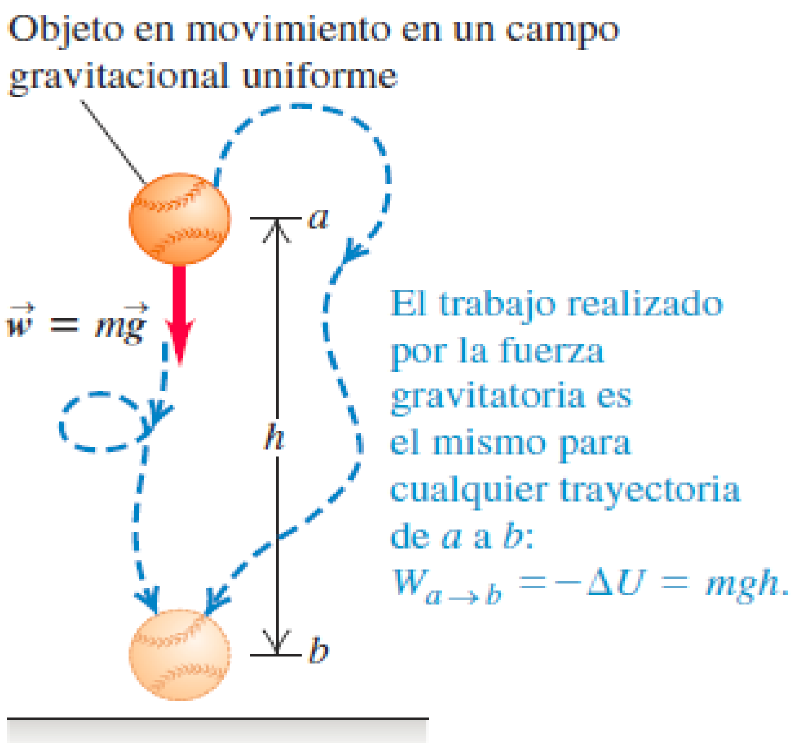
departamento de física
universidad de buenos aires - exactas
Juan José Giambiagi

Clase 4
Potencial eléctrico

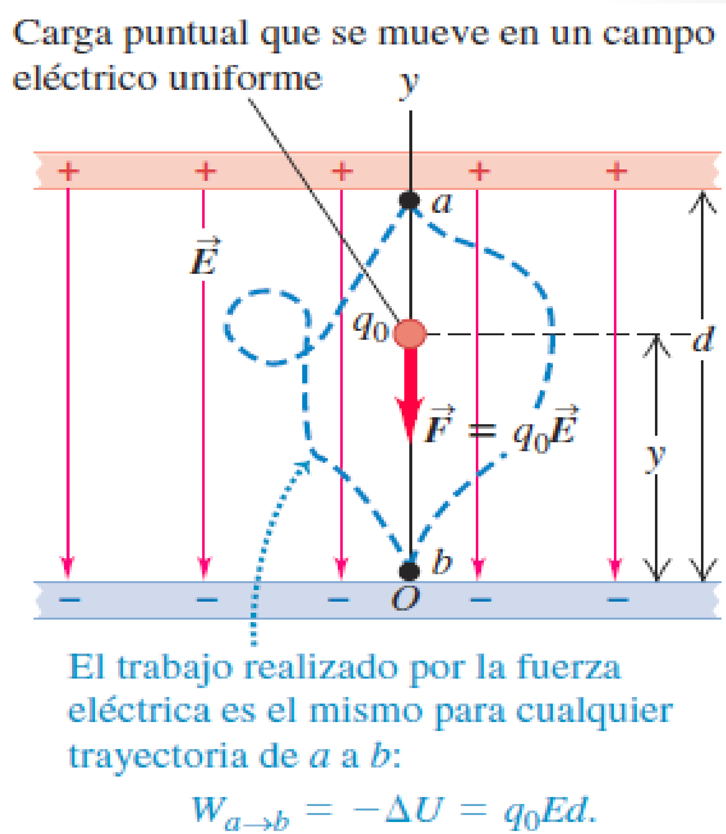
Cátedra: Diego Arbó

Energía potencial eléctrica en un campo uniforme

Trabajo realizado sobre una pelota en movimiento en un campo gravitatorio uniforme.



Trabajo realizado sobre una carga puntual que se mueve en un campo eléctrico uniforme.

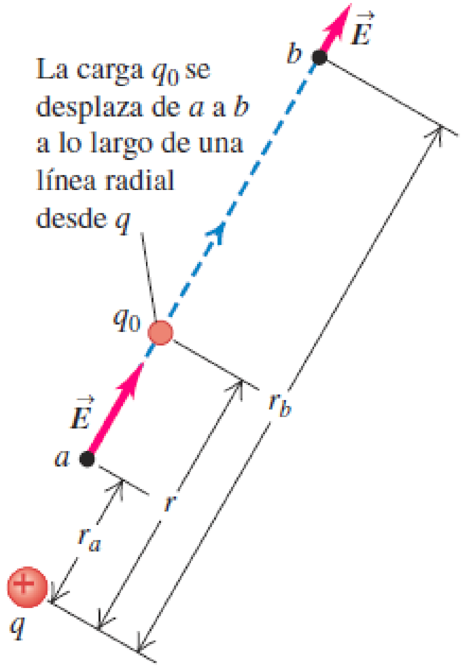


En analogía con una masa en un campo gravitatorio uniforme: *U = mgy*

La fuerza eléctrica de un campo uniforme es conservativa: $U = q_0Ey$

$$W_{a\to b} = -\Delta U = -(U_b - U_a) = -(q_0Ey_b - q_0Ey_a) = q_0E(y_a - y_b)$$

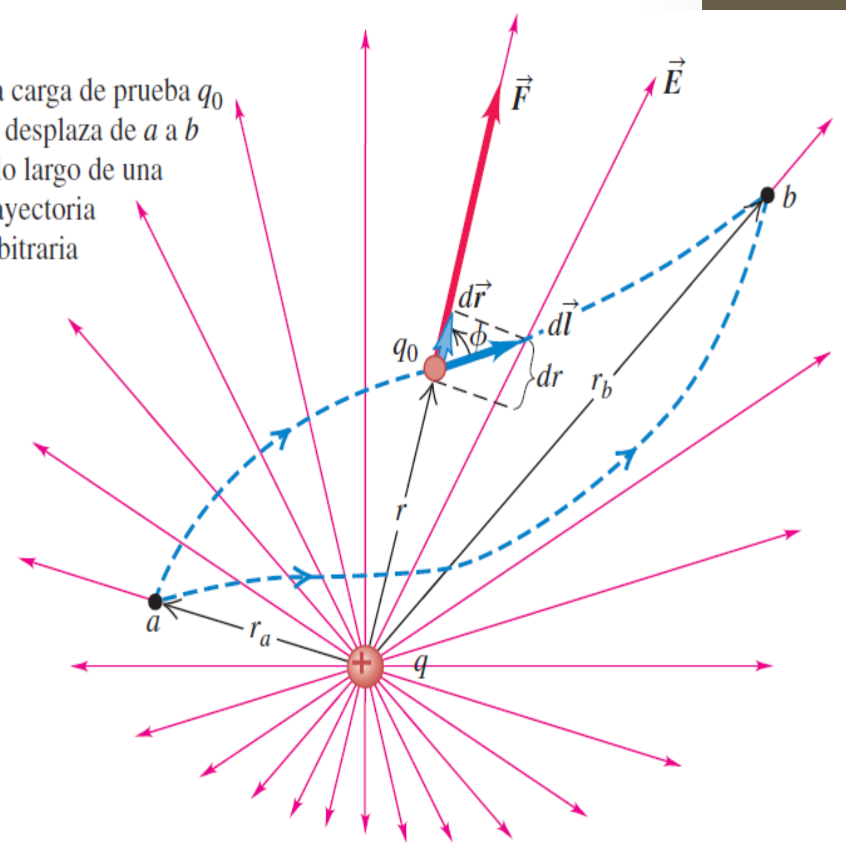
Energía potencial eléctrica de dos cargas puntuales



$$F_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}$$

$$W_{a\to b} = \int_{r_a}^{r_b} F_r dr = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}dr = \frac{qq_0}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right)$$

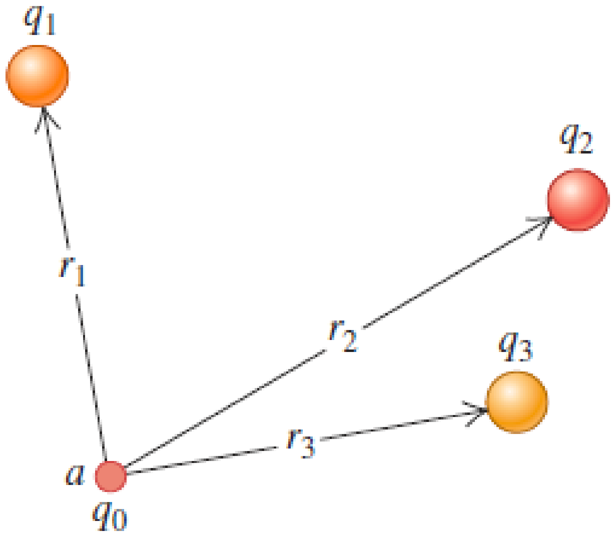
$$W_{a\to b} = \int_{r_a}^{r_b} F\cos\phi\, dl = \int_{r_a}^{r_b} \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r^2}\cos\phi\, dl$$



$$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{qq_0}{r}$$ (energía potencial eléctrica de dos cargas puntuales q y q_0)

Supongo que *U(r=∞) = 0*

Principio de superposición de la energía potencial eléctrica:



La energía potencial asociada con la carga q_0 en el punto *a* depende de las otras cargas q_1, q_2 y q_3 y de sus distancias r_1, r_2 y r_3 desde el punto *a*.

$$U = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0}\left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} + \frac{q_3}{r_3} + \cdots\right) = \frac{q_0}{4\pi\epsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i} \quad \text{(carga puntual } q_0 \text{ y conjunto de cargas } q_i\text{)}$$

Energía potencial total de la distribución: $$U = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_{i<j}\frac{q_i q_j}{r_{ij}}$$

Para todo campo eléctrico debido a una distribución de carga estática, la fuerza ejercida por ese campo es conservativa

Potencial eléctrico

Potencial es la energía potencial por unidad de carga:

$$V = \frac{U}{q_0} \quad \text{o bien,} \quad U = q_0 V$$

$$1\ \mathrm{V} = 1\ \text{volt} = 1\ \mathrm{J/C} = 1\ \text{joule/coulomb}$$

El trabajo por unidad de carga:

$$\frac{W_{a\to b}}{q_0} = -\frac{\Delta U}{q_0} = -\left(\frac{U_b}{q_0} - \frac{U_a}{q_0}\right) = -(V_b - V_a) = V_a - V_b$$

Potencial V debido a una carga puntual q:

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}$$

$$V = \frac{U}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\sum_i \frac{q_i}{r_i} \quad \text{(potencial debido a un conjunto de cargas puntuales)}$$

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int \frac{dq}{r} \quad \text{(potencial debido a una distribución continua de carga)}$$

Supongo que $V(r=\infty) = 0$

El voltaje de esta batería es igual a la diferencia de potencial $V_{ab} = V_a - V_b$ entre su terminal positiva (punto *a*) y su terminal negativa (punto *b*)

Punto *a*

Punto *b*

$V_{ab} = 1.5$ volts

¿Cuál es el cambio de energía potencial de un electrón que se mueve de un punto *a* a un punto *b* con $V_{ab} = 1V$?

$$U_a - U_b = q(V_a - V_b) = qV_{ab}$$

$$U_a - U_b = (1.602 \times 10^{-19}\,\mathrm{C})(1\,\mathrm{V}) = 1.602 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$$

Definición: 1 electron volt = $1\,\mathrm{eV} = 1.602 \times 10^{-19}\,\mathrm{J}$

Relación entre el potencial eléctrico y el campo eléctrico:

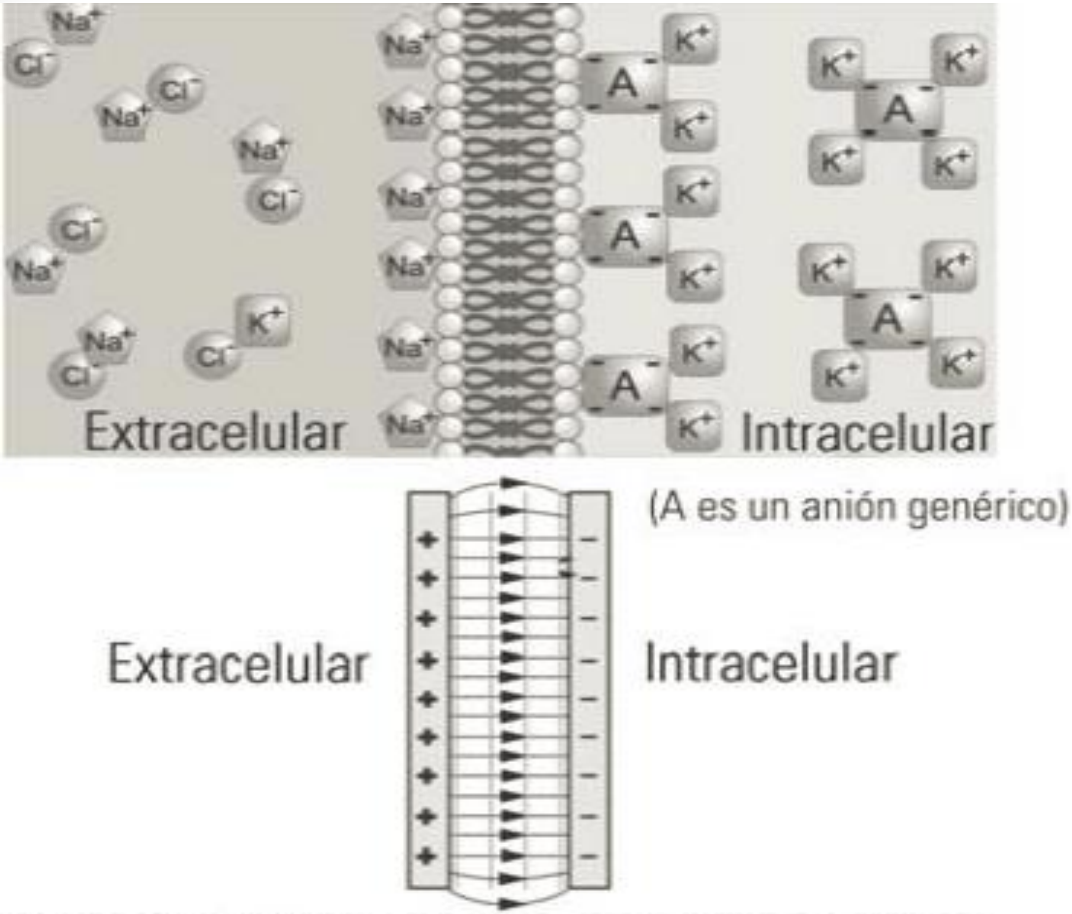
$$W_{a\to b} = \int_a^b \vec{F}\cdot d\vec{l} = \int_a^b q_0\vec{E}\cdot d\vec{l}$$

$$\boxed{V_a - V_b = \int_a^b \vec{E}\cdot d\vec{l}}$$

La unidad de diferencia de potencial es el Volt:

1V = 1 J/C = 1 Nm/C

Ejemplo: Membrana celular



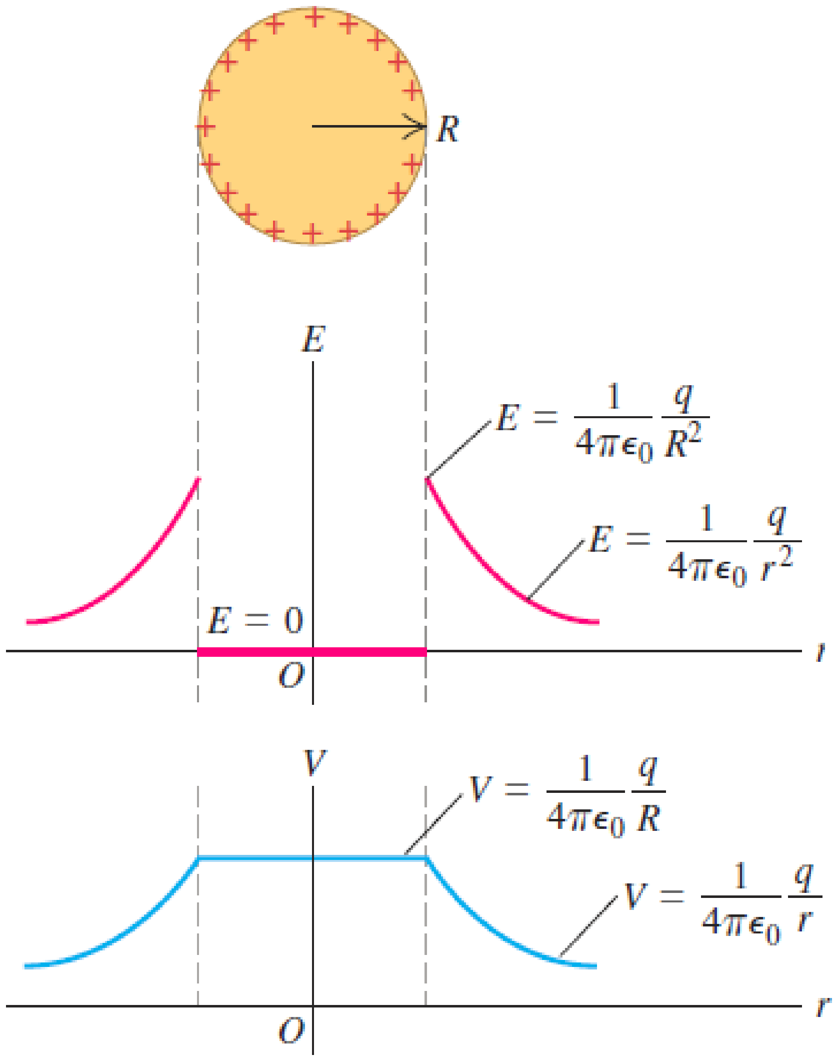
Campo eléctrico en una membrana celular

$$\Delta V = 80\frac{mJ}{C} = 80mV$$

¿Cuál es la energía necesaria para sacar de la célula un mol de iones de K^+?

$$q \,.\, \Delta V = 6{,}02 \times 10^{23} \,.\, 1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C} \,.\, 80 \times 10^{-3}\,\mathrm{V} = 7706\ \mathrm{J}$$

Ejemplo: Esfera conductora con carga

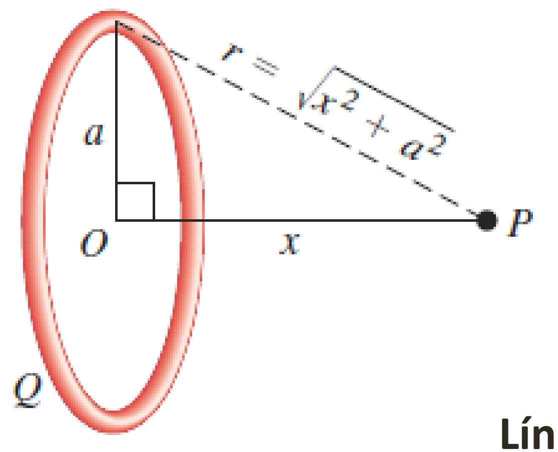


Los aislantes se vuelven conductores si el campo eléctrico supera un máximo E_m. Por ejemplo, el aire se ioniza si $E_m = 3 \times 10^6$ V/m.

$$V_m = RE_m$$

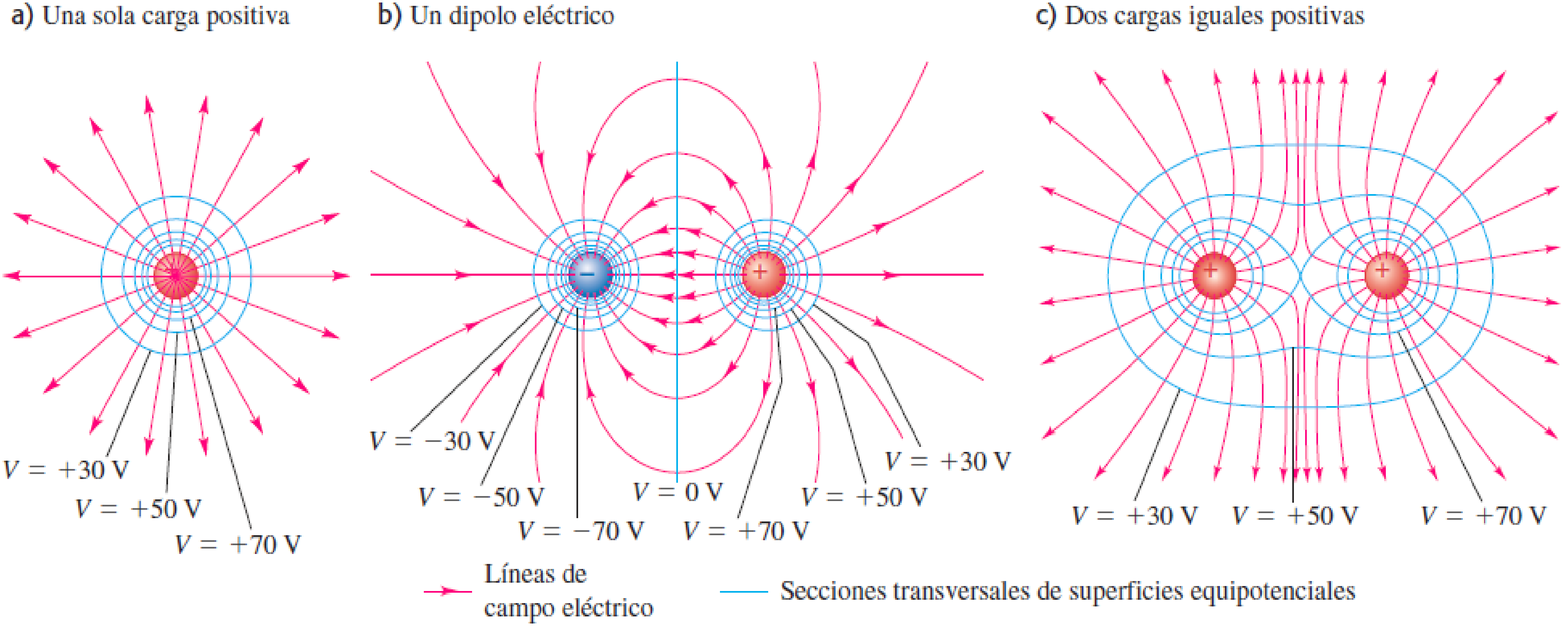
A un mismo potencial, si R es pequeño, entonces E_m es grande. La corriente resultante y el resplandor asociado a ella se llama *corona.*
Si hay un exceso de carga en la atmósfera (tormentas), en el extremo de los pararrayos metálicos se acumula una cantidad sustancial de carga del signo contrario. Como resultado, cuando la carga atmosférica se descarga a través de relámpagos, tiende a ser atraída hacia el pararrayos y no hacia otras estructuras cercanas que podrían resultar dañadas.

Ejemplo: Anillo de carga



$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\int\frac{dq}{r} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{1}{\sqrt{x^2+a^2}}\int dq = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{Q}{\sqrt{x^2+a^2}}$$

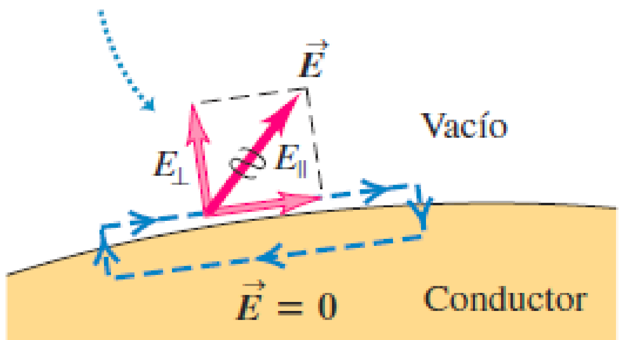
Líneas de superficies equipotenciales



Las líneas de campo y las superficies equipotenciales son siempre perpendiculares

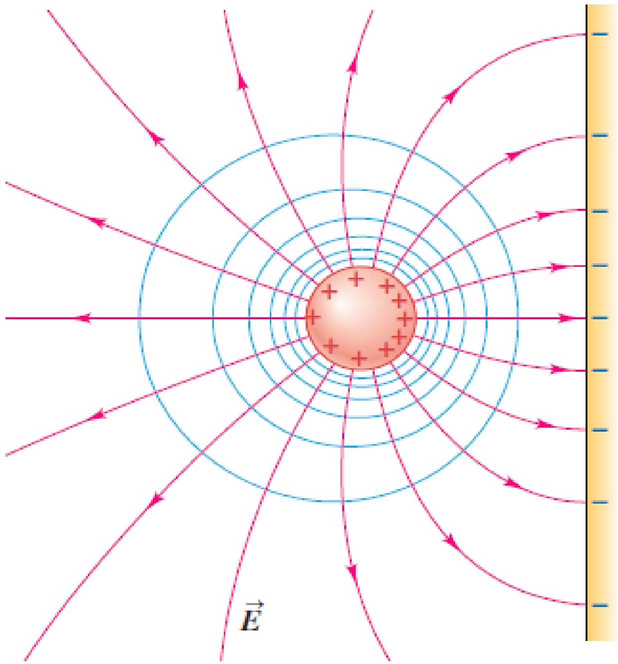
Equipotenciales y conductores

Un campo eléctrico imposible
Si el campo eléctrico inmediatamente afuera de un conductor tuviera una componente tangencial $E_{\parallel}$, una carga podría moverse en una espira con trabajo neto realizado.



En todos los puntos de la superficie de un conductor, el campo eléctrico debe ser perpendicular a la superficie.

Si **E** tuviera una componente tangencial, se realizaría una cantidad neta de trabajo sobre una carga de prueba al moverla en una espira como la que se ilustra, lo que es imposible porque la fuerza eléctrica es conservativa.

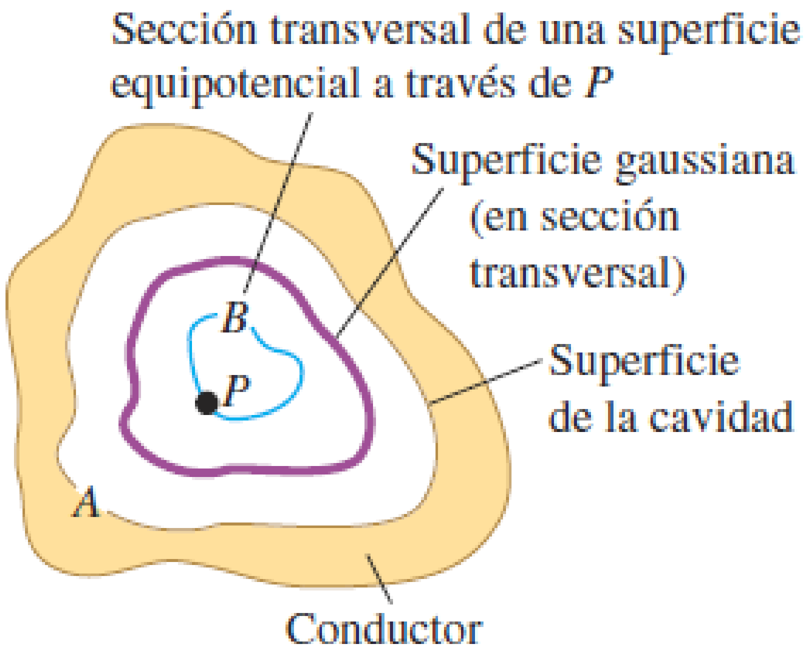


Secciones transversales de las superficies equipotenciales

Cuando las cargas están en reposo, **una superficie conductora siempre es una superficie equipotencial** ya que las líneas de campo son perpendiculares a una superficie conductora.

Cavidad en un conductor

Si la cavidad no contiene carga, todos los puntos de tal cavidad están al mismo potencial, el campo eléctrico es igual a cero en cualquier lugar de ella, y no hay carga en ningún lugar sobre su superficie.



Gradiente de potencial

$$V_a - V_b = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$V_a - V_b = \int_b^a dV = -\int_a^b dV$$

$$-\int_a^b dV = \int_a^b \vec{E} \cdot d\vec{l}$$

$$-dV = \vec{E} \cdot d\vec{l} = E_x dx + E_y dy + E_z dz$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \qquad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \qquad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$ (componentes de $\vec{E}$ en términos de V)

$$\vec{E} = -\left(\hat{\imath}\frac{\partial V}{\partial x} + \hat{\jmath}\frac{\partial V}{\partial y} + \hat{k}\frac{\partial V}{\partial z}\right) = -\vec{\nabla} V$$

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r}$$ (campo eléctrico radial)

Ejemplo:
Potencial y campo
de una carga puntual

$$E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} = -\frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r}\right) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2} \Rightarrow \vec{E} = \hat{r}E_r = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$