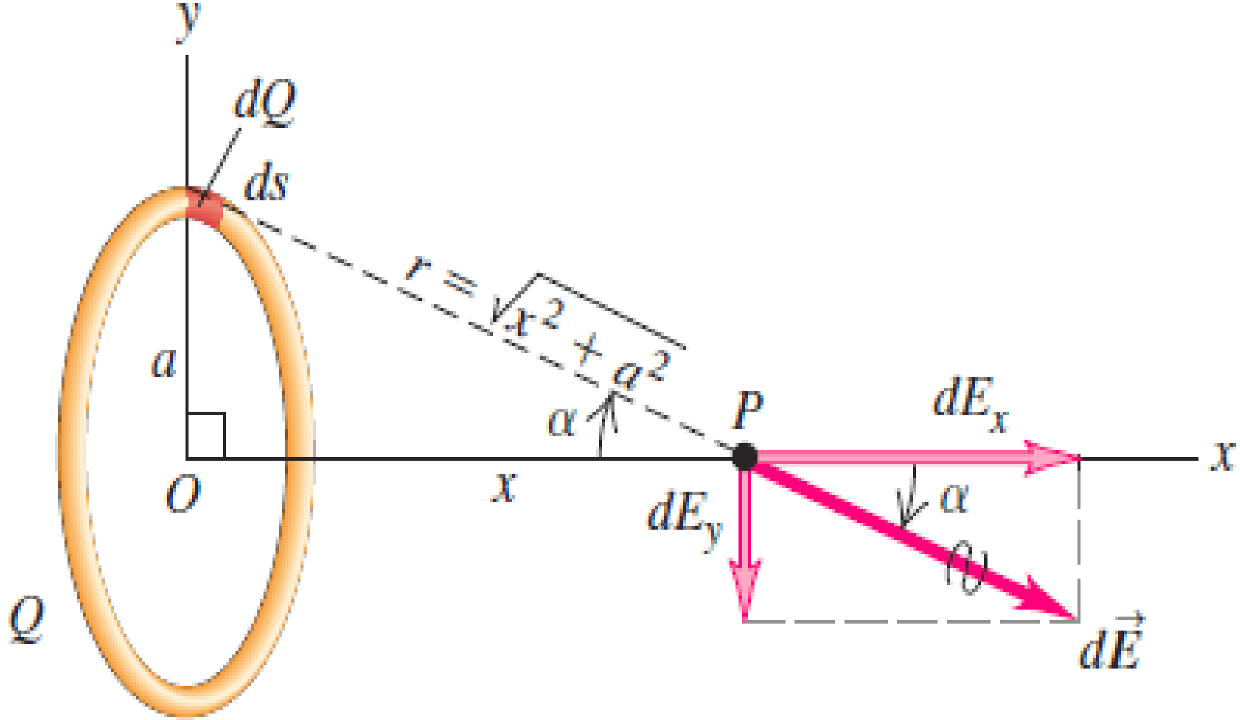
$$\mathbf{E} = k_e \lim_{\Delta q_i \to 0} \sum_i \frac{\Delta q_i}{r_i^{\,2}} \hat{\mathbf{r}}_i = k_e \int \frac{dq}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

Densidad volumétrica de carga: $\rho \equiv \frac{Q}{V}$ $(\mathrm{C/m^3})$

Densidad superficial de carga: $\sigma \equiv \frac{Q}{A}$ $(\mathrm{C/m^2})$

Densidad lineal de carga: $\lambda \equiv \frac{Q}{\ell}$ $(\mathrm{C/m})$

Ejemplo 1: Campo de un anillo de carga



$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dQ}{x^2 + a^2}$$

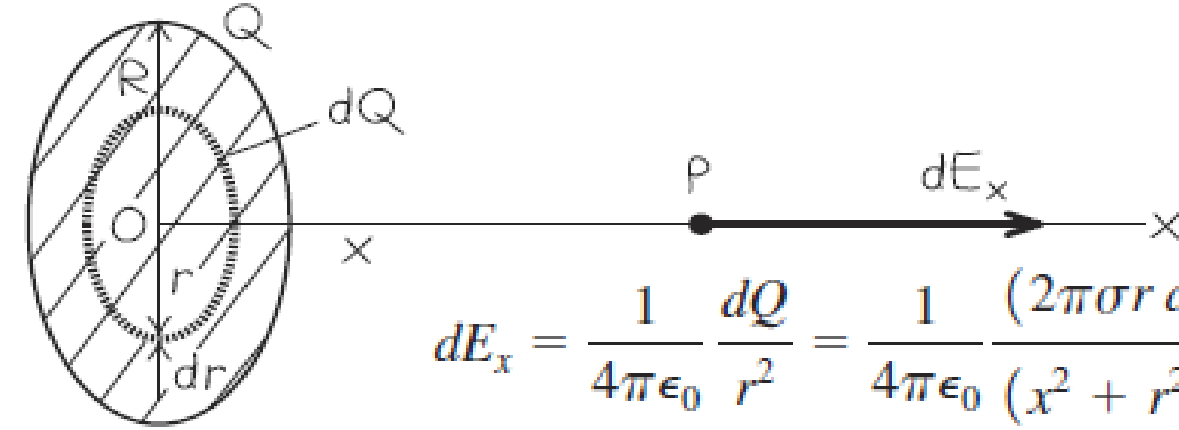
$$dE_x = dE\cos\alpha = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dQ}{x^2 + a^2}\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{x\,dQ}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

$$E_x = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{x\,dQ}{(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

$$\vec{E} = E_x\hat{\imath} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Qx}{(x^2 + a^2)^{3/2}}\hat{\imath}$$

Ejemplo 2: Campo de un disco cargado uniformemente



$$dE_x = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{dQ}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(2\pi\sigma r\,dr)x}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

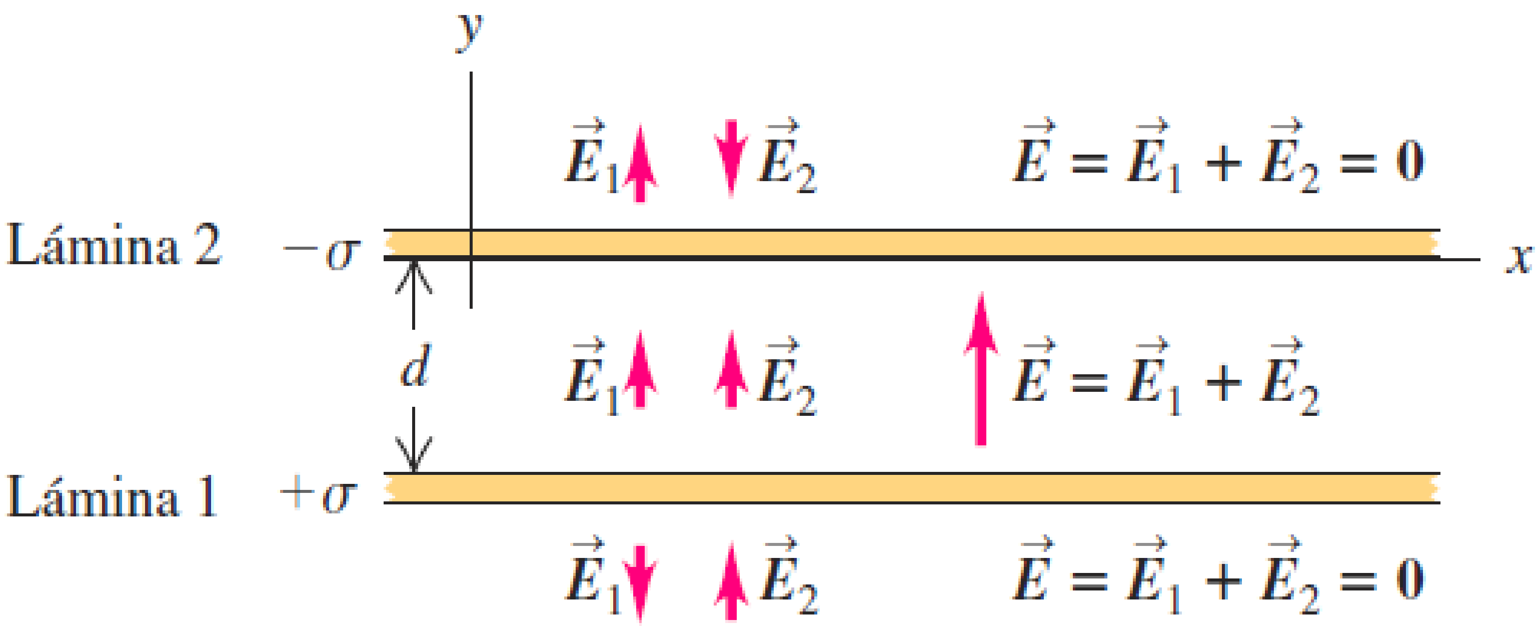
$$E_x = \int_0^R \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{(2\pi\sigma r\,dr)x}{(x^2+r^2)^{3/2}} = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0}\int_0^R \frac{r\,dr}{(x^2+r^2)^{3/2}}$$

$$E_x = \frac{\sigma x}{2\epsilon_0}\left[-\frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}+\frac{1}{x}\right]$$

$$= \frac{\sigma}{2\epsilon_0}\left[1-\frac{1}{\sqrt{(R^2/x^2)+1}}\right] \text{sgn } x$$

Si R >> x => $E = \dfrac{\sigma}{2\epsilon_0}$ plano cargado infinito

Ejemplo 3: Campo de dos chapas opuestamente cargadas infinitas

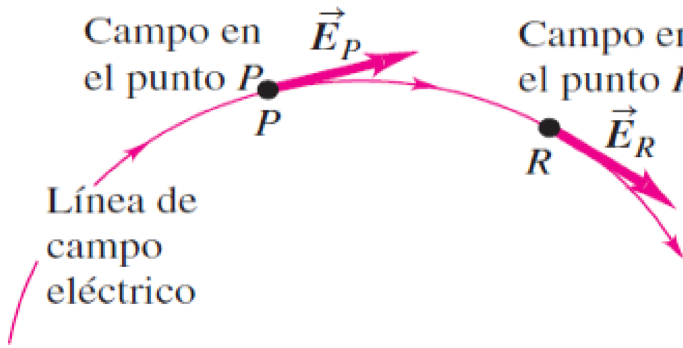


$$E_1 = E_2 = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = \begin{cases} 0 & \text{arriba de la lámina superior} \\ \dfrac{\sigma}{\epsilon_0}\hat{j} & \text{entre las láminas} \\ 0 & \text{debajo de la lámina inferior} \end{cases}$$

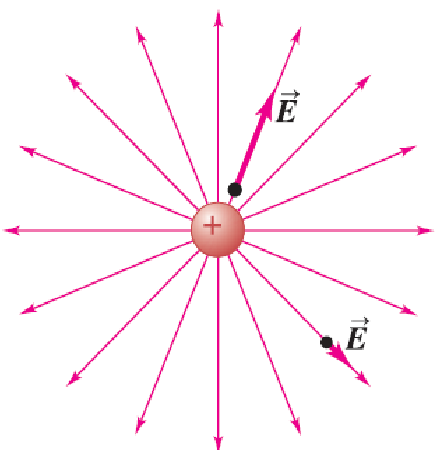
Líneas de campo eléctrico

La dirección del campo eléctrico en un punto cualquiera es tangente a la línea de campo que pasa por ese punto.

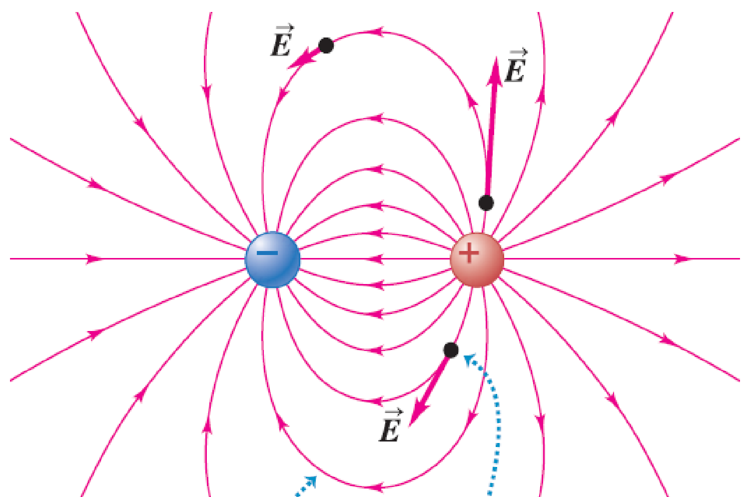


Ejemplos:

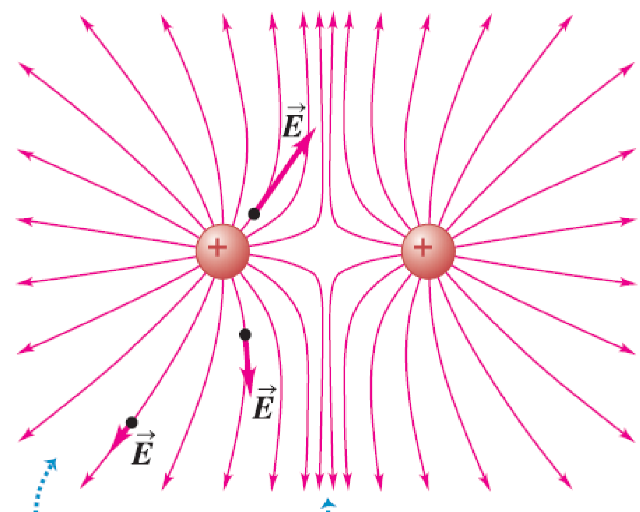
a) Una sola carga positiva



b) Dos cargas iguales y opuestas (un dipolo)



c) Dos cargas positivas iguales



Las líneas de campo siempre apuntan *alejándose* de las cargas (+) y *hacia* las cargas (−).

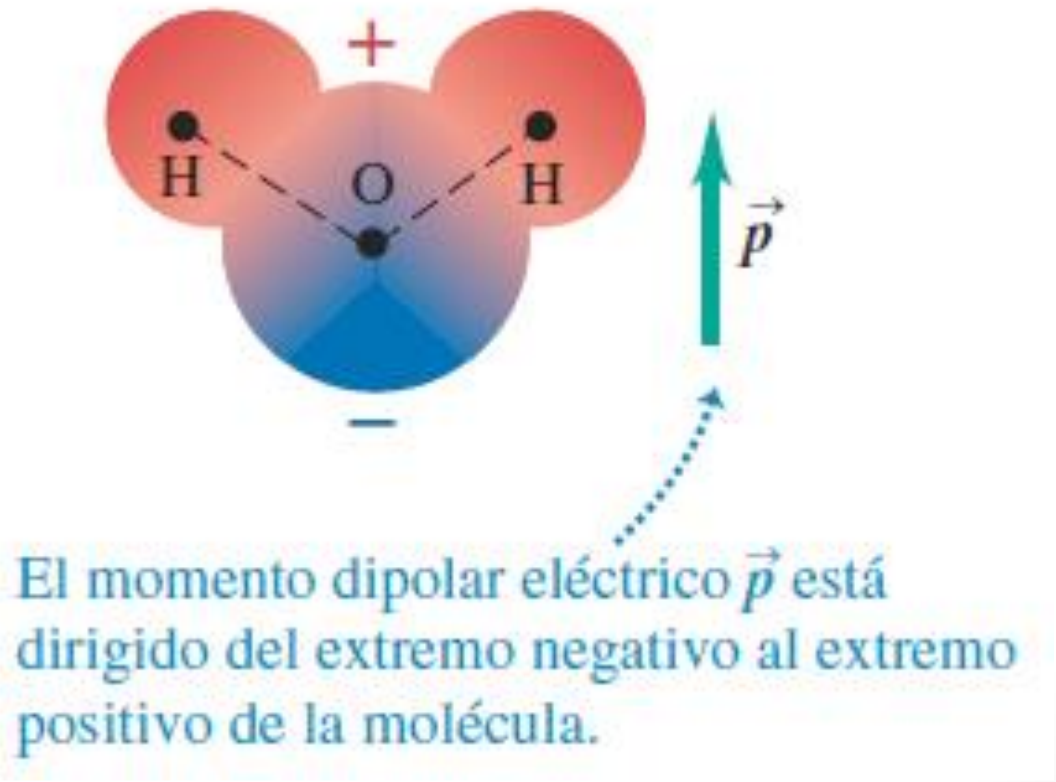
En cada punto en el espacio, el vector de campo eléctrico es *tangente* a la línea de campo que pasa a través de ese punto.

Las líneas de campo están muy cercanas donde el campo es intenso, y más alejadas donde el campo es más débil.

Dipolo eléctrico

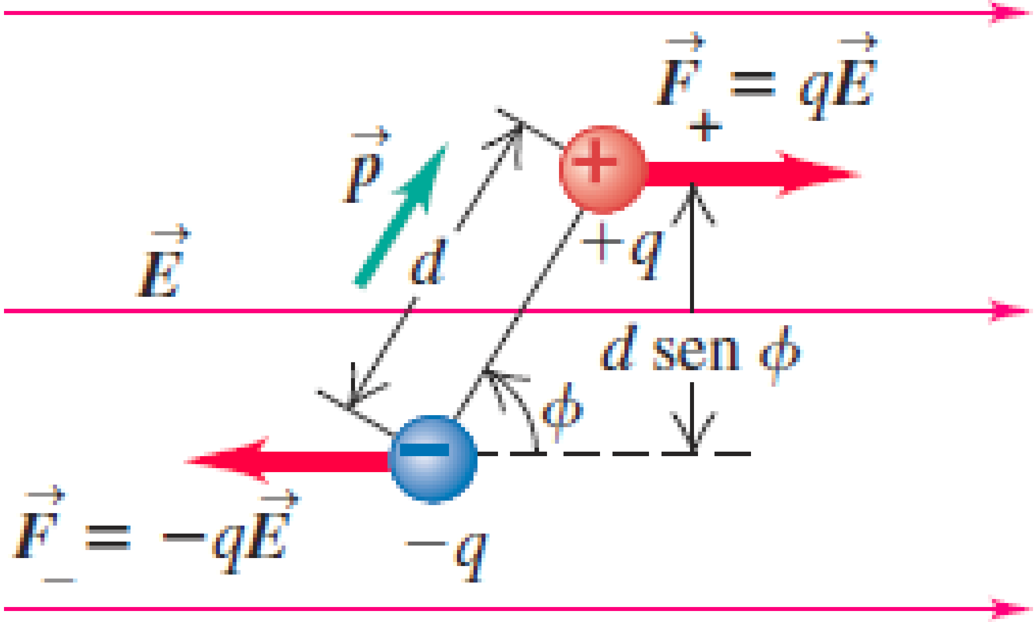
Par de cargas puntuales de igual magnitud y signo opuesto (una carga $q > 0$ y una $-q < 0$) separadas por una distancia d pequeña.

Una molécula de agua, con la carga positiva en color rojo, y la carga negativa en azul



$p = 6.13 \times 10^{-30}$ C m

Fuerza y torque de un dipolo eléctrico



La fuerza neta sobre un dipolo eléctrico en un campo externo uniforme es cero.

El momento de la fuerza es $\tau = (qE)(d \operatorname{sen} \phi)$

Momento dipolar eléctrico: $p = qd$

$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ (par de torsión sobre un dipolo eléctrico, en forma vectorial)

El torque trata de alinear al dipolo a lo largo del campo eléctrico

Energía potencial de un dipolo eléctrico

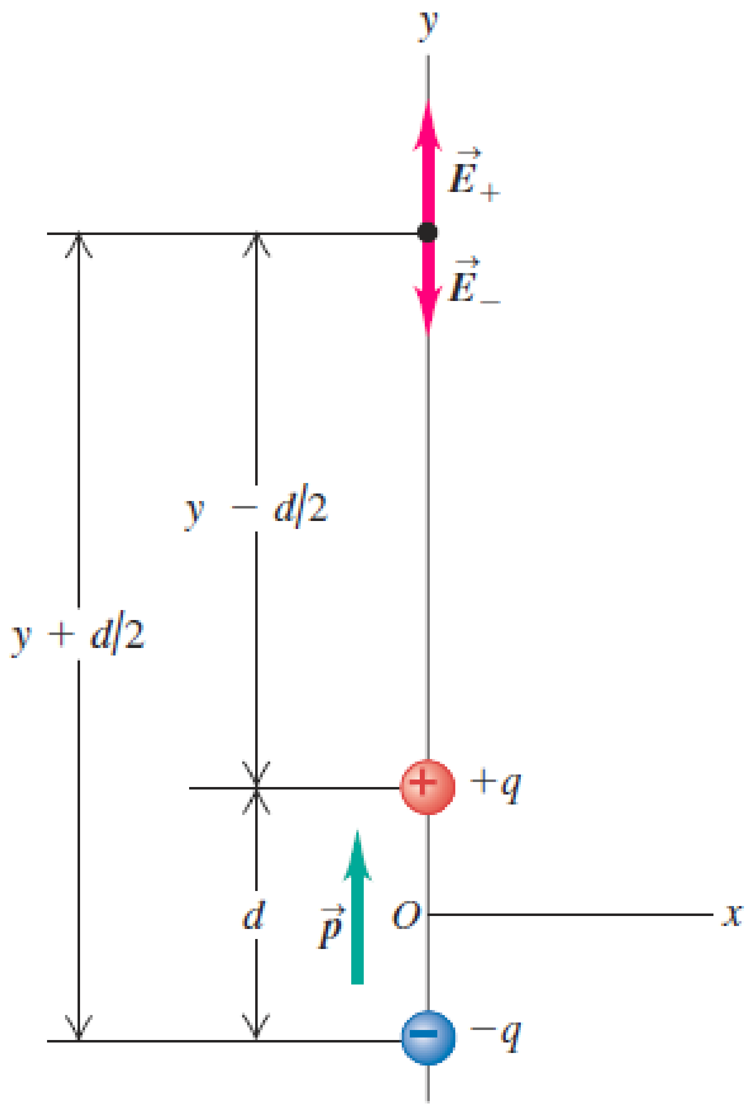
$$dW = \tau \, d\phi = -pE \operatorname{sen} \phi \, d\phi$$

$$W = \int_{\phi_1}^{\phi_2} (-pE \operatorname{sen} \phi) \, d\phi$$

$$= pE \cos \phi_2 - pE \cos \phi_1$$

$$U(\phi) = -pE \cos \phi = -\vec{p} \cdot \vec{E} \qquad \text{(energía potencial para un dipolo en el campo eléctrico)}$$

Campo de un dipolo eléctrico



$$E_y = \frac{q}{4\pi\epsilon_0}\left[\frac{1}{(y-d/2)^2} - \frac{1}{(y+d/2)^2}\right]$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0 y^2}\left[\left(1-\frac{d}{2y}\right)^{-2} - \left(1+\frac{d}{2y}\right)^{-2}\right]$$

$$\left(1-\frac{d}{2y}\right)^{-2} \cong 1+\frac{d}{y} \quad \text{y} \quad \left(1+\frac{d}{2y}\right)^{-2} \cong 1-\frac{d}{y}$$

$$E \cong \frac{q}{4\pi\epsilon_0 y^2}\left[1+\frac{d}{y} - \left(1-\frac{d}{y}\right)\right]$$

$$= \frac{qd}{2\pi\epsilon_0 y^3}$$

$$= \frac{p}{2\pi\epsilon_0 y^3}$$