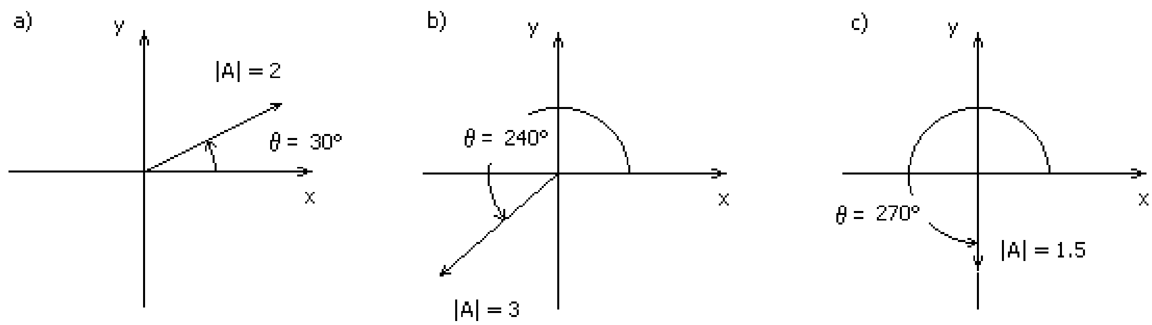
Guía 0

Vectores y Ecuaciones Diferenciales

1. Determine el módulo y la dirección de los siguientes vectores. Represéntelos gráficamente.
   a) **A** = (-4; 3) b) **B** = (2; 0) c) **C** = $-2\,\hat{x} - 3\,\hat{y}$ d) **D** = $0\,\hat{x} - 5\,\hat{y}$

2. Halle las componentes cartesianas de los siguientes vectores:



3. Dados los vectores **A** y **B** indicados, halle gráficamente su suma.

   a) **A** = (-3; 2) **B** = (-2; 5)
   b) **A** tal que |**A**| = 2 , θ = 240 ° **B** tal que |**B**|= 3 , θ = 135 °
   c) **A** = (-2; 0) **B** = (0; 4)

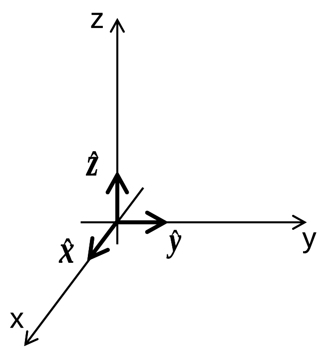
4. Sean **A** y **B** los vectores dados en el ejercicio anterior. Halle analíticamente las componentes cartesianas y polares del vector **A** + **B**, y del **A** – **B**. ¿El módulo del vector suma, **C = A** + **B**, es igual a la suma de los módulos de **A** y de **B**?

5. Halle el vector que tiene origen en el punto **A** y extremo en el punto **B** en los siguientes casos:
   a) **A**=(2; -1) y **B**=(-5; -2). b) **A** =(2; -5; 8) y **B**=(-4; -3; 2).

6. Dados los vectores:
   A = $(3\,\hat{x} + 2\,\hat{y} + 3\,\hat{z})$ **B** = $(4\,\hat{x} - 3\,\hat{y} + 2\,\hat{z})$ **C** = $(-2\,\hat{y} - 5\,\hat{z})$
   efectúe las siguientes operaciones:
   a) (**A** – **B**)/|**C**| + **C** b) 5**A** - 2**C** c) –2 **A** + **B** – **C**/5

Se define el **producto escalar** entre dos vectores **A** y **B** como: $\mathbf{A}\,.\,\mathbf{B} = \lvert\mathbf{A}\rvert\lvert\mathbf{B}\rvert\cos\theta$, donde θ es el ángulo que forman los dos vectores.

7. Sean $\hat{x}$ = (1;0;0) $\hat{y}$ = (0;1;0) $\hat{z}$ = (0;0;1) los versores usuales de la terna derecha mostrada en la figura. Calcule $\hat{x}.\hat{x}$, $\hat{x}.\hat{y}$, $\hat{x}.\hat{z}$, $\hat{y}.\hat{x}$, $\hat{y}.\hat{y}$, $\hat{y}.\hat{z}$, $\hat{z}.\hat{x}$, $\hat{z}.\hat{y}$, $\hat{z}.\hat{z}$



8. Usando la propiedad distributiva del producto escalar respecto a la suma y los resultados del ejercicio anterior, demuestre que si: $\mathbf{A} = Ax\,\hat{x} + Ay\,\hat{y} + Az\,\hat{z}$ y $\mathbf{B} = Bx\,\hat{x} + By\,\hat{y} + Bz\,\hat{z}$ entonces

$$\boxed{\mathbf{A}\cdot\mathbf{B} = Ax\,Bx + Ay\,By + Az\,Bz}$$

9. Efectúe el producto escalar de los vectores **A** y **B** y diga si en algún caso **A** es perpendicular a **B**.
   a) $\mathbf{A} = 3\,\hat{x} - 2\,\hat{j} + \hat{z}$ $\qquad\mathbf{B} = -\,\hat{x} + 3\,\hat{z}$
   b) **A** = (2; 3; -1) $\qquad$ **B** = (6; -5; 2)
   c) |**A**| = 3 $\quad$ |**B**| = 2 $\quad$ θ = 60° $\quad$ (θ: ángulo entre **A** y **B**)

10. La posición de una partícula en el espacio se puede describir con el siguiente vector posición :
    $\mathbf{r}(t) = (t^3 + 2t + 1)\,\hat{x} - e^{2t}\,\hat{y} + \cos(3t)\,\hat{z}$ halle :
    a) $\mathbf{v}(t) = d\mathbf{r}/dt$
    b) $|\mathbf{v}(t)| = |d\mathbf{r}/dt|$
    c) $\mathbf{a}(t) = d^2\mathbf{r}/d^2t$

    En los tres casos especializar en t = 0 y en t = π/6.

- Se define el **producto vectorial** entre dos vectores **A** y **B** como: **A** × **B = C** tal que

i) $|C| = |A|\,|B|\,\mathrm{sen}\theta$, donde θ es el ángulo que forman los dos vectores.
ii) **C** tiene dirección perpendicular al plano determinado por **A** y **B**
iii) El sentido es tal que **A**, **B** y **C** estén relacionados por la regla de la mano derecha.

11. Sean $\hat{x}$, $\hat{y}$, $\hat{z}$ los versores usuales de la terna derecha.
    Calcule: $\hat{x}\times\hat{x}$, $\hat{x}\times\hat{y}$, $\hat{x}\times\hat{z}$, $\hat{y}\times\hat{x}$, $\hat{y}\times\hat{y}$, $\hat{y}\times\hat{z}$, $\hat{z}\times\hat{x}$, $\hat{z}\times\hat{y}$, $\hat{z}\times\hat{z}$

12. Usando la propiedad distributiva del producto vectorial respecto de la suma y los resultados del ejercicio anterior, demuestre que si: $\mathbf{A} = A_x\hat{x} + A_y\hat{y} + A_z\hat{z}$, $\mathbf{B} = B_x\hat{x} + B_y\hat{y} + B_z\hat{z}$ entonces:
    $\mathbf{A}\times\mathbf{B} = (A_y B_z - A_z B_y;\ A_z B_x - A_x B_z;\ A_x B_y - A_y B_x)$

13. Sean los vectores **A** = (3; 2; 1), **B** = (1; 0; -1) y **C** = (0;-2; 4). Calcule:
    a) **B** × **C** , b) -4 (**B** × **B**) - **A** , c) (**A**+**B**) × **C** , d) (**A** × **B**) . **C**