

Clase 3

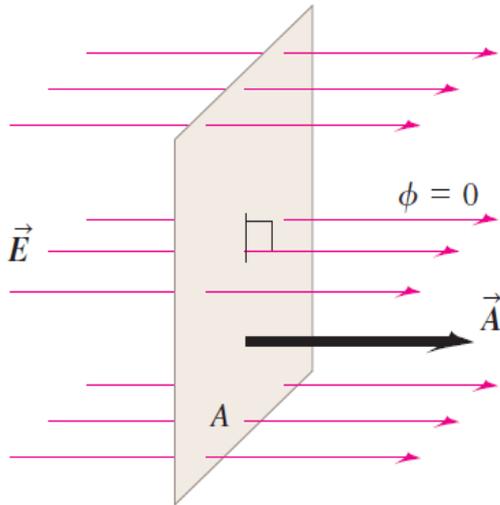
Ley de Gauss

Electromagnetismo y Óptica B
Cátedra: Diego Arbó

Flujo de campo eléctrico:

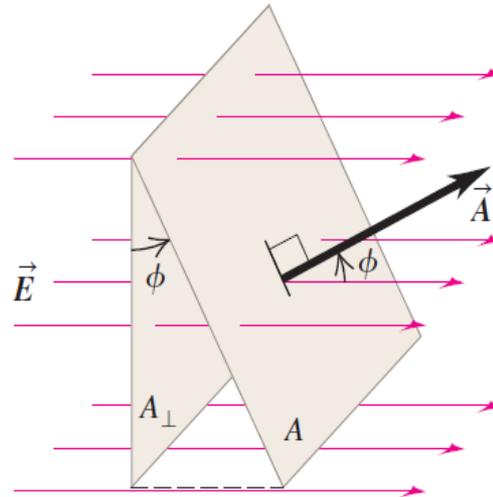
a) La superficie está de frente al campo eléctrico:

- \vec{E} y \vec{A} son paralelos (ángulo entre \vec{E} y \vec{A} es $\phi = 0$).
- El flujo $\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA$.



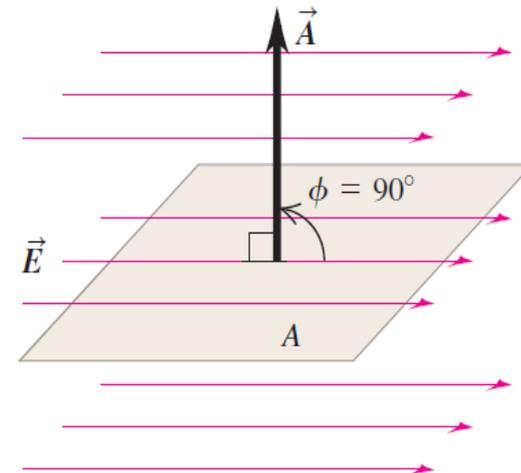
b) La superficie está inclinada un ángulo ϕ respecto de la orientación de frente:

- El ángulo entre \vec{E} y \vec{A} es ϕ .
- El flujo $\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos \phi$.



c) La superficie está de canto en relación con el campo eléctrico:

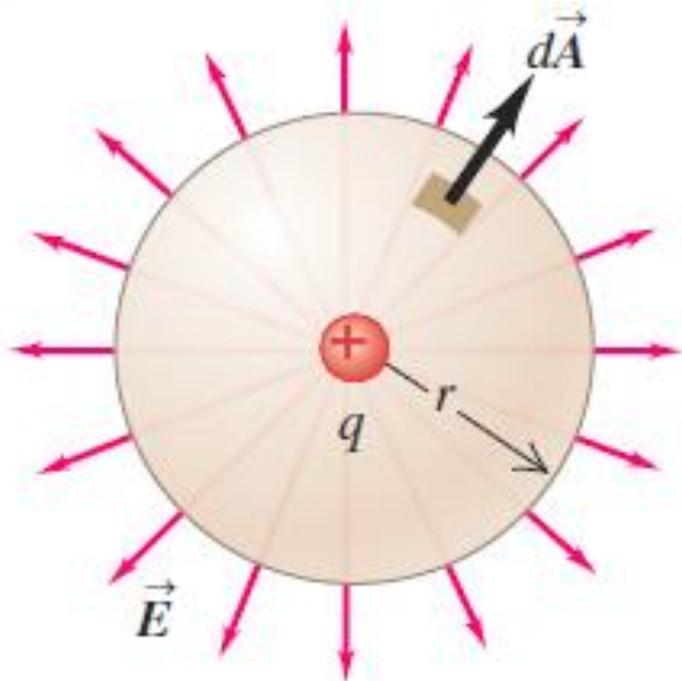
- \vec{E} y \vec{A} son perpendiculares (el ángulo entre \vec{E} y \vec{A} es $\phi = 90^\circ$).
- El flujo $\Phi_E = \vec{E} \cdot \vec{A} = EA \cos 90^\circ = 0$.



$$\Phi_E = \int E \cos \phi \, dA = \int E_{\perp} \, dA = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

Integral de superficie

Ejemplo: Flujo eléctrico a través de una superficie esférica centrada en una carga puntual



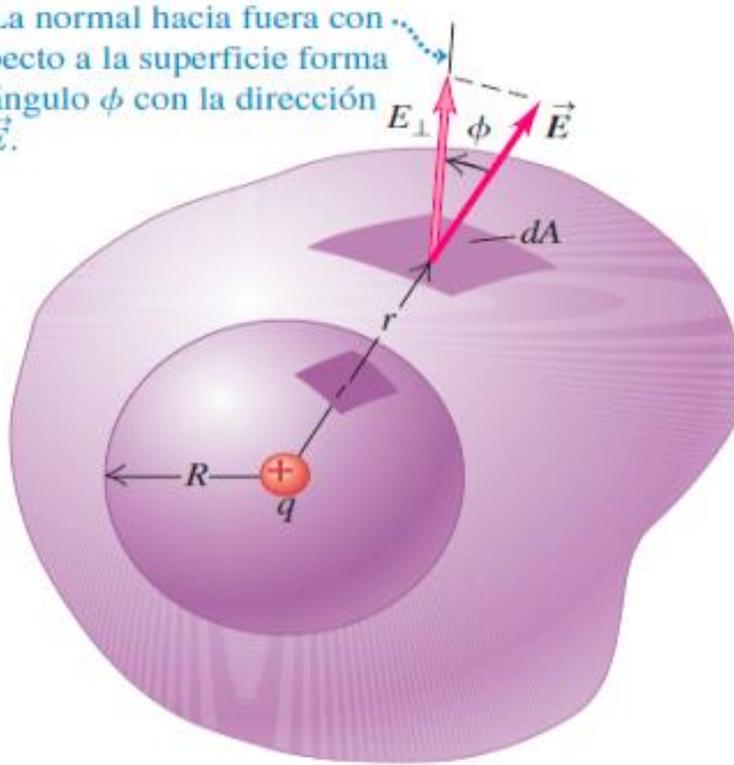
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2}$$

$$\Phi_E = \int E \cos \phi \, dA = \int E_{\perp} \, dA = \int \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

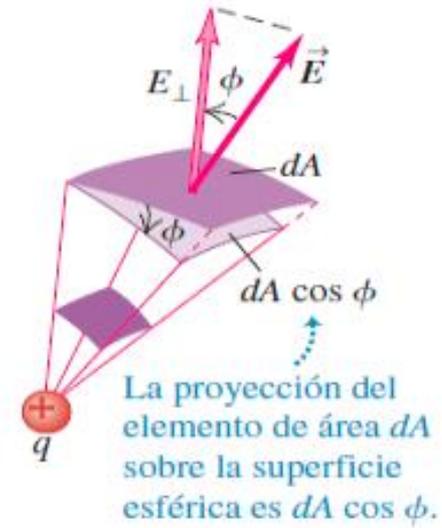
$$\Phi_E = EA = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{R^2} (4\pi R^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

Independiente de $R \rightarrow$ No depende del tamaño de la superficie esférica

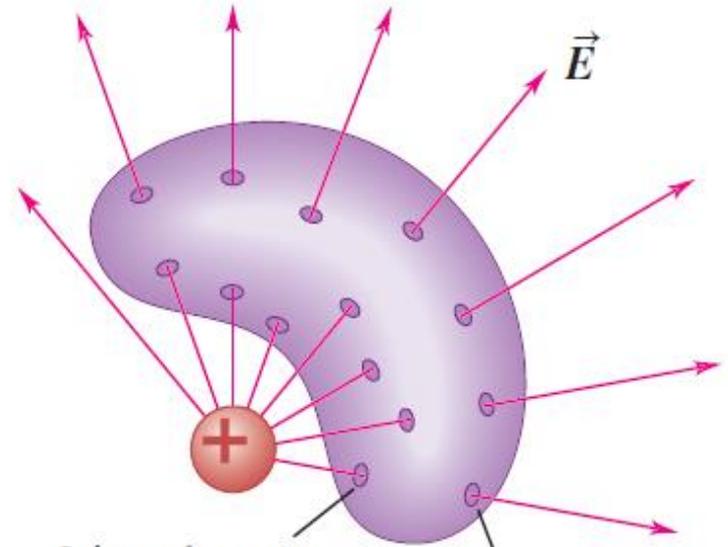
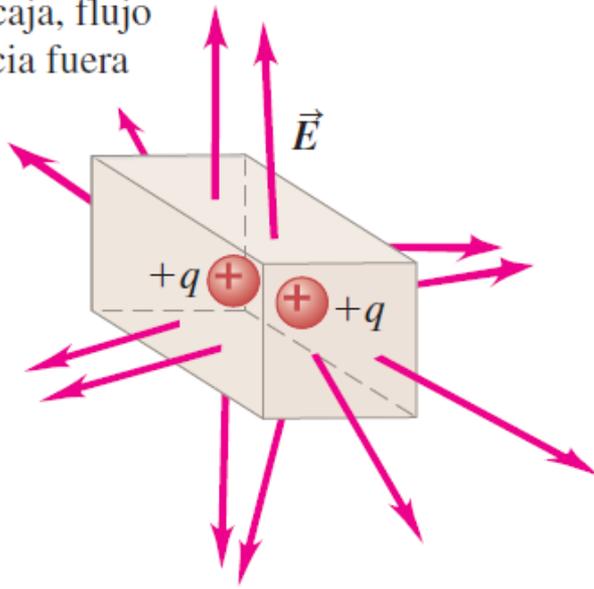
a) La normal hacia fuera con respecto a la superficie forma un ángulo ϕ con la dirección de \vec{E} .



b)



b) Cargas positivas dentro de la caja, flujo hacia fuera



Línea de campo que entra a la superficie

La misma línea de campo abandona la superficie

Ley de Gauss



Carl Friedrich Gauss
(1777-1855)

Lagrange, Joseph-Louis (1773). "Sur l'attraction des sphéroides elliptiques". *Mémoires de l'Académie de Berlin*: 125.

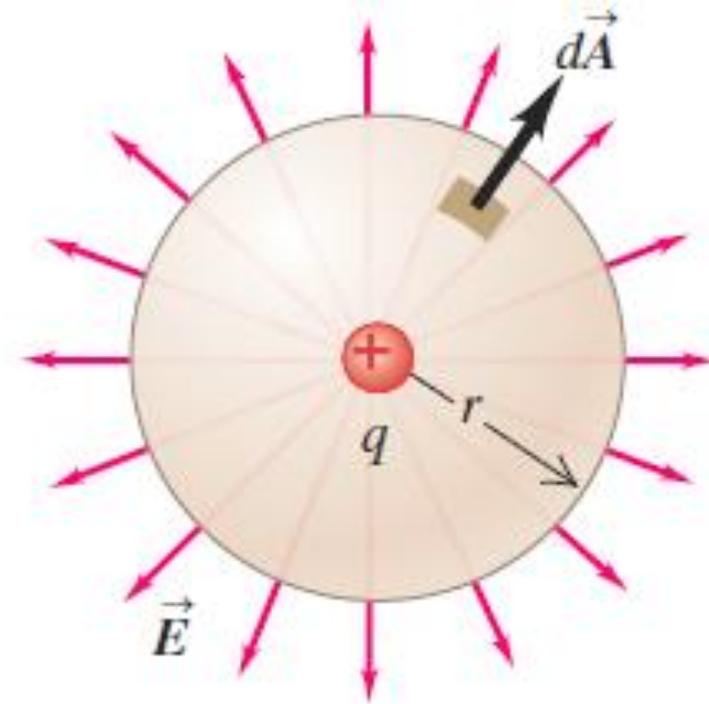
Gauss, Carl Friedrich (1835). "Theoria attractionis corporum sphaeroidicorum ellipticorum homogeneorum methodo nova tractata". (Gauss, *Werke*, vol. V, p. 1).

El flujo eléctrico total a través de una superficie cerrada es igual a la carga eléctrica total (neta) dentro de la superficie, dividida entre ϵ_0 .

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

Ejemplo 1 : Campo eléctrico de una carga puntual

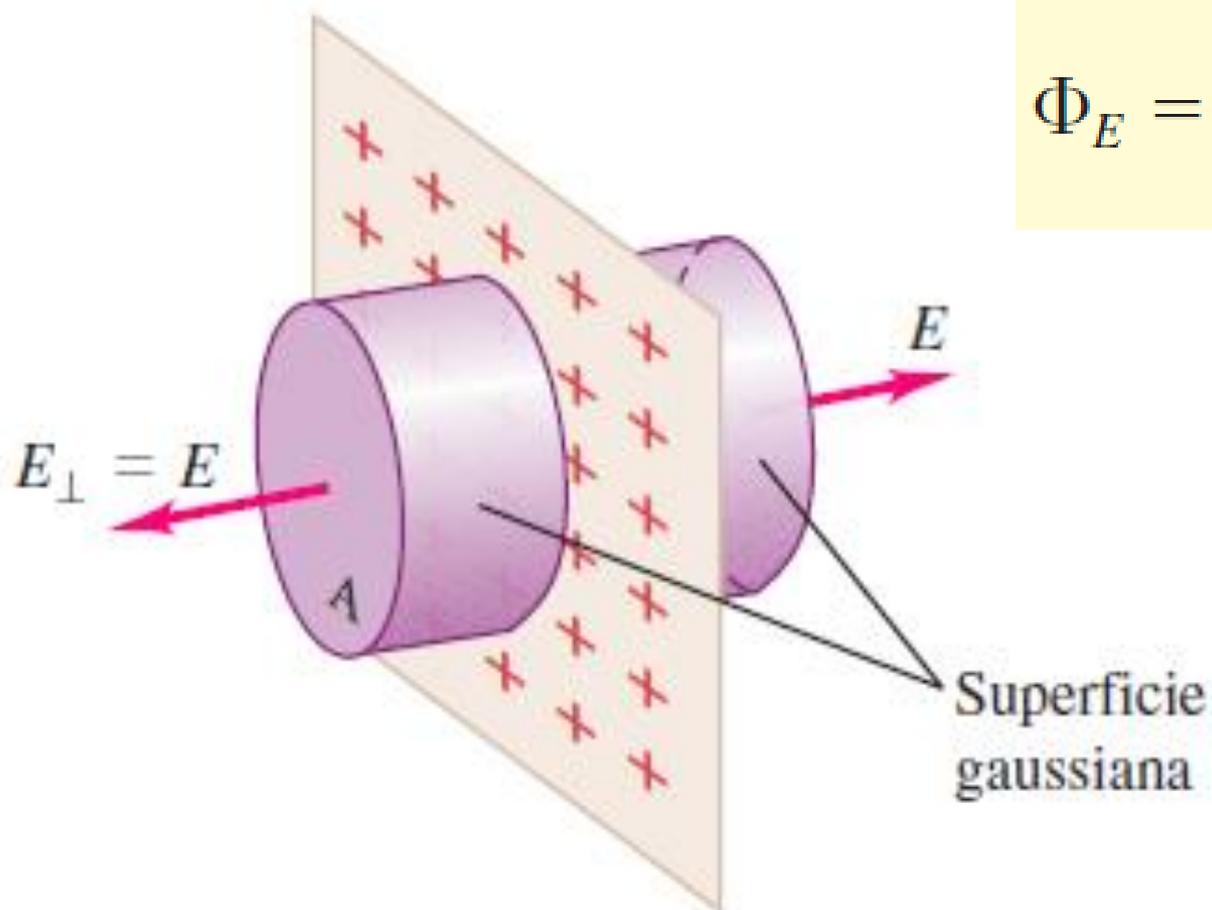
$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$



$$\Phi_E = \oint E dA = E \oint dA = E(4\pi r^2) = \frac{q}{\epsilon_0}$$

$$\Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}}$$

Ejemplo 2: Campo de una lámina plana infinita cargada



$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

$$Q_{\text{enc}} = \sigma A$$

$$2EA = \frac{\sigma A}{\epsilon_0}$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0}$$

Ejemplo 3 : Campo eléctrico y cargas en un conductor

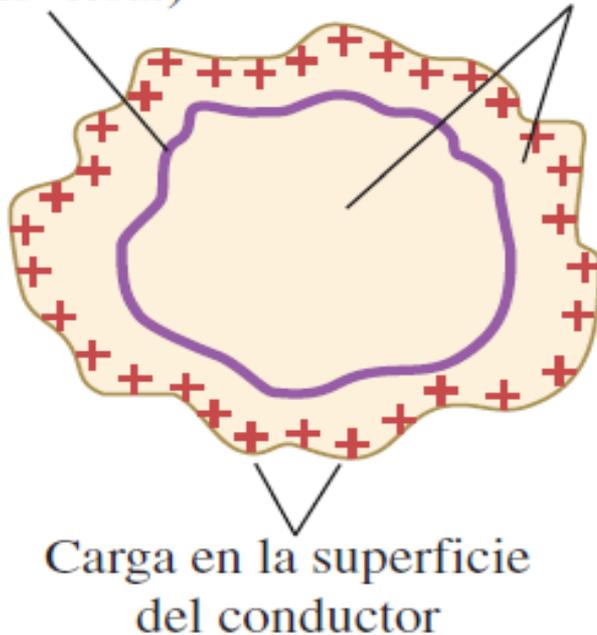
En condiciones electrostáticas (todas las cargas en reposo), el campo eléctrico dentro un conductor es igual a cero.

Demostración por el absurdo: Si \mathbf{E} no fuera cero, las cargas se moverían.

Construyo una superficie de Gauss en el interior del conductor. Como $\mathbf{E} = \mathbf{0}$, entonces la ley de Gauss dice que Q_{enc} en el interior debe ser cero.

Superficie gaussiana A
dentro del conductor
(vista en corte
transversal)

Conductor
(visto en corte
transversal)

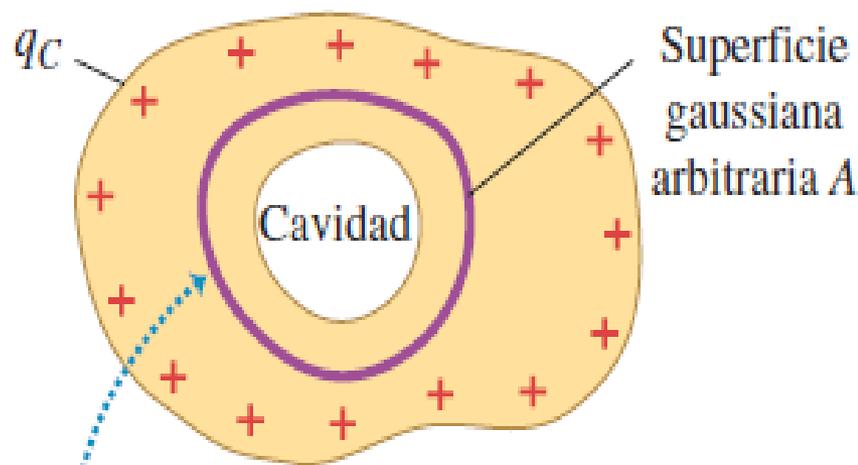


$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{enc}}{\epsilon_0}$$

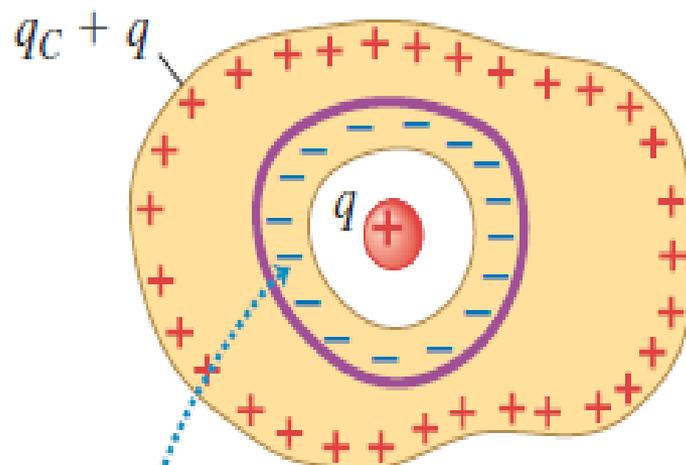
En condiciones electrostáticas (las cargas no están en movimiento), cualquier carga en exceso en un conductor sólido se encuentra por completo en la superficie del conductor.

Ejemplo 3 : Campo eléctrico y cargas en un conductor hueco

$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

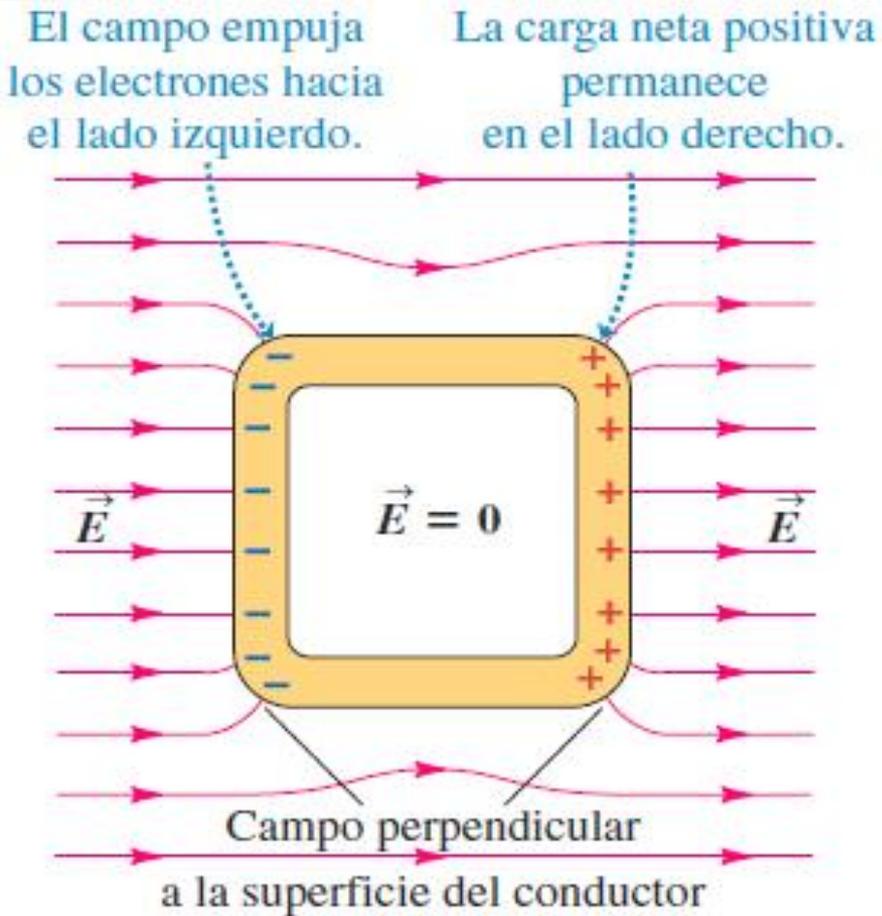


Como $\vec{E} = \mathbf{0}$ en todos los puntos dentro del conductor, el campo eléctrico debe ser igual a cero en todos los puntos de la superficie gaussiana.

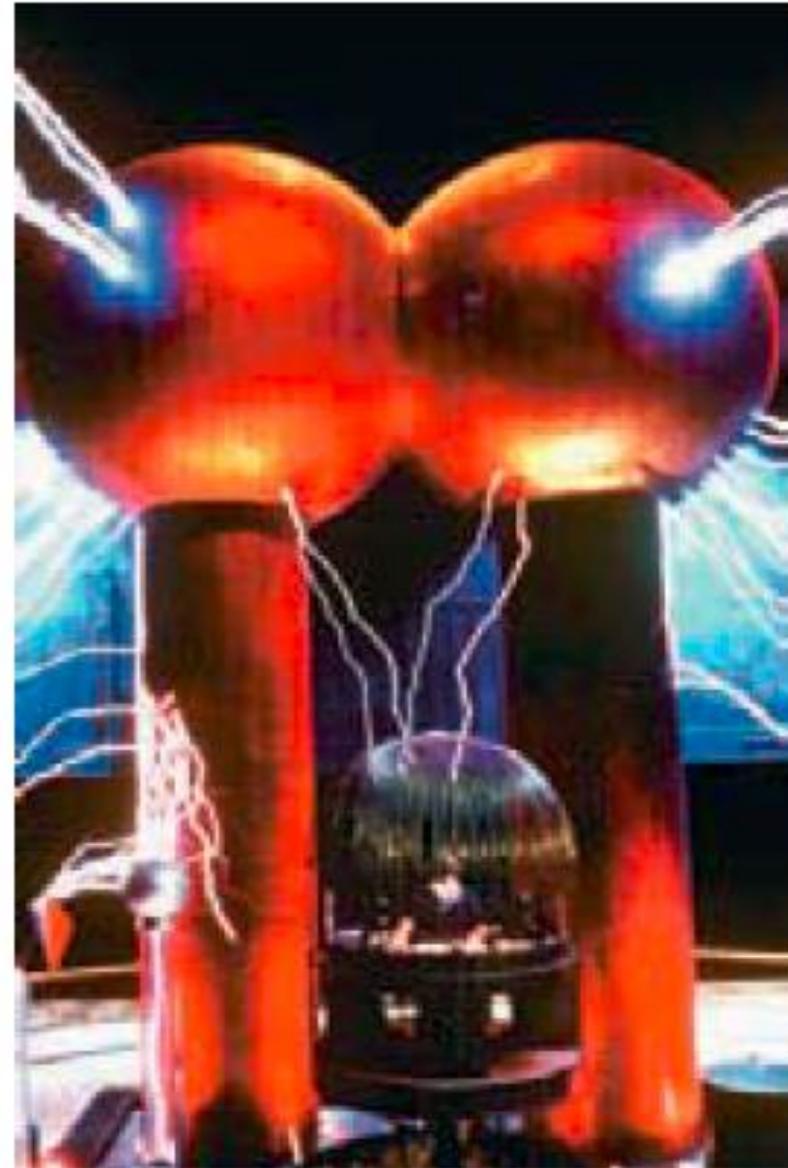


Para que \vec{E} sea igual a cero en todos los puntos de la superficie gaussiana, la superficie de la cavidad debe tener una carga total de $-q$.

Ejemplo 5: Jaula de Faraday



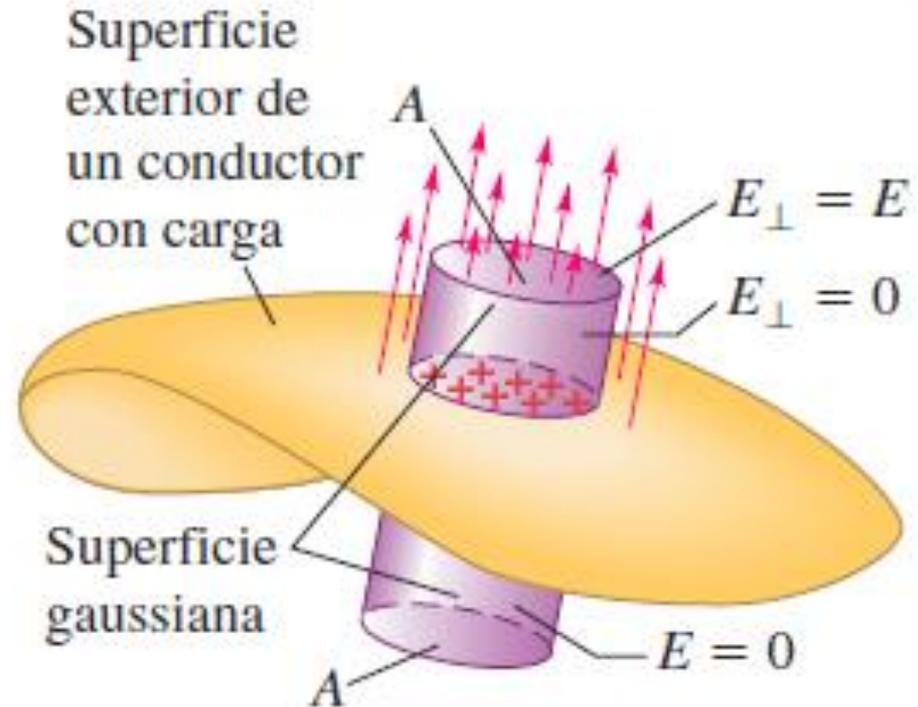
Caja conductora inmersa en un campo eléctrico uniforme. El campo de las cargas inducidas sobre la caja se combina con el campo uniforme para dar un campo total igual a cero dentro de la caja.



El aislamiento electrostático protege de las descargas eléctricas peligrosas.

Campo en la superficie de un conductor

El campo inmediatamente afuera de un conductor con carga es perpendicular a la superficie, y su componente perpendicular es igual a σ/ϵ_0 .



$$\Phi_E = \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{Q_{\text{enc}}}{\epsilon_0}$$

$$E_{\perp} A = \frac{\sigma A}{\epsilon_0} \quad \text{y} \quad E_{\perp} = \frac{\sigma}{\epsilon_0} \quad (\text{campo en la superficie de un conductor})$$