

Óptica geométrica

Repasinho

Fermat

Dioptras

Lentes delgadas

O de cómo manejar rayos para que hagan lo que uno quiera

En el capítulo anterior...



Christian Huygens

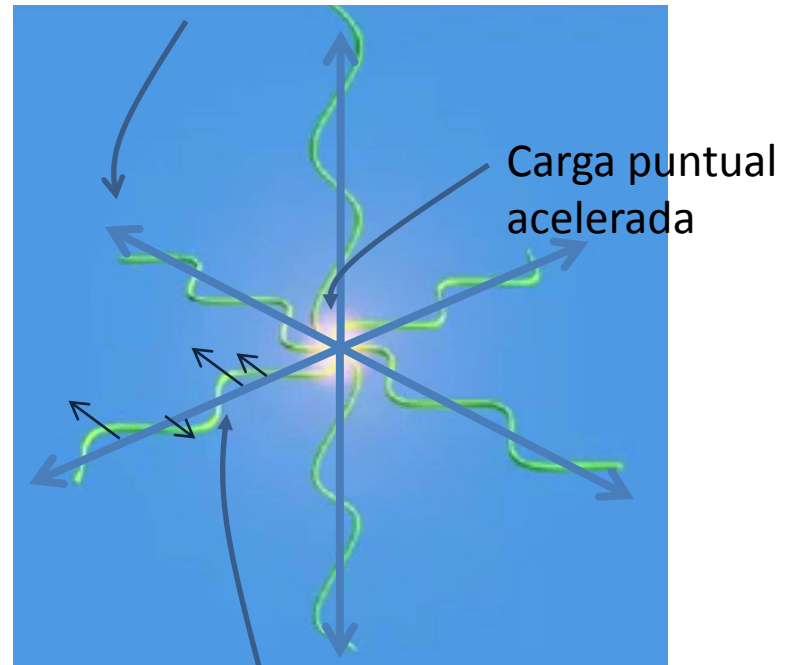


James Maxwell

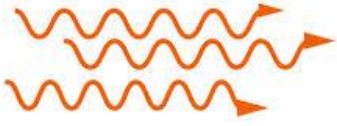


La luz es una onda que describe la propagación espacio-temporal de campos eléctricos y magnéticos producidos por cargas aceleradas.

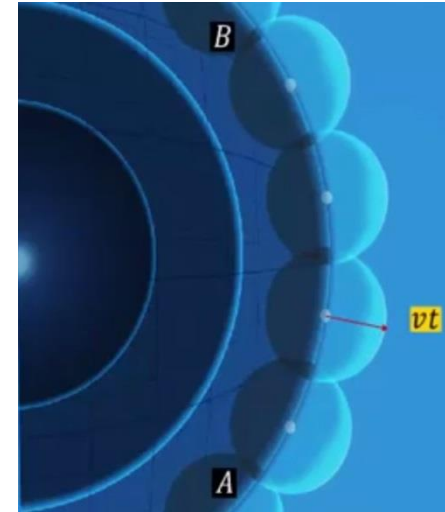
direccion de propagación (rayo)



direccion de \vec{E}_0



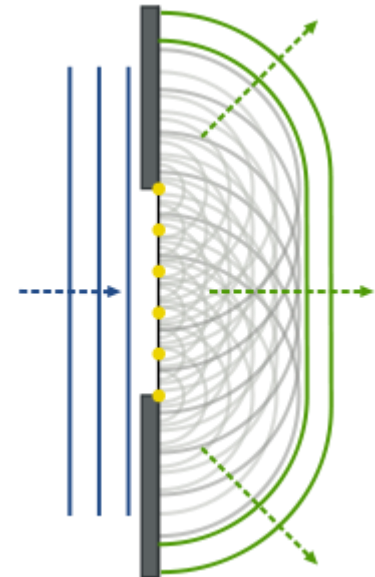
Christian Huygens



Cada fuente secundaria emite ondas esfericas

Principio de Huygens

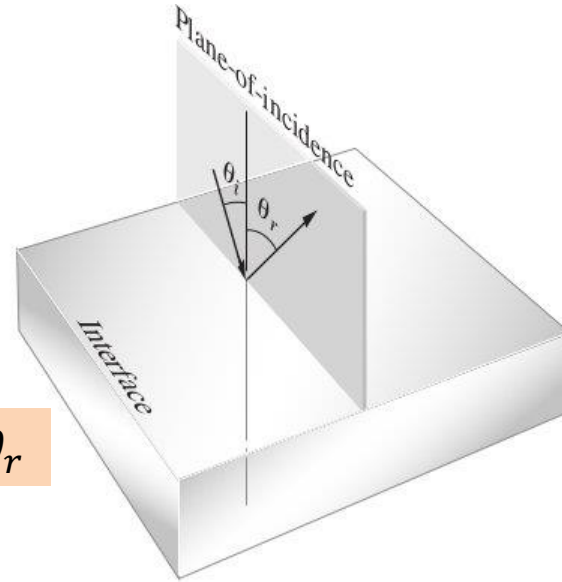
“...Cada punto del frente de ondas actua como un nuevo foco emisor secundario que genera ondas secundarias esfericas. Estas onditas se propagan a la velocidad de la onda en el medio. La posición de la superficie tangente a todas las onditas secundarias coincide con la posición que tendrá el frente de onda un instante despues”





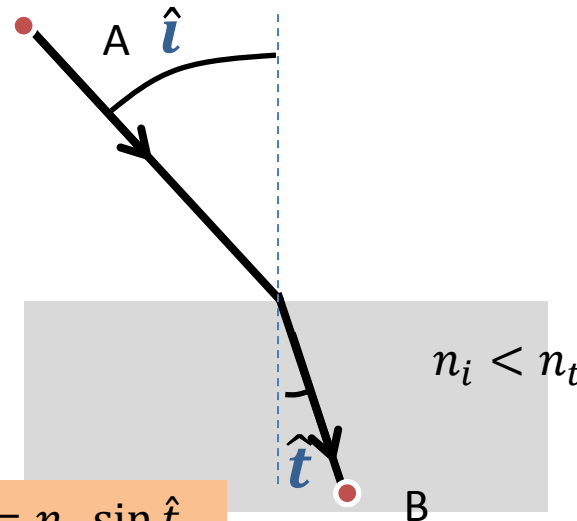
Christian Huygens

Ley de reflexión



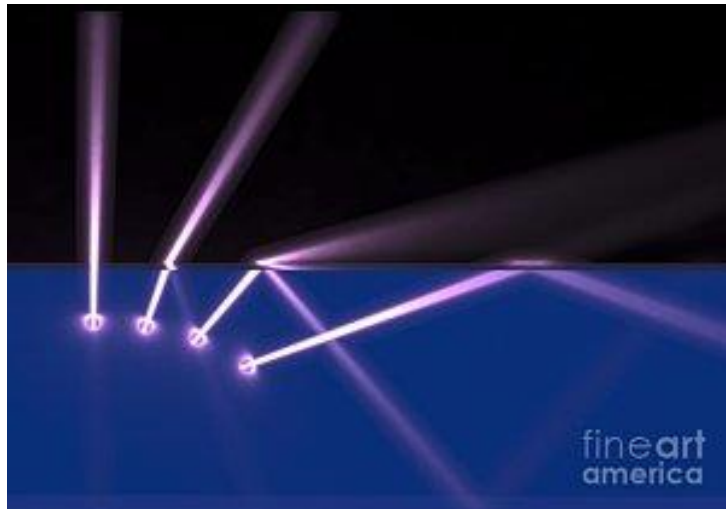
$$\theta_i = \theta_r$$

Ley de refracción



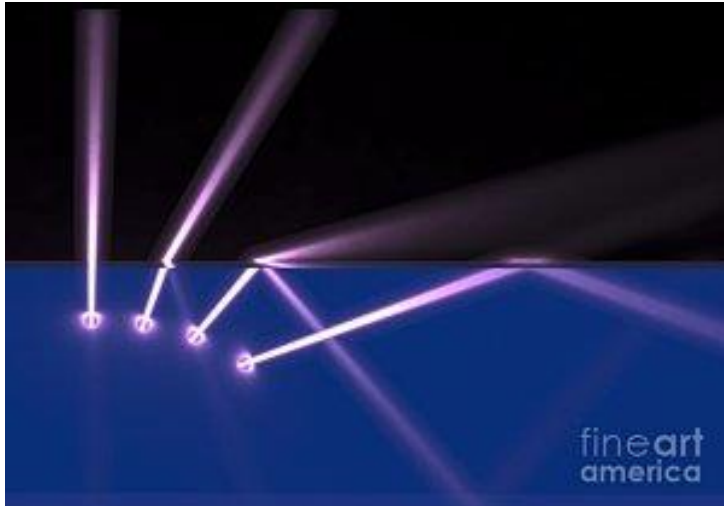
$$n_i \sin \hat{i} = n_t \sin \hat{t}$$

$$v = \frac{c}{n}$$





Christian Huygens



Ley de reflexión

$$\theta_i = \theta_r$$

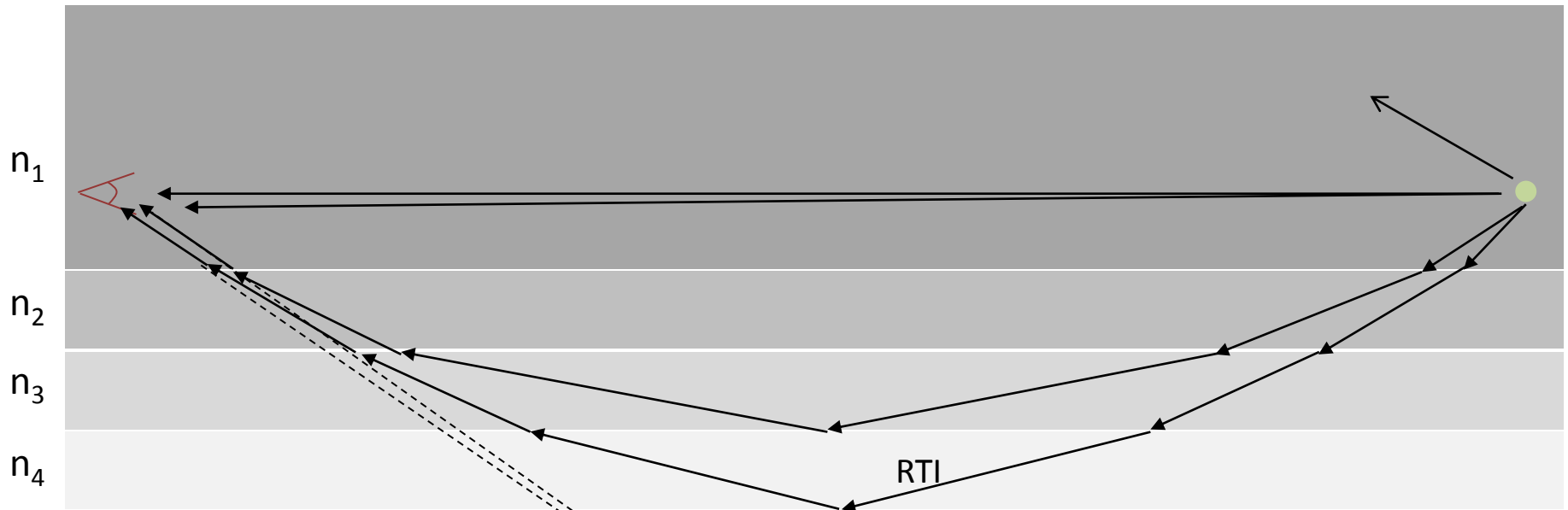
Ley de refracción

$$n_i \sin \hat{i} = n_t \sin \hat{t}$$

**Reversibilidad de
caminos ópticos**

Así se fabrica un espejismo

$$n_1 > n_2 > n_3 > n_4$$

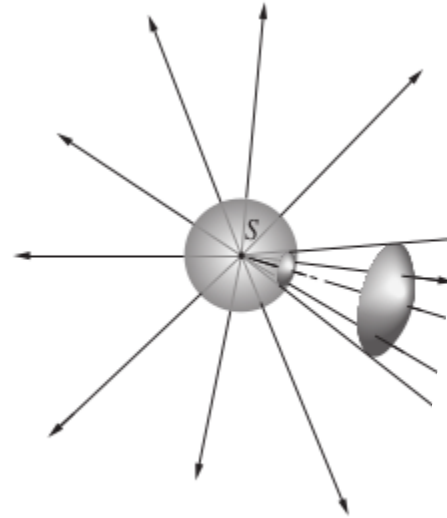


- El observador vislumbra **dos** imágenes puntuales
- Todas las trayectorias tienen diferente longitud geométrica pero idéntica **Longitud de Camino Óptico**

Imagen virtual

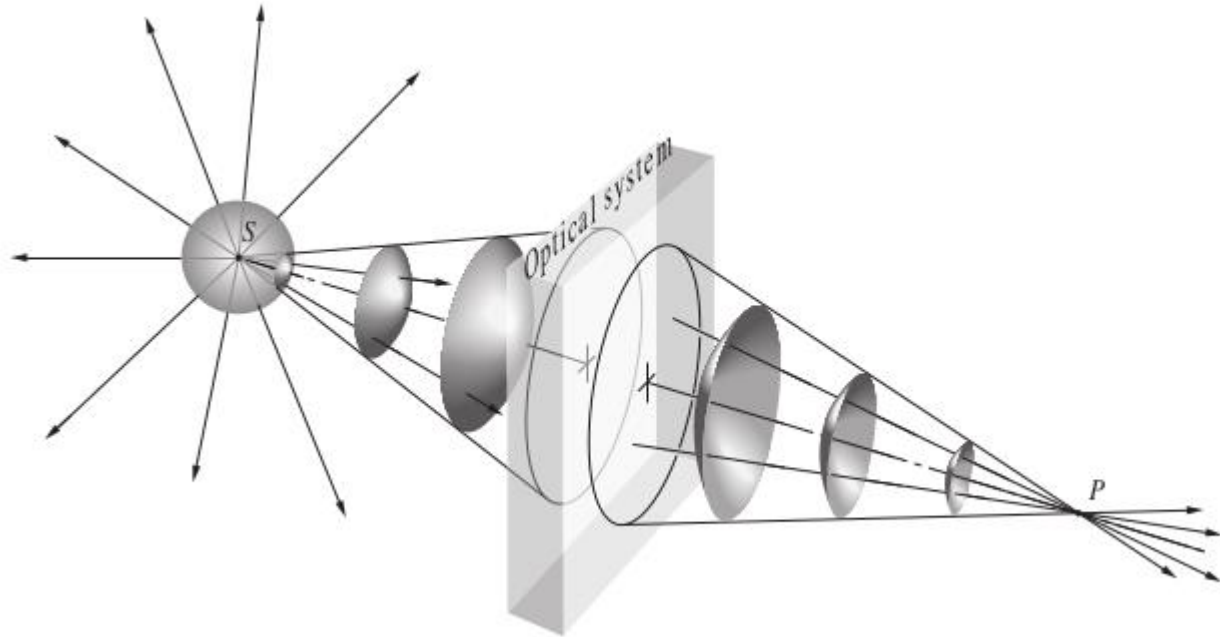


Empezando a imaginear

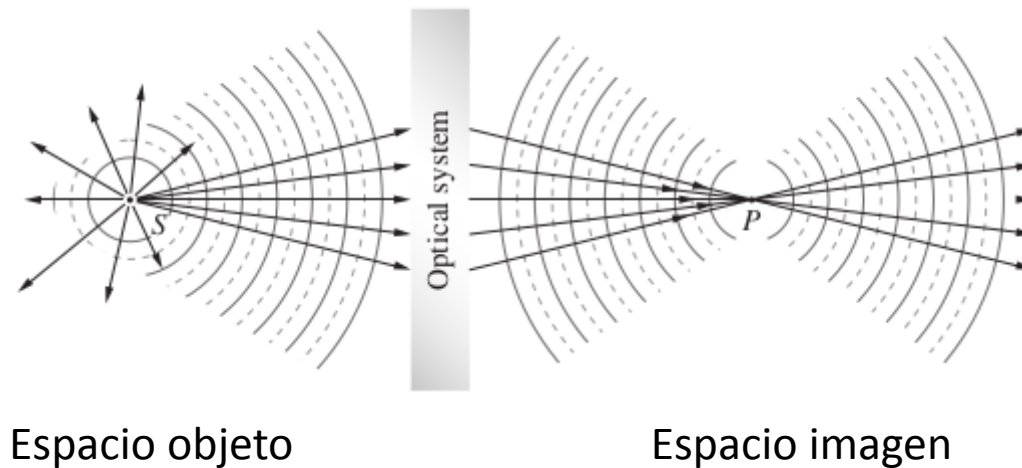


Cada punto de la superficie de una fuente luminosa, o de un objeto iluminado, puede considerarse como una fuente puntual que emite ondas esféricas.

Deformando frentes de onda

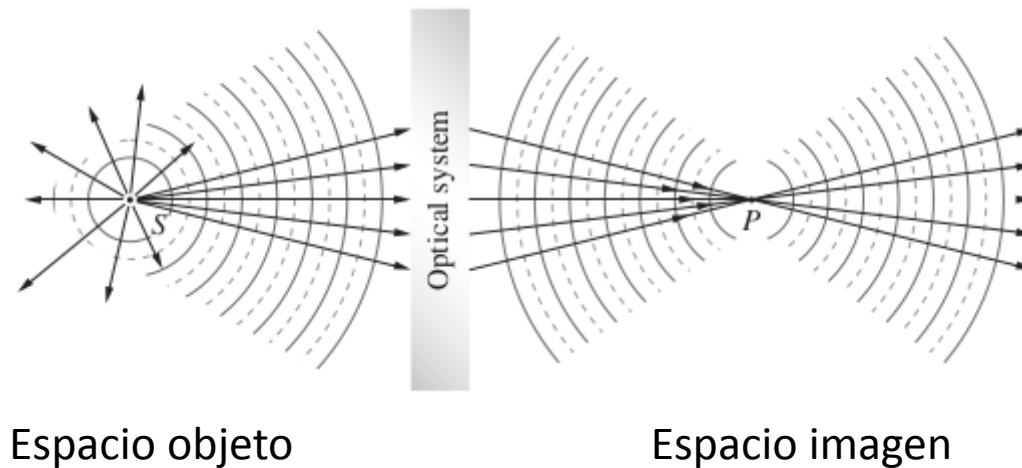


Deformando frentes de onda



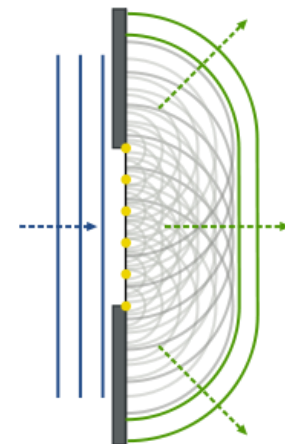
- Dentro de lo que llamamos sistema óptico ocurren refracciones y reflexiones que tienen como resultado el cambio de dirección de rayos (deformación del frente de onda)
- En este ejemplo la imagen de un punto es un punto. El sistema óptico transforma un punto objeto (S) en un punto imagen (P). (Esto no siempre es así...y cuando no ocurre: se habla de *aberraciones*)
- Como la propagación de rayos es reversible. Si el objeto estuviera en P su imagen sería el punto S . Se dice que S y P son **puntos conjugados**

Deformando frentes de onda

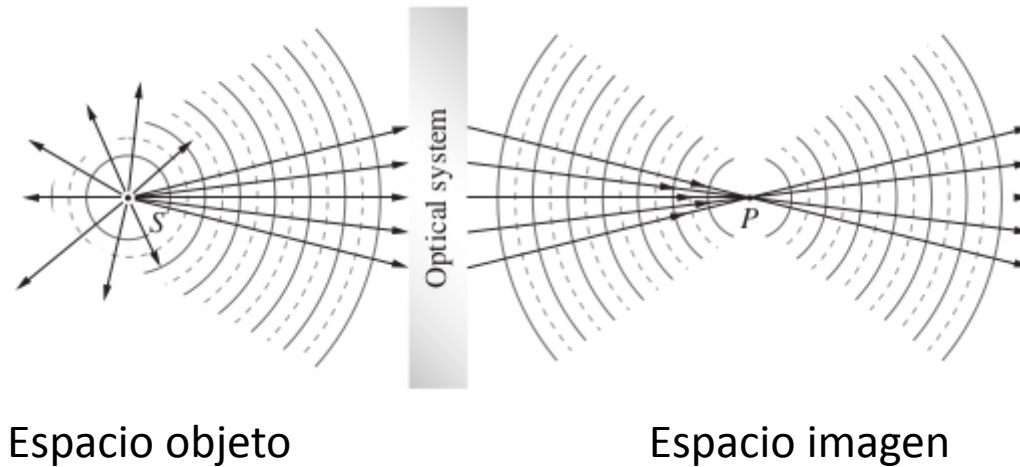


- El sistema óptico **colecta solo una porción del frente de onda** entonces es de esperar efectos de difracción (recordar Huygens!!).

- PERO...si consideramos que **las dimensiones de la lente son mucho mayores que la longitud de onda de la luz** que la atraviesa entonces podemos despreciar estos efectos y quedarnos con una caracterización *geométrica*.

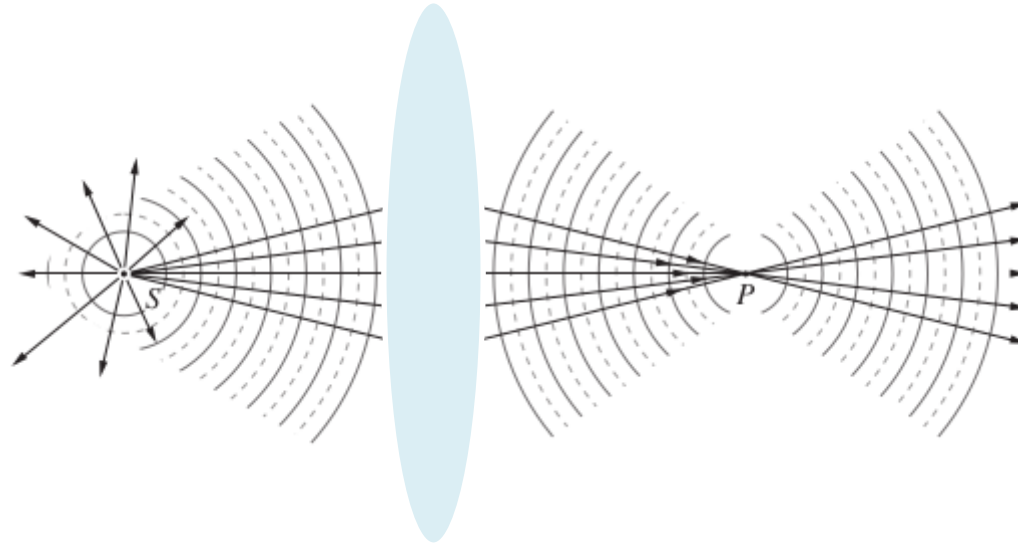


Optica geométrica



- El sistema óptico **colecta solo una porción del frente de onda** entonces es de esperar efectos de difracción (recordar Hyugens!!).
- PERO...si consideramos que **las dimensiones de la lente son mucho mayores que la longitud de onda de la luz** que la atraviesa entonces podemos despreciar estos efectos y quedarnos con una caracterización *geométrica*.
- **Optica geométrica**: Nos quedamos con leyes de refracción y reflexión y *despreciamos* la naturaleza ondulatoria de la luz (chau difraccion e interferencia)

Lentes



Lente: Dispositivo refractante (provoca una discontinuidad del índice de refracción en una zona del espacio) que tiene como efecto reconfigurar la propagación de ondas incidentes de una manera particular.

Empecemos por algo simple...

Dioptra (a.k.a. interfase) plana

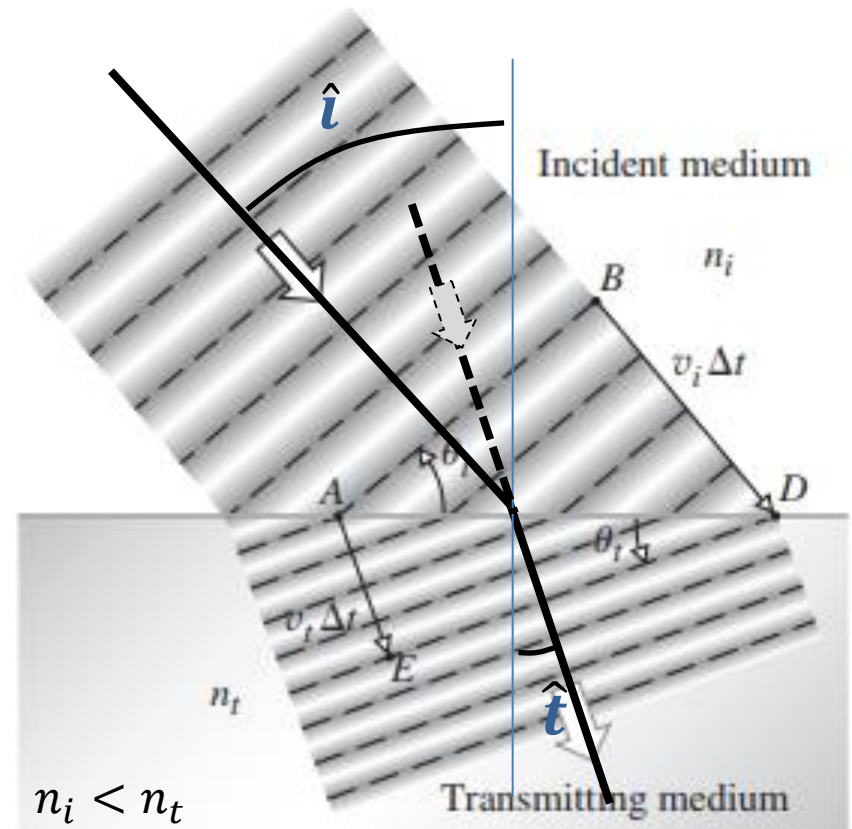
$$n_i \sin \theta_i = n_t \sin \theta_t$$



$$n_i \sin \hat{i} = n_t \sin \hat{t}$$

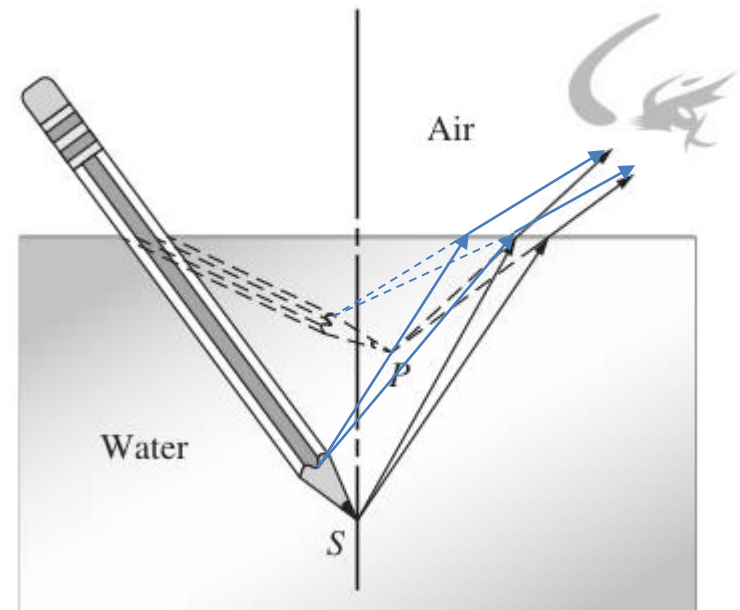
En este caso se trata de una interfase (dioptra) plana que cambia la dirección del frente de ondas plano

nota: la normal a la superficie es siempre la misma (tiene la misma dirección) para cualquier punto de la superficie plana



Dioptra plana y formación de imágenes

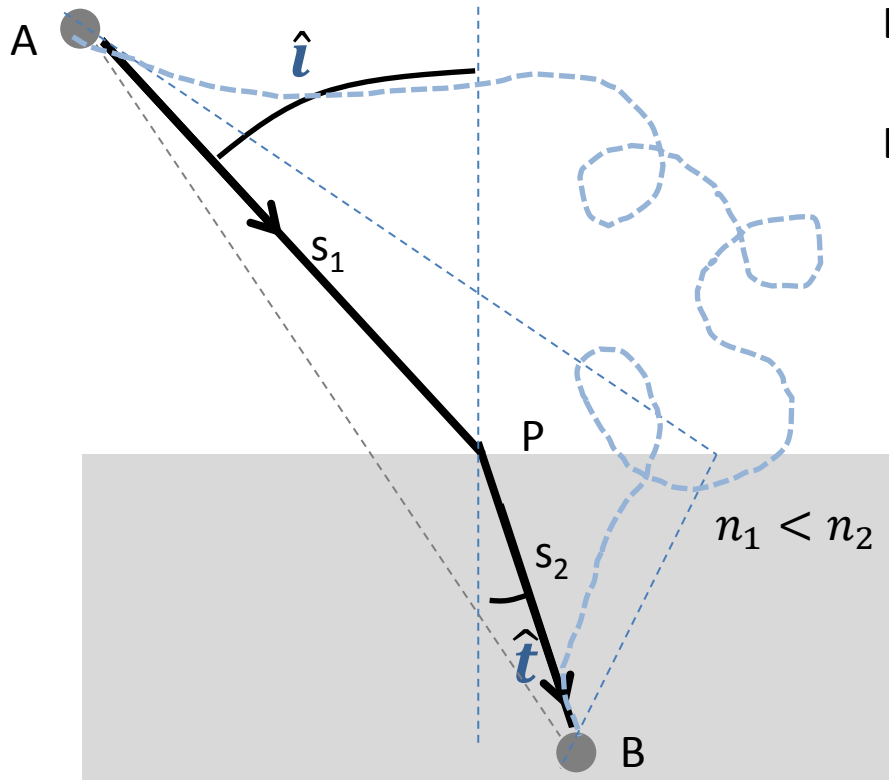
- Los rayos de la fuente puntual S que se refractan en la interfase agua-aire parecen provenir de P
- Decimos que la imagen de la fuente puntual S , es la fuente **virtual** P



Principio de Fermat

(una alternativa a la teoría de ondas secundarias de Huygens)

$$n_i \sin \hat{i} = n_t \sin \hat{t}$$



La trayectoria que sigue el rayo que conecta dos puntos dados es aquella que minimiza la **longitud del camino óptico** entre dichos puntos.

Para la trayectoria de la figura:

Long.Camino Geométrico: $s_1 + s_2$

Long.Camino Óptico: $n_1 s_1 + n_2 s_2$

$$\text{LCO} = \frac{c}{v_1} s_1 + \frac{c}{v_2} s_2 = \text{Tiempo que tarda la luz en recorrer la trayectoria}$$

$$c \left(\frac{s_1}{v_1} + \frac{s_2}{v_2} \right) = c (t_1 + t_2)$$

La trayectoria que sigue el rayo que conecta dos puntos dados es aquella que **minimiza el tiempo que tarda la luz** en conectarlos

Longitud de camino óptico y frentes de onda

La luz tarda lo mismo en recorrer $|FE|$ y $|GI|$

$$n_i \sin \hat{i} = n_t \sin \hat{t}$$

Longitud de camino óptico:

$$\text{LCO} = n * \text{distancia recorrida}$$

$$\begin{aligned} \text{LCO}|_{\text{FAE}} &= n_i |FA| + n_t |AE| \\ &= \frac{c|FA|}{v_i} + \frac{c|AE|}{v_t} = c (t_{FA} + t_{AE}) \end{aligned}$$

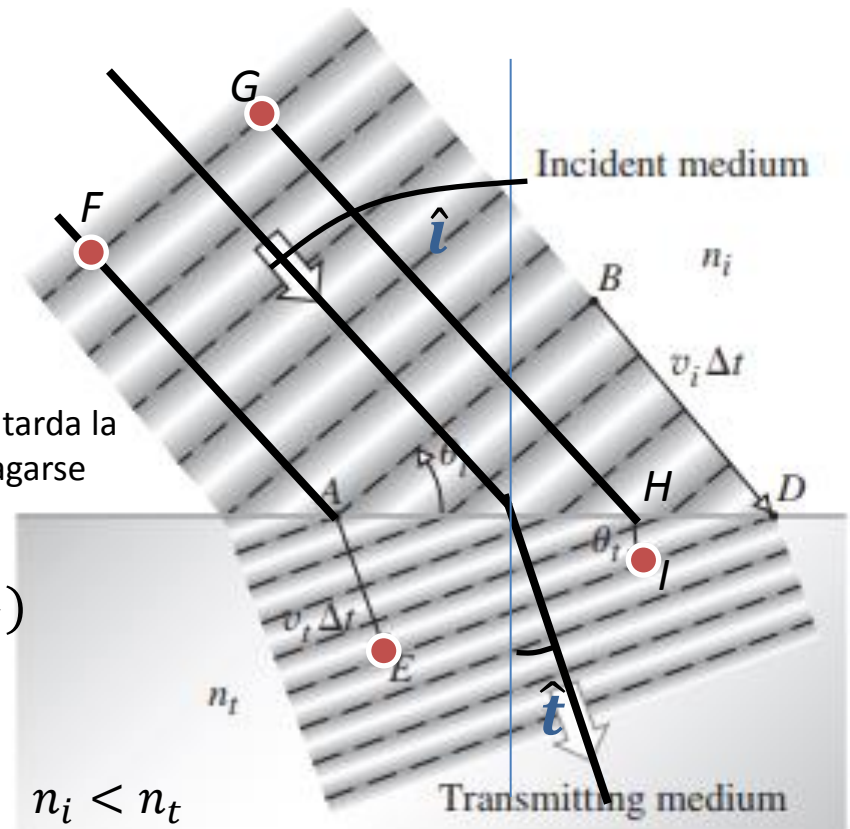
Analogamente:

$$\begin{aligned} \text{LCO}|_{\text{GHI}} &= n_i |GH| + n_t |HI| \\ &= \frac{c|GH|}{v_i} + \frac{c|HI|}{v_t} = c (t_{GH} + t_{HI}) \end{aligned}$$

Pero entonces vemos que:

$$\text{LCO}|_{\text{FAE}} = \text{LCO}|_{\text{GHI}} = \text{LCO}_{\text{minimo}}$$

Principio Fermat



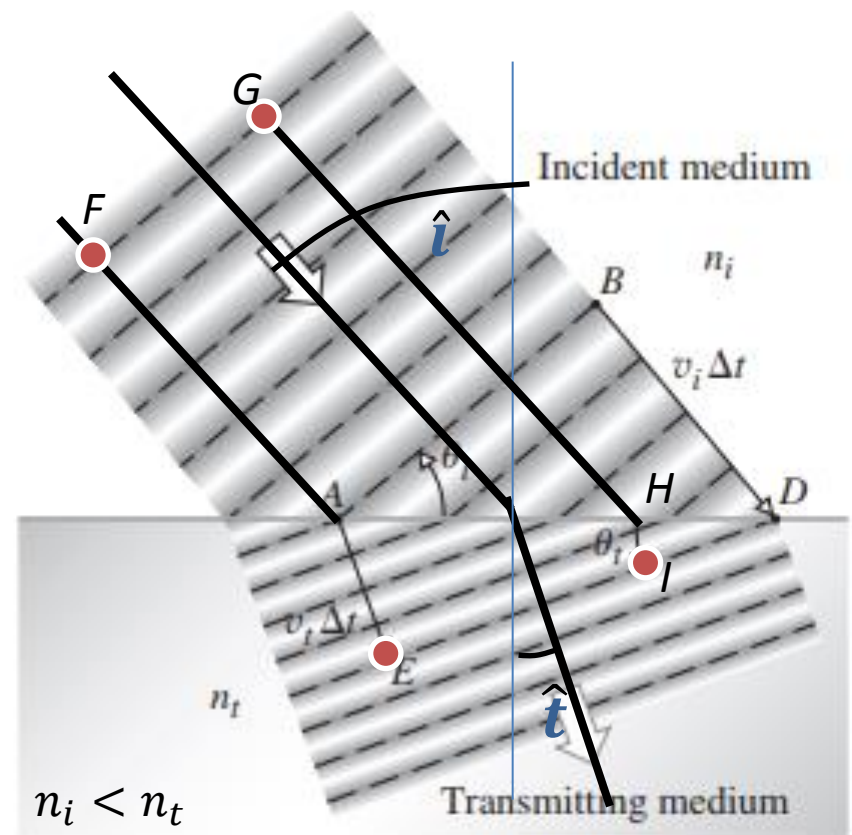
Longitud de camino óptico y frentes de onda



Mantra de los caminos ópticos:
La LCO de rayos que conectan puntos correspondientes de dos frentes de ondas es siempre la misma

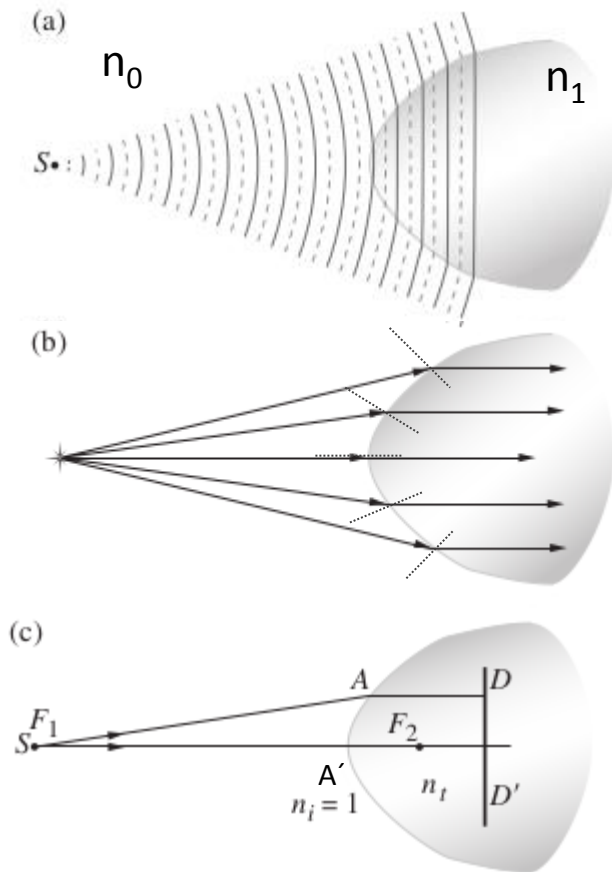
$$\text{LCO}|_{FE} = \text{LCO}|_{GI}$$

Y por que es bueno saber esto?



Porque siempre puedo estar seguro que puntos sobre un frente de onda se conectan con sus correspondientes en otros frentes de onda atravesando trayectorias de idéntica LCO

Dióptras más generales



La combinación de geometría (una hipérbola en este caso) y cambio de velocidad de propagación ($n_1 > n_0$) da lugar a la deformación del frente de ondas de una manera particular

Esto también puede ser descrito en el lenguaje de rayos y Snell

Y también **debe ser** consistente con el *mantra* de los caminos ópticos: 'La LCO de rayos que conectan puntos correspondientes de dos frentes de ondas dados es siempre la misma'

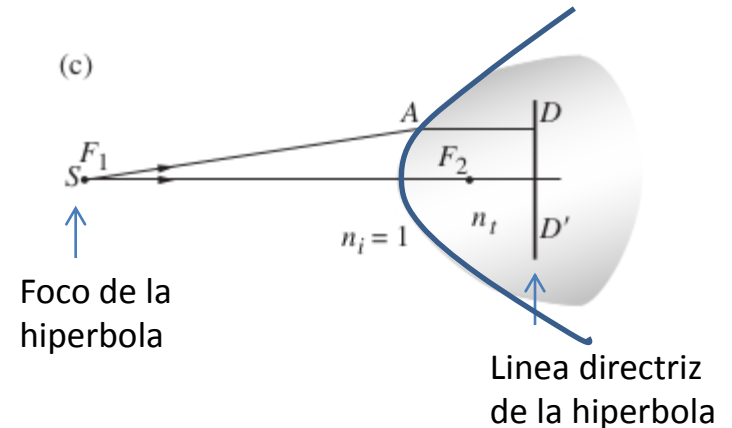
$$n_i|SA| + n_t|AD| = n_i|SA'| + n_t|A'D'|$$

Dióptras: buscando la forma

Matemáticamente una hipérbola esta caracterizada por un punto (foco) y una recta (directriz)

Una hipérbola está formada por todos los puntos tal que la suma de la distancia al foco más la distancia a la recta directriz multiplicada por un factor, $e > 1$, llamado excentricidad, se mantiene constante

Pero decir eso es decir que con esa geometría lo que se mantiene constante es la LCO de puntos correspondientes del frente de onda esferico y del frente de onda plano...justo lo que buscabamos(!)



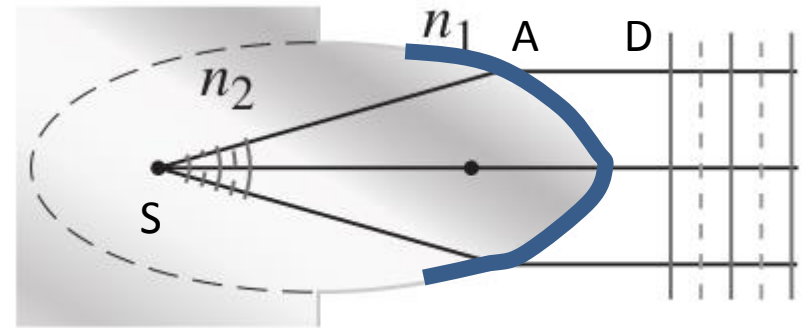
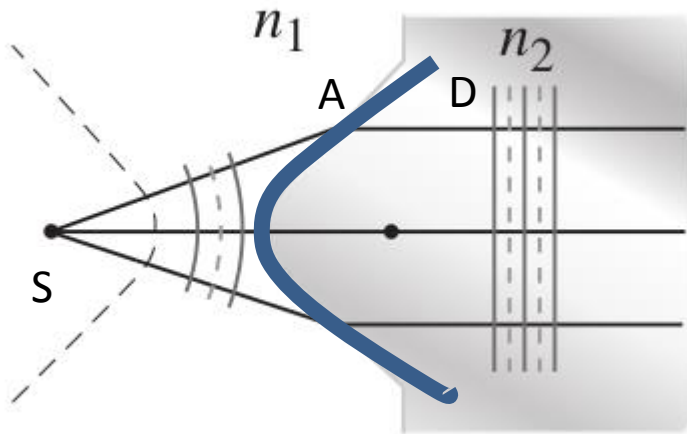
$$|SA| + e |AD| = cte'$$

$$|SA| + \frac{n_t}{n_i} |AD| = cte'$$

$$n_i |SA| + n_t |AD| = cte$$

Cuando una fuente puntual se encuentra sobre el foco F1 de una hipérbola, un frente de ondas plano se propaga por el medio de mayor índice de refracción.

Dióptras que transforman ondas esféricas en ondas planas



LCO $n_i |SA| + n_t |AD| = cte$, para todo rayo que pase por A sobre la interfase

$$|SA| + \frac{n_t}{n_i} |AD| = cte'$$

$$n_t > n_i$$

$$e > 1$$

$$|SA| + e |AD| = cte'$$

$$n_t < n_i$$

$$e < 1$$

Los puntos A describen una hipérbola

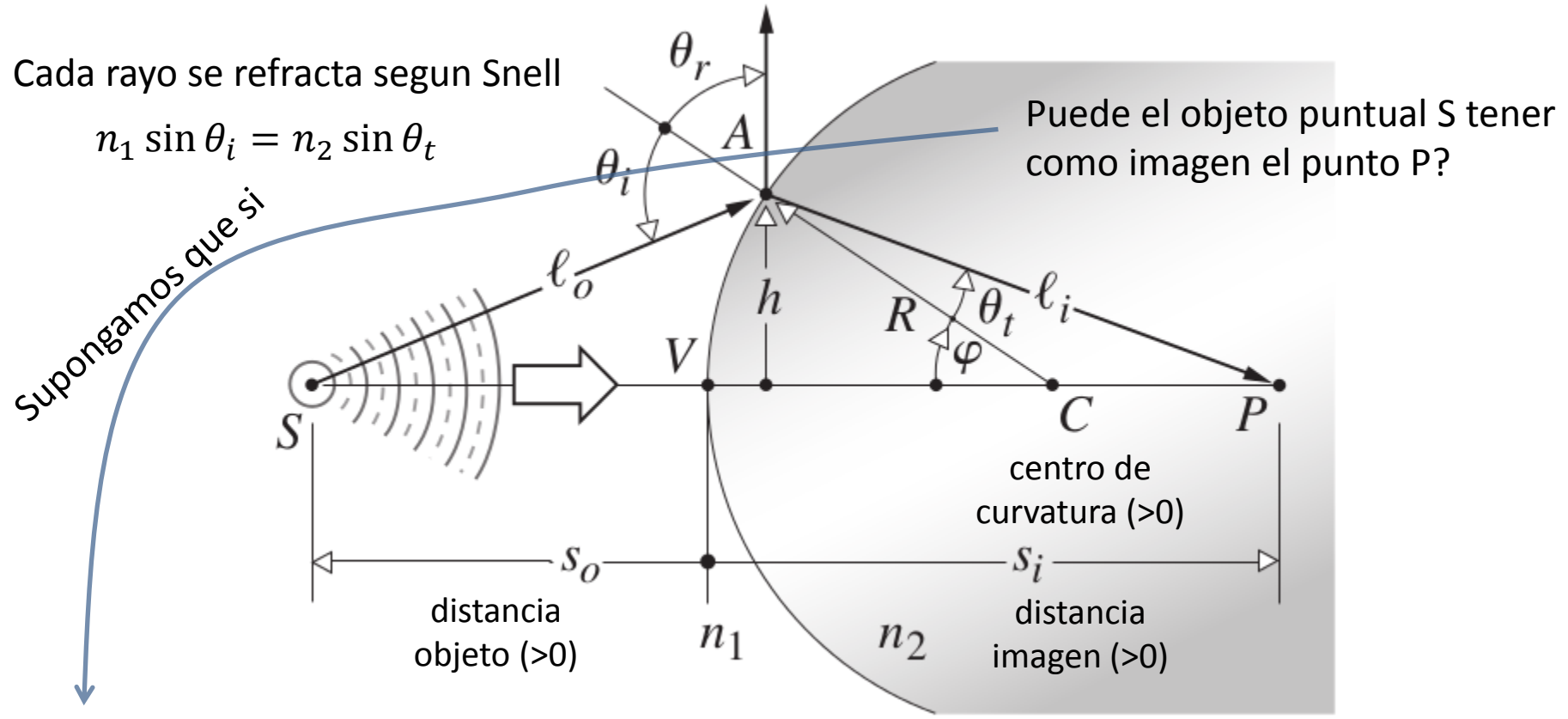
Los puntos A describen una elipse

qué ve alguien que observa desde la derecha?

Dióptras esféricas

- Vemos que dioptras elípticas/hiperbólicas sirven para transformar frente de ondas planos \leftrightarrow esféricos
- Pero es mucho más fácil construir superficies esféricas...cambia mucho el comportamiento?

Dióptra esférica

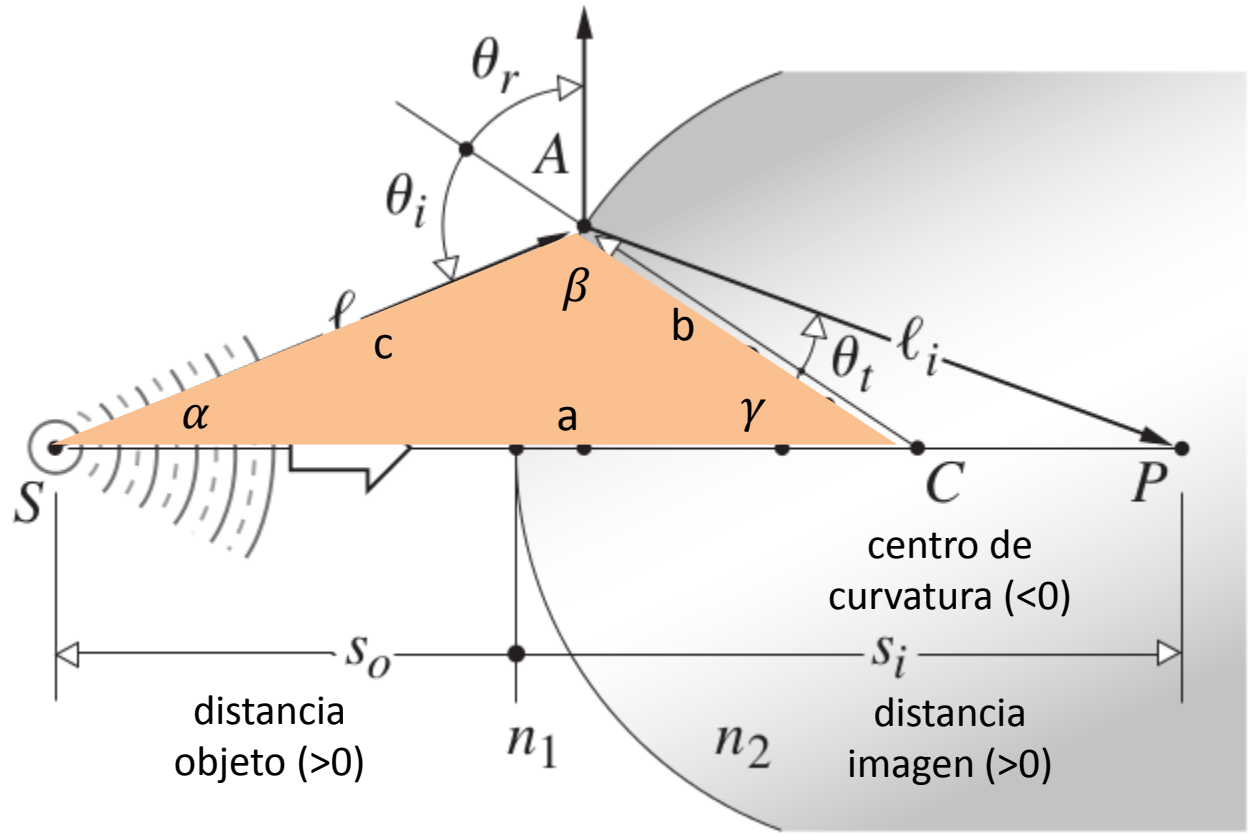


Cómo podemos relacionar las posiciones del **objeto**, la **imagen** y la **geometría de la interfase**?

$$LCO = n_1 l_o + n_2 l_i$$

Para que P sea la imagen de S, todos los rayos que salgan de S y lleguen a P lo deben hacer en trayectorias de idéntica longitud de camino óptico ...que además debe ser mínimo !

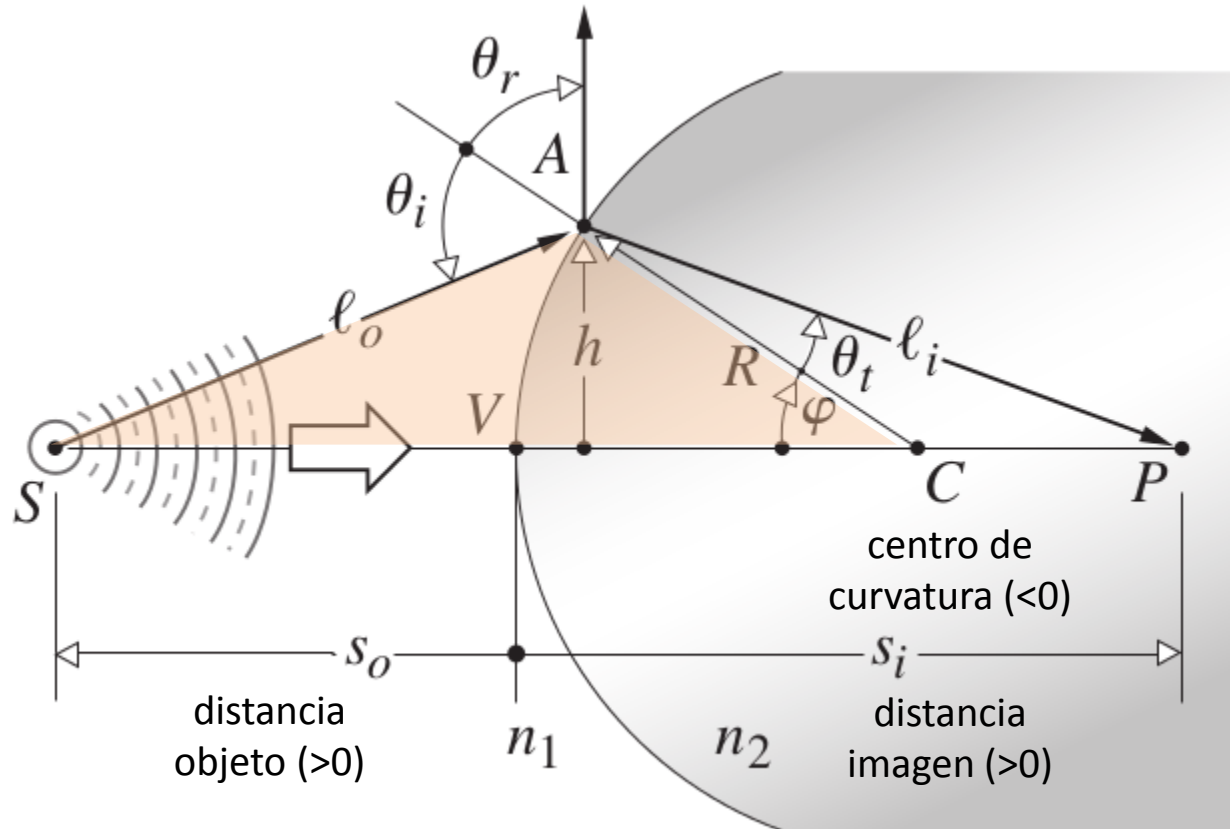
Dioptra esférica



Cómo podemos relacionar las posiciones del **objeto**, la **imagen** y la **geometría de la interfase**?

$$LCO = n_1 l_o + n_2 l_i \qquad c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

Dioptra esférica

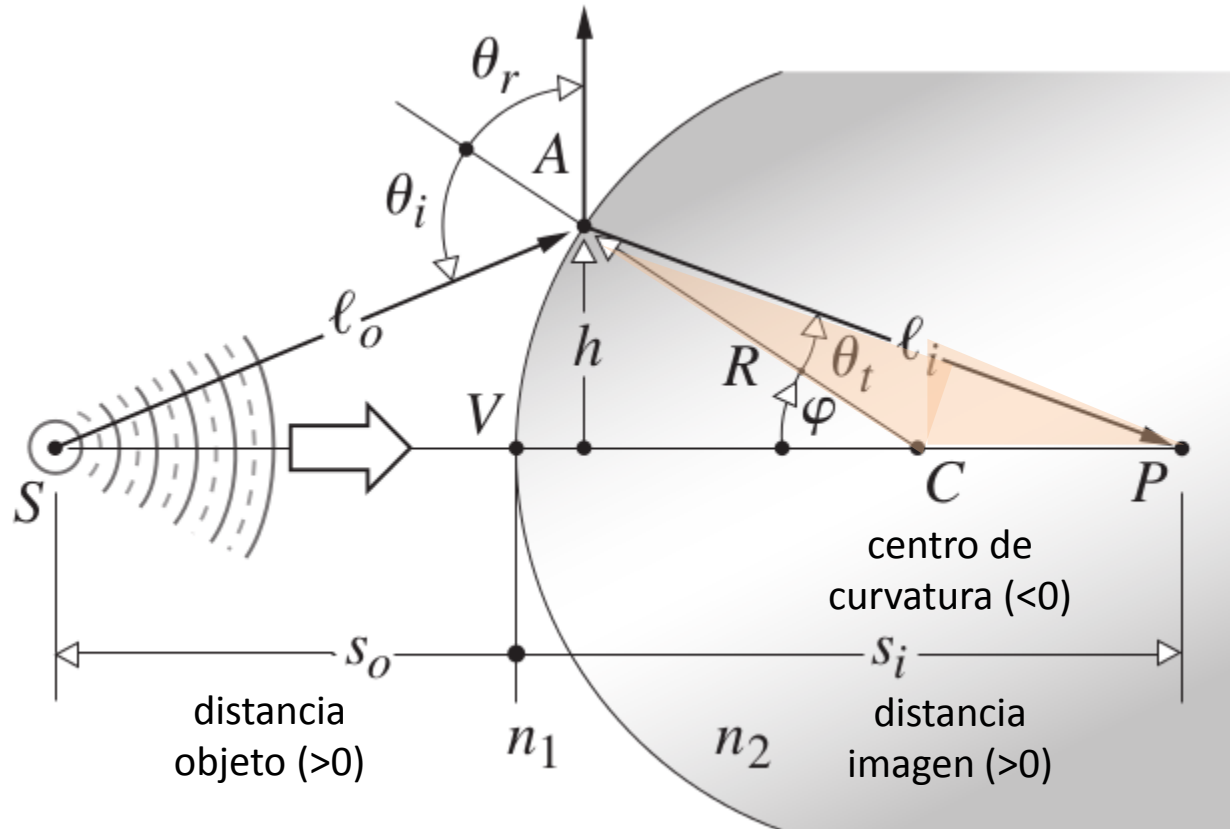


Cómo podemos relacionar las posiciones del **objeto**, la **imagen** y la **geometría de la interfase**?

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$\widehat{SAC}: \quad \ell_o^2 = R^2 + (s_o + R)^2 - 2R(s_o + R)\cos \varphi$$

Dioptra esférica



Cómo podemos relacionar las posiciones del **objeto**, la **imagen** y la **geometría de la interfase**?

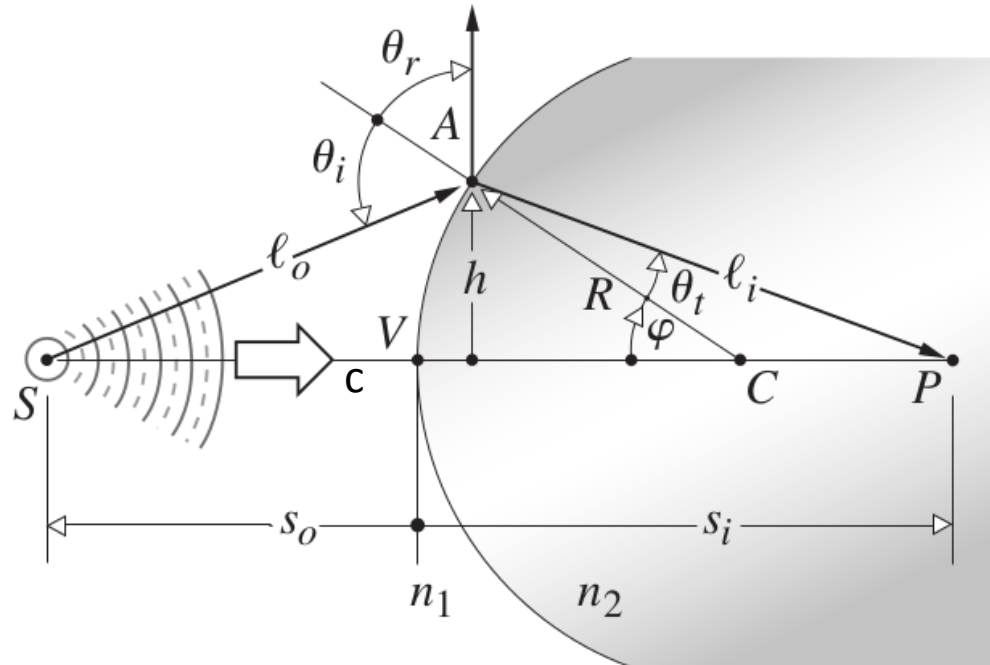
$$LCO = n_1 l_o + n_2 l_i$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \gamma$$

$$\widehat{SAC}: l_o^2 = R^2 + (s_o + R)^2 - 2R(s_o + R)\cos \varphi$$

$$\widehat{CAP}: l_i^2 = R^2 + (s_i - R)^2 - 2R(s_i - R)\cos(\pi - \varphi)$$

Dióptra Esférica



Cómo podemos relacionar las posiciones del **objeto**, la **imagen** y la **geometría de la interfase**?

$$LCO = n_1 l_o(\varphi) + n_2 l_i(\varphi)$$

$$= n_1 \sqrt{(s_o + R)^2 + R^2 - 2R(s_o + R)\cos\varphi} + n_2 \sqrt{(s_i - R)^2 + R^2 + 2R(s_i - R)\cos\varphi}$$

LCO debe ser mínimo (φ parametriza la localización del pto A)

$$\left. \frac{dLCO}{d\varphi} \right|_{\varphi_A} = 0 = \frac{n_1 R (s_o + R) \sin \varphi}{2l_o(\varphi)} - \frac{n_2 R (s_i - R) \sin \varphi}{2l_i(\varphi)}$$

Dióptra Esférica

$$LCO = n_1 l_o(\varphi) + n_2 l_i(\varphi)$$

LCO debe ser mínimo

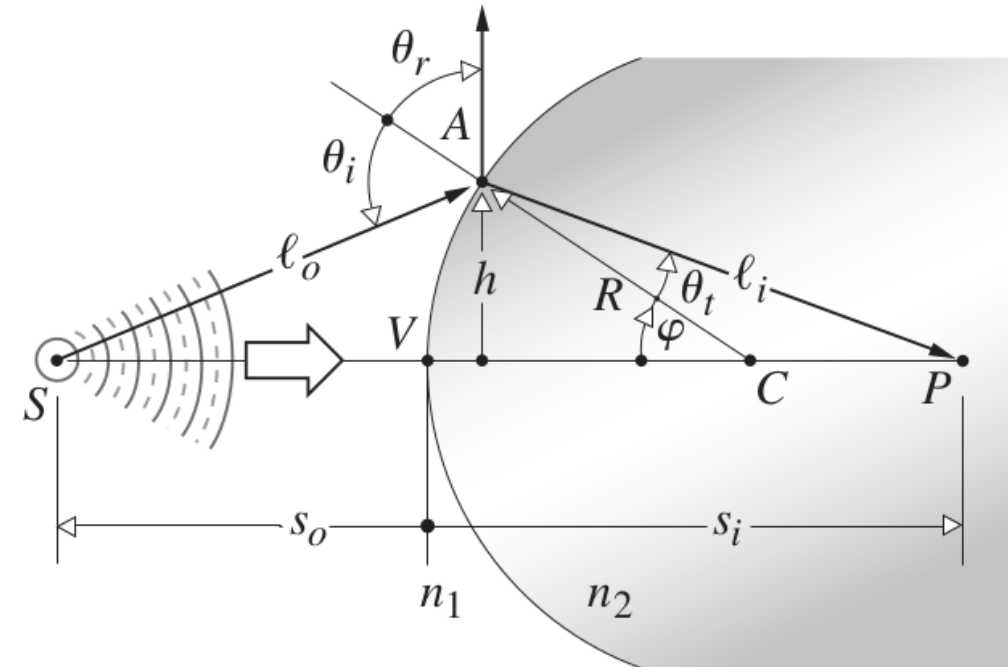
$$\left. \frac{dLCO}{d\varphi} \right|_{\varphi_A} = 0$$

$$\frac{n_1 R (s_0 + R) \sin \varphi}{2l_o} - \frac{n_2 R (s_i - R) \sin \varphi}{2l_i} = 0$$

$$\frac{n_1 (s_0 + R)}{l_o} = \frac{n_2 (s_i - R)}{l_i}$$

$$\frac{n_1 s_0}{l_o} + \frac{n_1 R}{l_o} = \frac{n_2 s_i}{l_i} - \frac{n_2 R}{l_i}$$

$$\frac{n_1}{l_o} + \frac{n_2}{l_i} = \frac{1}{R} \left(\frac{n_2 s_i}{l_i} - \frac{n_1 s_0}{l_o} \right)$$



Dióptra Esférica aprox. paraxial

Condición de mínimo para LCO:

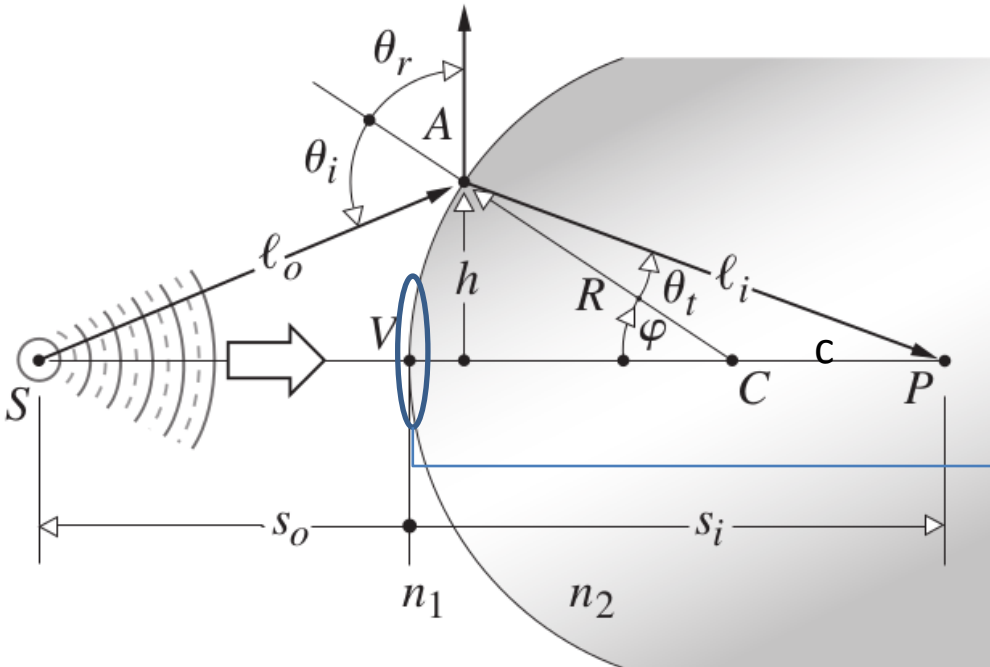
$$\frac{n_1}{l_o(\varphi)} + \frac{n_2}{l_i(\varphi)} = \frac{1}{R} \left(\frac{n_2 s_i}{l_i(\varphi)} - \frac{n_1 s_o}{l_o(\varphi)} \right)$$

Notar que para los rayos que se desvían poco del eje:

$$\varphi \sim 0 \quad s_o \sim l_o \quad s_i \sim l_i$$

Ecuación de dioptra esférica en la aproximación paraxial

$$\frac{n_1}{s_o} + \frac{n_2}{s_i} = \frac{1}{R} (n_2 - n_1)$$

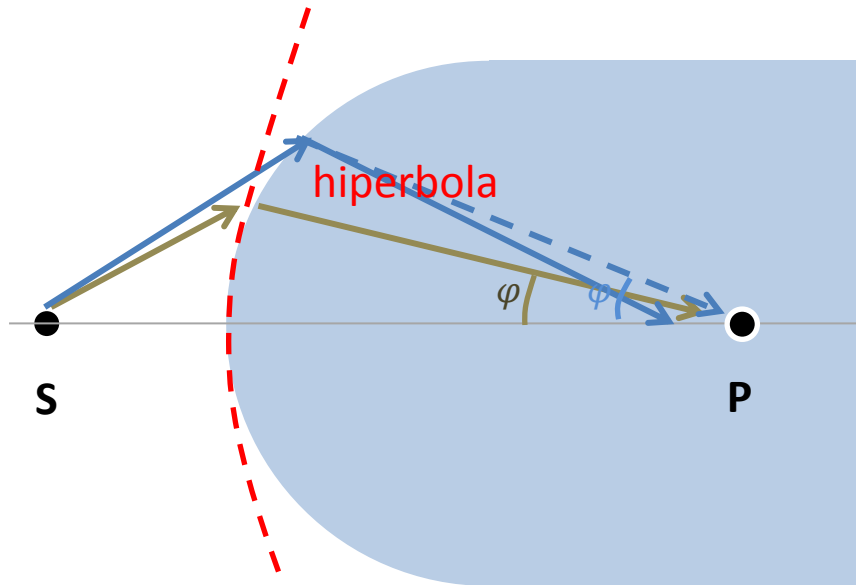


Para **rayos paraxiales** la ecuación que vincula la posición de la fuente con la de la imagen es independiente del pto A (indep de l_i y l_o)

Los **rayos paraxiales** poseen igual LCO

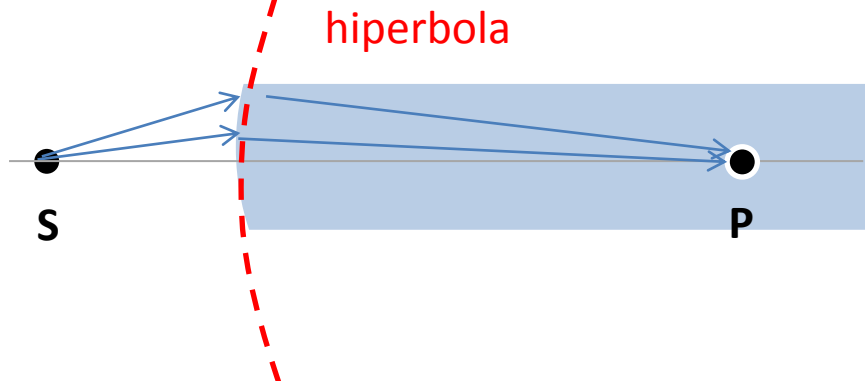
Para **rayos paraxiales** la imagen de un punto es un punto

O sea...Dioptras esferica y aprox paraxial



$$LCO = n_1 l_o(\varphi) + n_2 l_i(\varphi)$$

$$= n_1 \sqrt{(s_o + R)^2 + R^2 - 2R(s_o + R)\cos\varphi} + n_2 \sqrt{(s_i - R)^2 + R^2 + 2R(s_i - R)\cos\varphi}$$

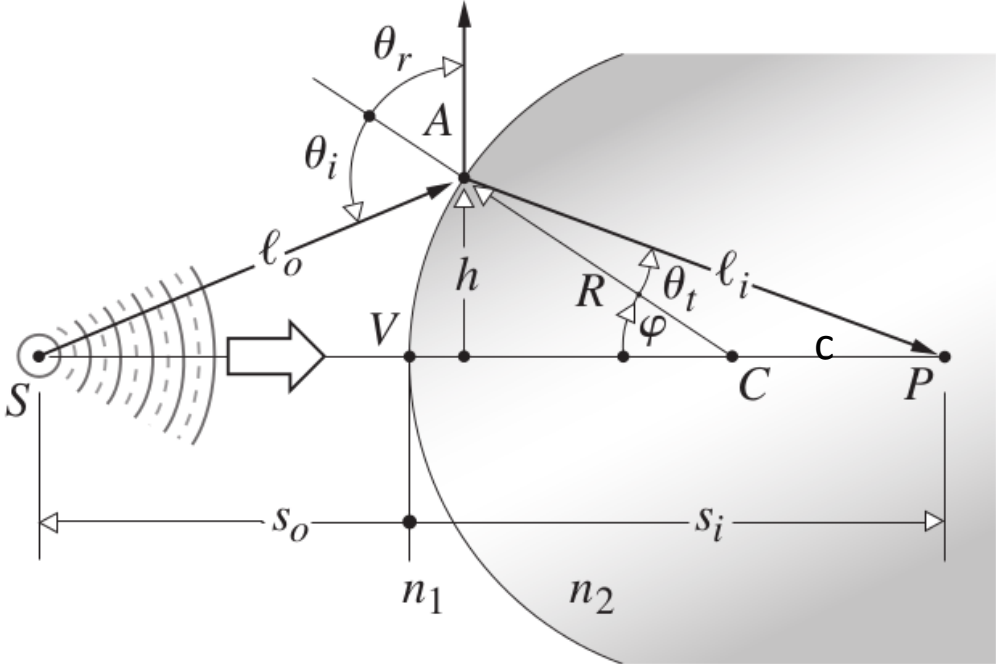


- Para que la imagen de **S** sea **P** todos los rayos que salen de **S** deben llegar a **P**
- Para que eso ocurra la LCO de todos debe ser la misma (*mantra de caminos opticos*) y la minima
- Pero al hacer la cuenta... **LCO** > **LCO**
- o sea...la trayectoria punteada no es la correcta)

- Sin embargo...los **rayos paraxiales** sí producen una imagen nítida, porque recorren caminos de idéntica longitud optica

$$\frac{n_1}{s_o} + \frac{n_2}{s_i} = \frac{1}{R} (n_2 - n_1)$$

Dióptrica Esférica aprox. paraxial



$$\frac{n_1}{s_0} + \frac{n_2}{s_i} = \frac{1}{R} (n_2 - n_1)$$

Importante tener presente convención de signos utilizada.

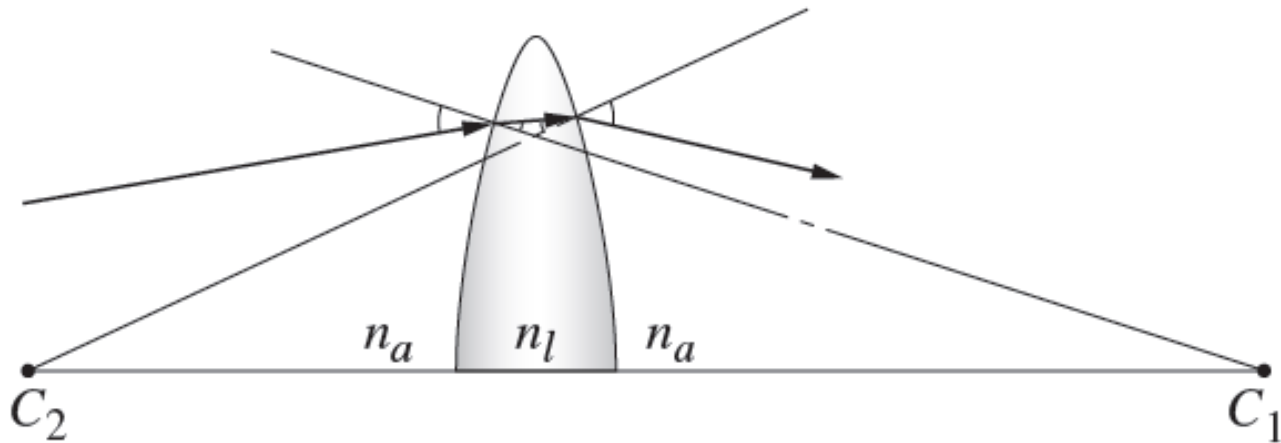
+ ← eje s_0 ———
 ——— eje s_i → +

Con luz desde la izquierda...

s_0	+ izquierda de V
s_i	+ derecha de V
R	+ si C esta a la derecha de V
y_o, y_i	+ encima del eje optico

Lentes (Snell x 2)

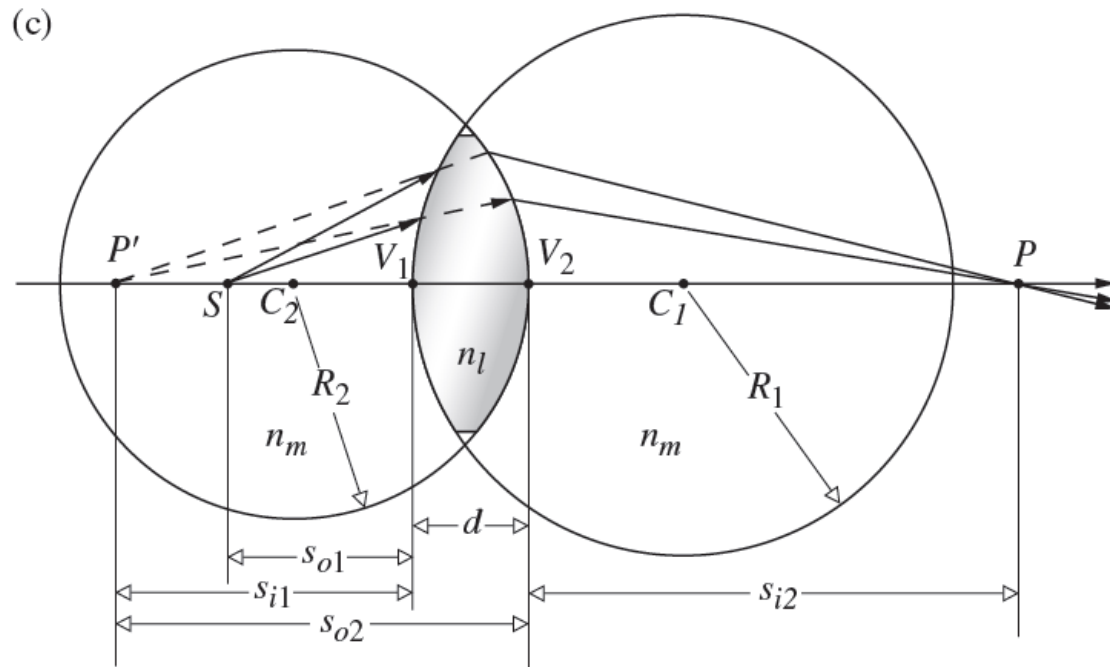
Una lente \longleftrightarrow dos interfaces
(material1-material2-material1)



Ya sabemos como encontrar analiticamente la imagen de una fuente puntual que produce una dioptra (...solo que ahora tenemos que concatenar dos veces ese procedimiento)

Lentes (Snell x 2)

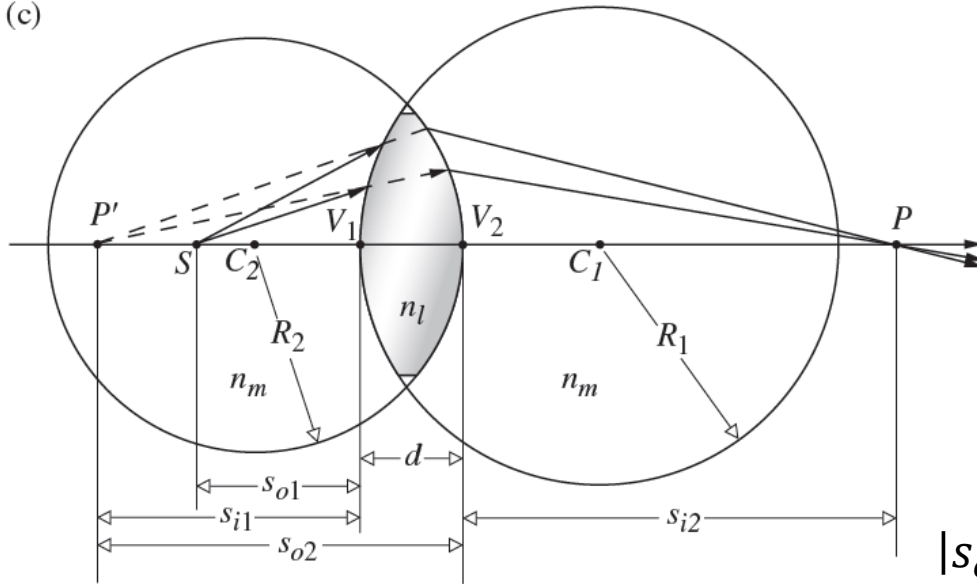
Una lente \longleftrightarrow dos interfaces
(material1-material2-material1)



Ya sabemos como encontrar analiticamente la imagen de una fuente puntual que produce una dioptra (...solo que ahora tenemos que concatenar dos veces ese procedimiento)

Lentes: fórmula del constructor

(c)



La primera refracción de rayos genera la imagen primaria P' (que para este ejemplo resulta virtual)

P' actuará como fuente objeto (S_{o2}) para la refracción de la segunda interfase.

teniendo en cuenta

los signos

$$|s_{o2}| = |s_{i1}| + d \longrightarrow s_{o2} = -s_{i1} + d$$

Para la primera interfase:

$$\frac{n_m}{s_{o1}} + \frac{n_l}{s_{i1}} = \frac{1}{R_1} (n_l - n_m)$$

Sumo miembro a miembro ambas expresiones

$$\frac{n_m}{s_{o1}} + \frac{n_m}{s_{i2}} = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) (n_l - n_m) + \frac{n_l d}{(s_{i1} - d)s_{i1}}$$

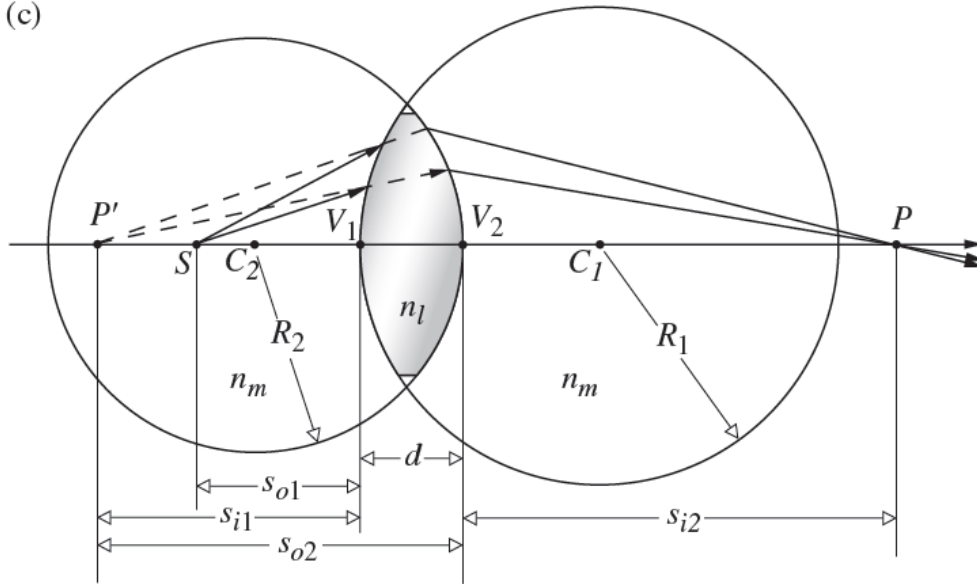
Para la segunda interfase:

$$\frac{n_l}{-s_{i1} + d} + \frac{n_m}{s_{i2}} = \frac{1}{R_2} (n_m - n_l)$$

>0 en este ejemplo

Lentes: aproximación de lente delgada

(c)



La primera refracción de rayos genera la imagen primaria P' (que para este ejemplo resulta virtual)

P' actuará como fuente objeto (S_{o2}) para la refracción de la segunda interfase.

$$\frac{n_m}{s_{o1}} + \frac{n_m}{s_{i2}} = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) (n_l - n_m) + \frac{n_l d}{(s_{i1} - d)s_{i1}}$$

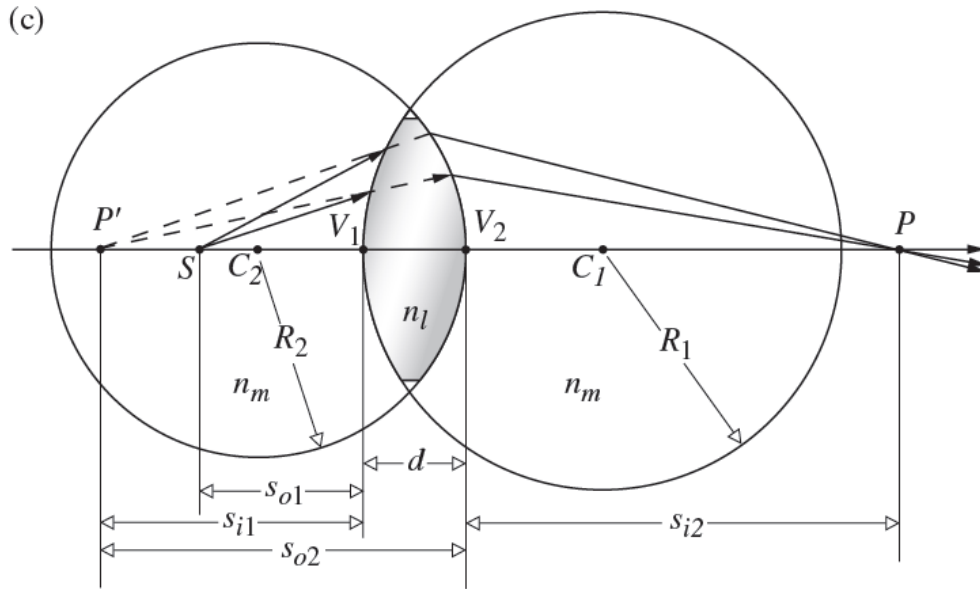
Si la lente es lo suficientemente **delgada** $d \rightarrow 0$

$$\frac{n_m}{s_{o1}} + \frac{n_m}{s_{i2}} = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) (n_l - n_m)$$

$$\frac{1}{s_{o1}} + \frac{1}{s_{i2}} = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) (n_{lm} - 1)$$

$$n_{lm} \equiv \frac{n_l}{n_m}$$

Lentes: aproximación de lente delgada



La primera refracción de rayos genera la imagen primaria P' (que para este ejemplo resulta virtual)

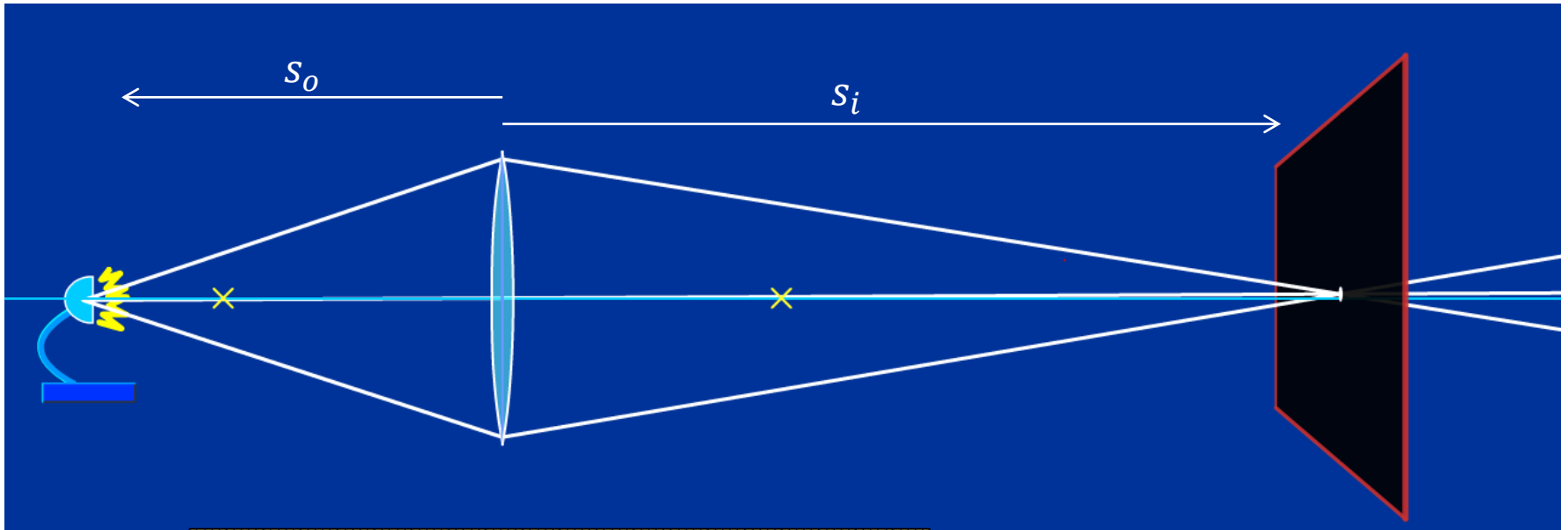
P' actuará como fuente objeto (S_{o2}) para la refracción de la segunda interfase.

$$\frac{1}{s_{o1}} + \frac{1}{s_{i2}} = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) (n_{lm} - 1)$$

$$n_{lm} \equiv \frac{n_l}{n_m}$$

Animemosnos

$$\frac{1}{s_{o1}} + \frac{1}{s_{i2}} = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) (n_{lm} - 1)$$

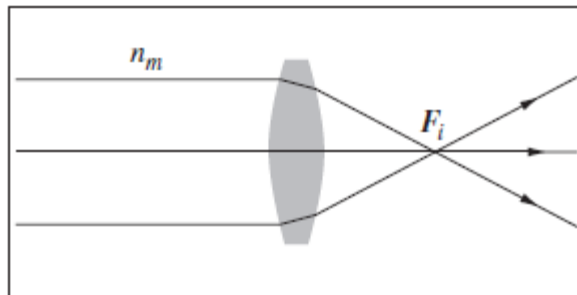


<https://phet.colorado.edu/es/simulation/geometric-optics>

Focos, geometría y n's

$$\frac{1}{s_{o1}} + \frac{1}{s_{i2}} = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) (n_{lm} - 1)$$

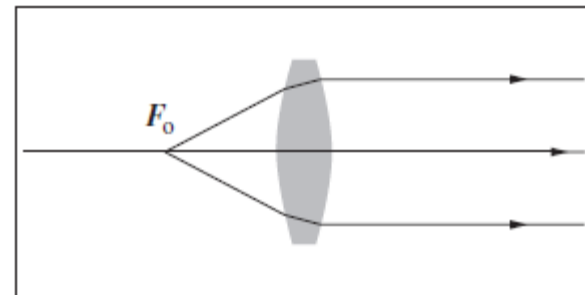
$$R_1 > 0 \quad R_2 < 0$$



(b)

Donde se forma la imagen cuando incide una onda plana? Llamo a ese punto **foco imagen** $s_{i2} \equiv f_i$

$$\frac{1}{\infty} + \frac{1}{f_i} = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) (n_{lm} - 1)$$



(a)

De que punto proviene la onda incidente cuando se transmite una onda plana? Llamo a ese punto **foco objeto** $s_{o1} \equiv f_o$

$$\frac{1}{f_o} + \frac{1}{\infty} = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) (n_{lm} - 1)$$

Para una lente delgada: $f_i = f_o = f$

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) (n_{lm} - 1)$$

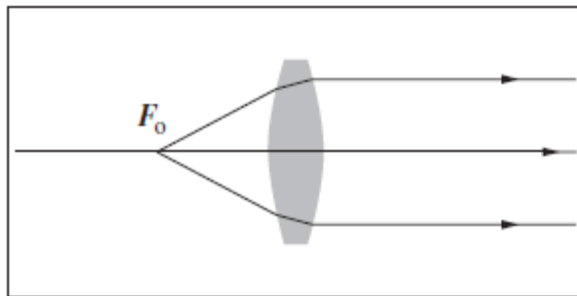
Focos, geometria y n's

$$\frac{1}{s_{o1}} + \frac{1}{s_{i2}} = \underbrace{\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)}_{1/f} (n_{lm} - 1)$$

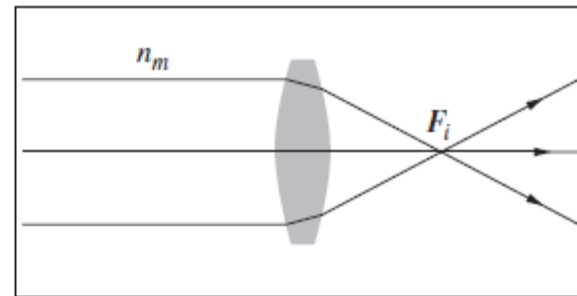
$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f}$$

$$R_1 > 0 \quad R_2 < 0$$

$$f > 0$$



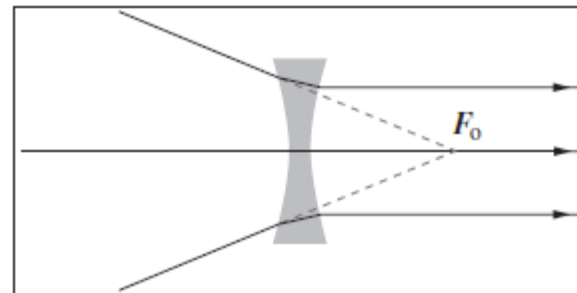
(a)



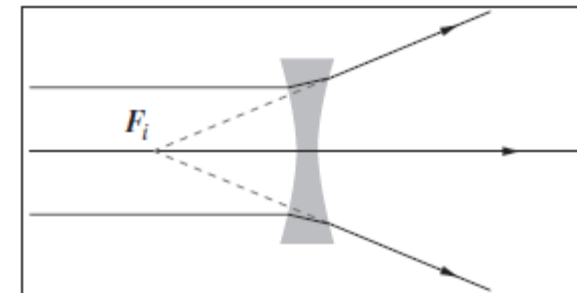
(b)

$$R_1 < 0 \quad R_2 > 0$$

$$f < 0$$



(d)



(e)

Curvatura y distancia focal

$$\frac{1}{s_{o1}} + \frac{1}{s_{i2}} = \underbrace{\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)}_{1/f} (n_{lm} - 1)$$

$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f}$$

Ejemplo de dependencia con la **curvatura**

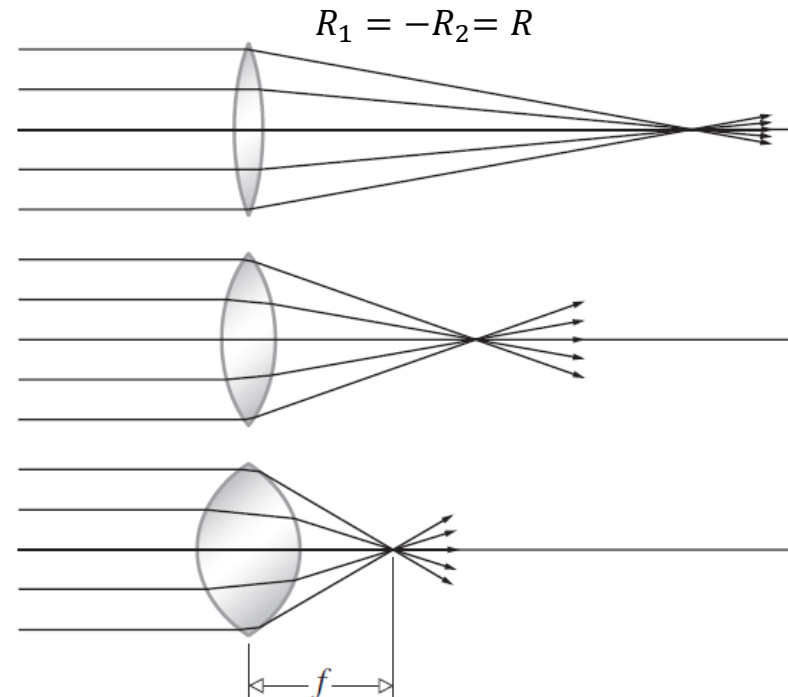
$$\frac{1}{f} \sim \frac{1}{R}$$

Distancias focales más pequeñas se obtienen para **curvaturas** más grandes

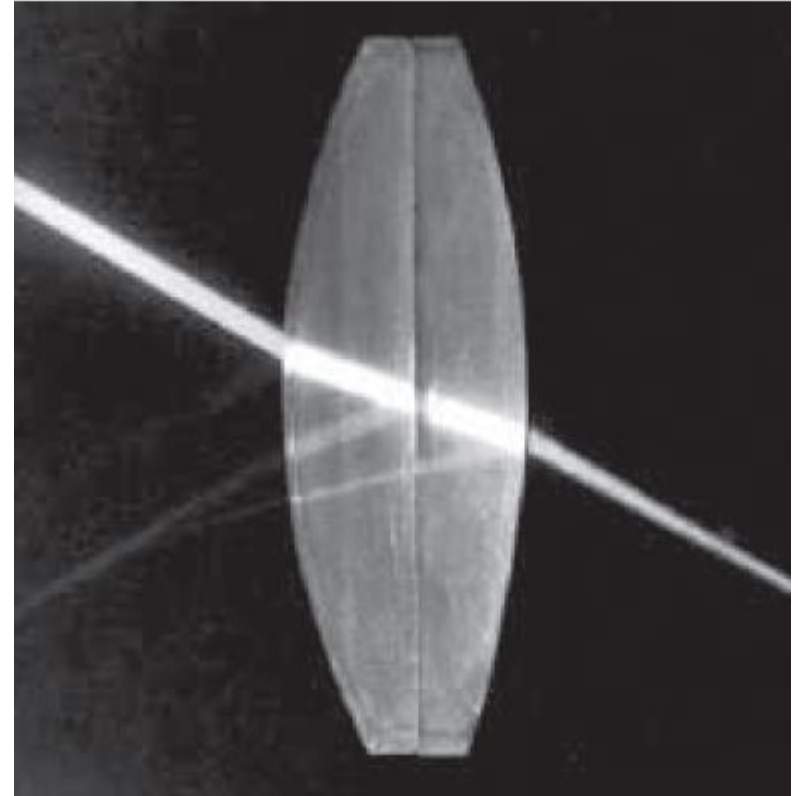
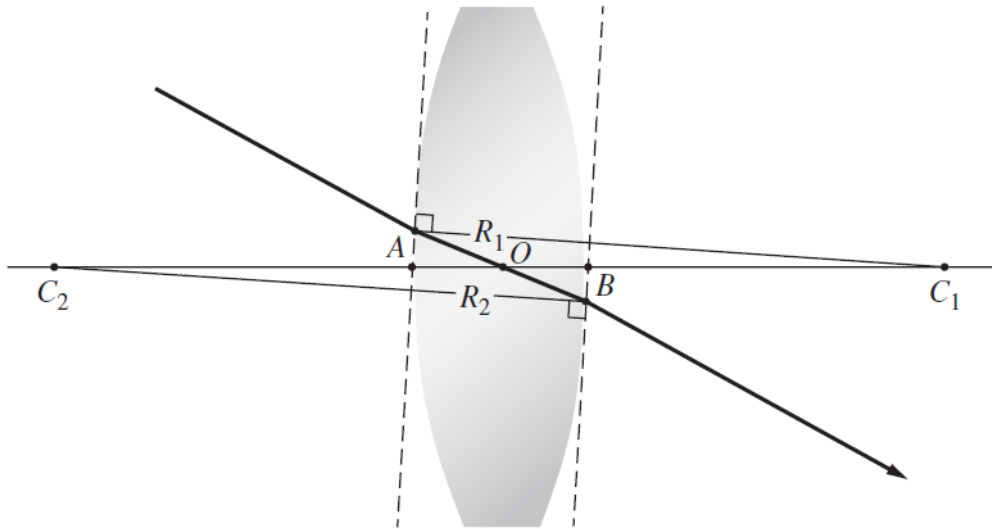
Distancias focales más pequeñas se obtienen para **radios de curvatura** más pequeños

Potencia de una lente (dioptrías)

$$\phi = \frac{1}{f}$$

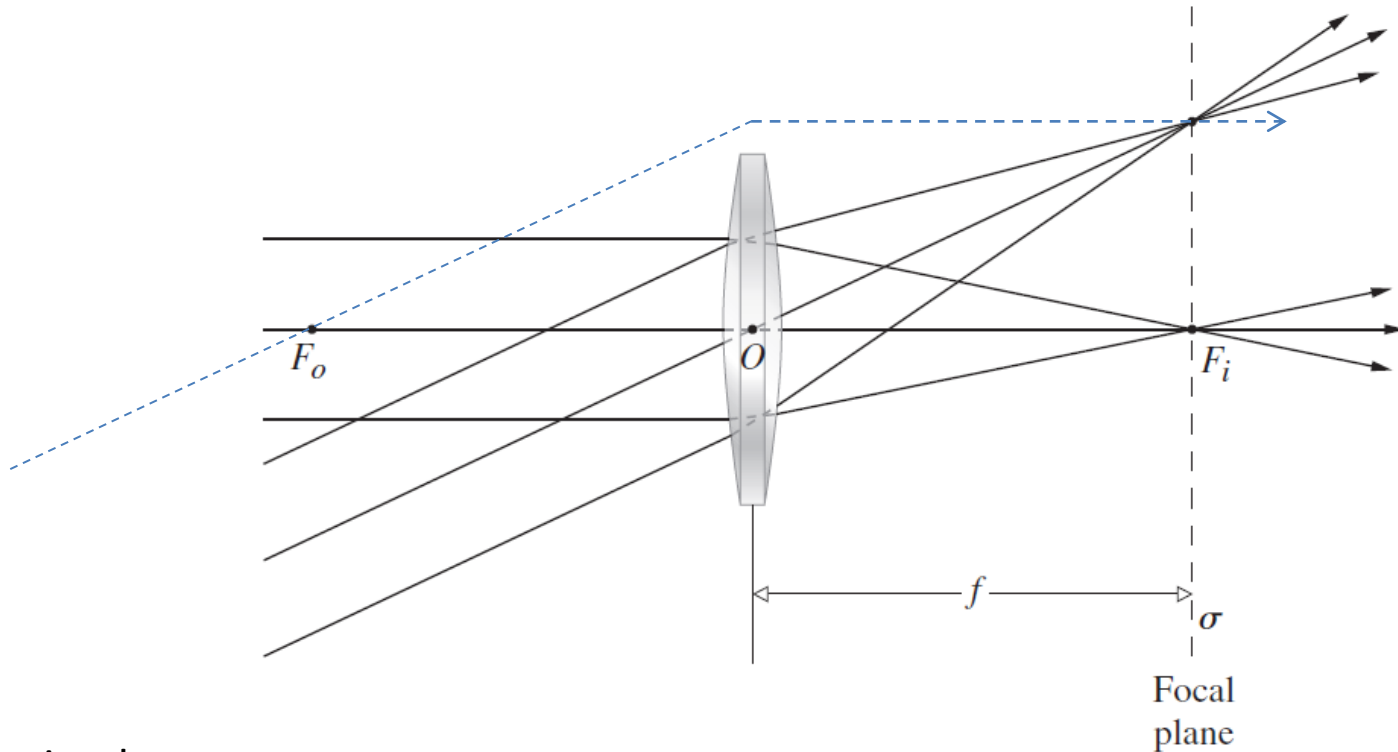


Rayos particulares (de mucha ayuda)



Para lentes delgadas el rayo que pasa por el centro de la lente no se desvía.

Plano focal



Teniendo en cuenta que:

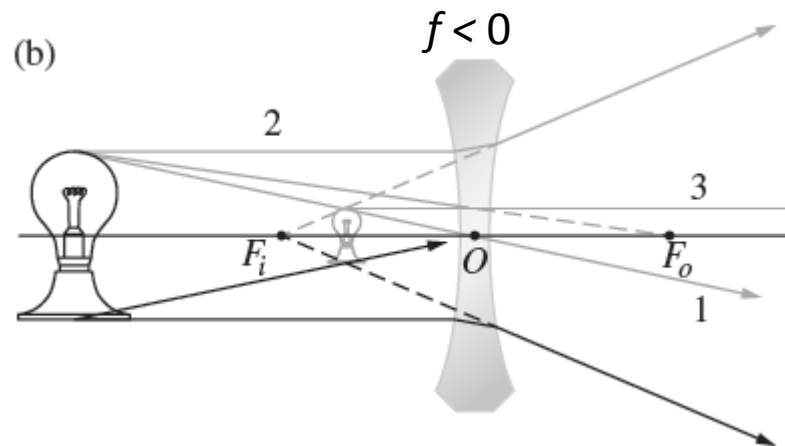
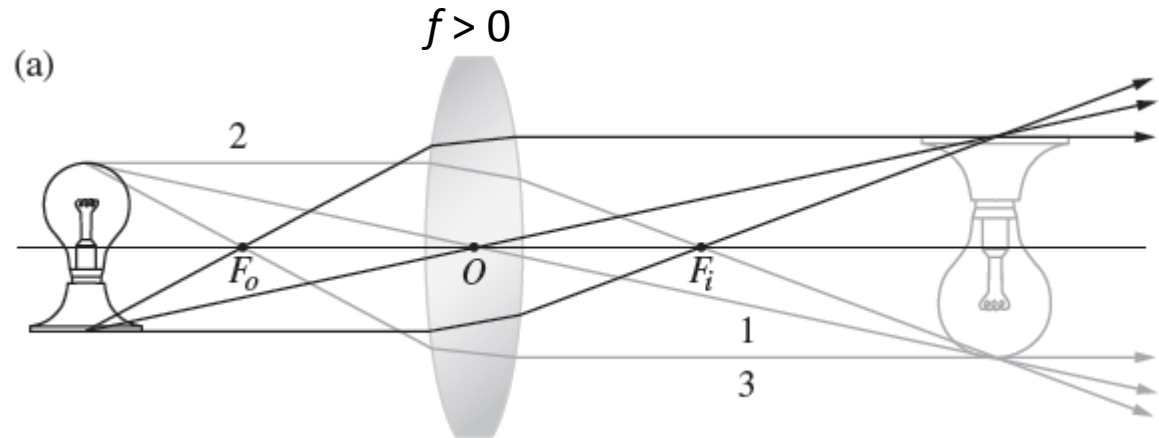
Para lentes delgadas el rayo que pasa por el centro de la lente no se desvía.

El rayo que pasaría por f_o debe salir paralelo

Un haz de rayos paralelos no alineado con el eje óptico converge a un punto sobre el **plano focal** de la lente

Lentes delgadas y formación de imágenes (metodo de los 3 rayos 3)

1. el rayo que pasa por el centro de la lente no se desvía.
2. el rayo que entra paralelo se dirige hacia f_i
3. el rayo que pasa por f_o sale paralelo



$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) (n_{lm} - 1)$$

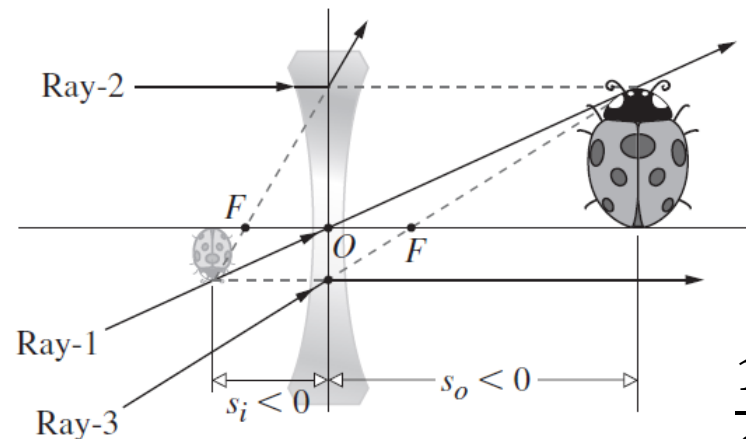
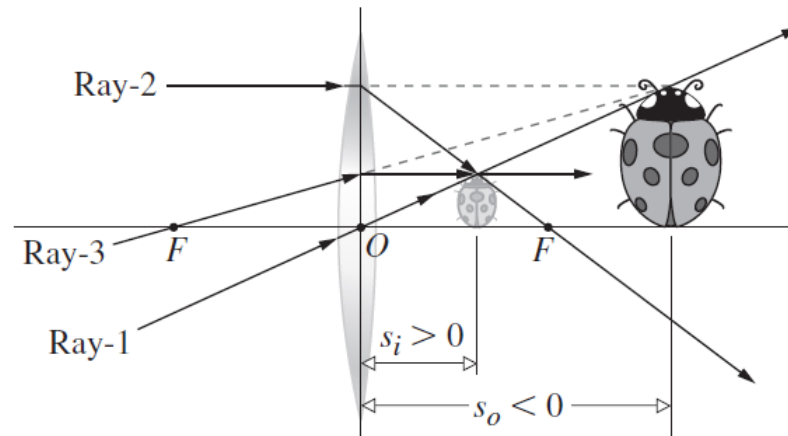
$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f}$$

Objetos virtuales

<https://phet.colorado.edu/es/simulation/geometric-optics>

objetos virtuales

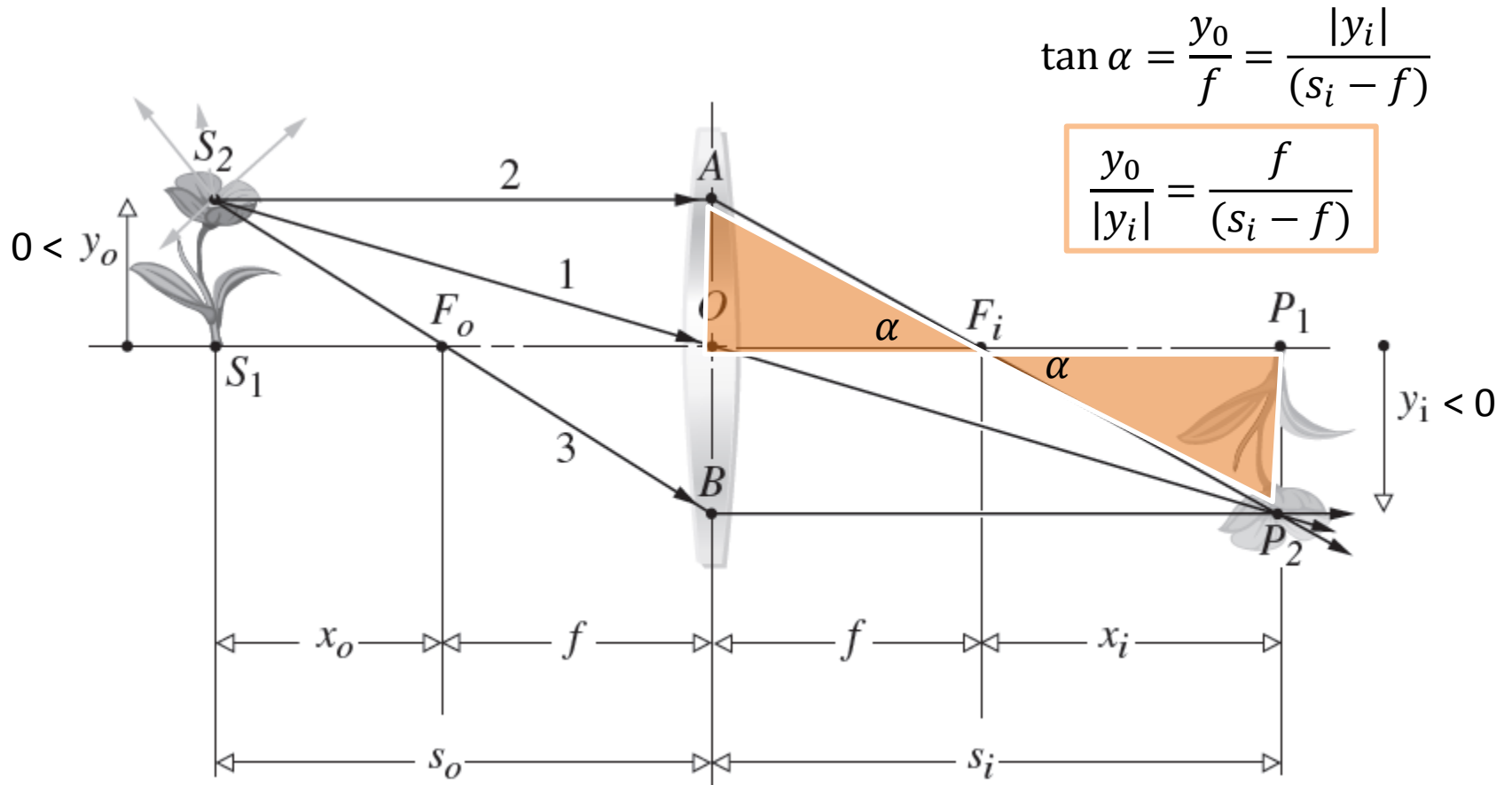
1. el rayo que pasa por el centro de la lente no se desvía.
2. el rayo que entra paralelo se dirige hacia f_i
3. el rayo que pasa por f_o sale paralelo



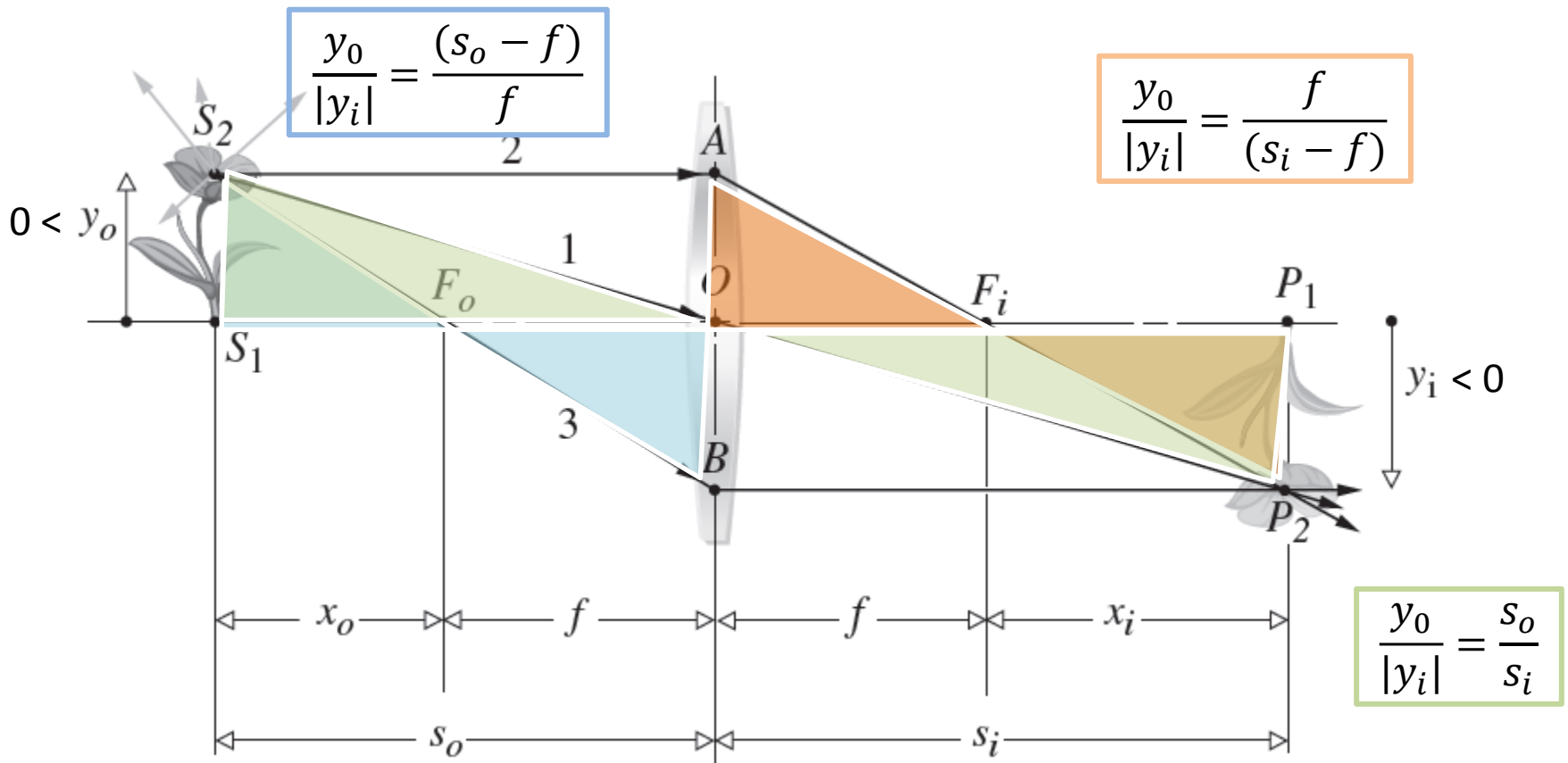
$$\frac{1}{s_o} + \frac{1}{s_i} = \frac{1}{f}$$

$$\frac{1}{f} = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) (n_{lm} - 1)$$

Aumento Lateral de una lente

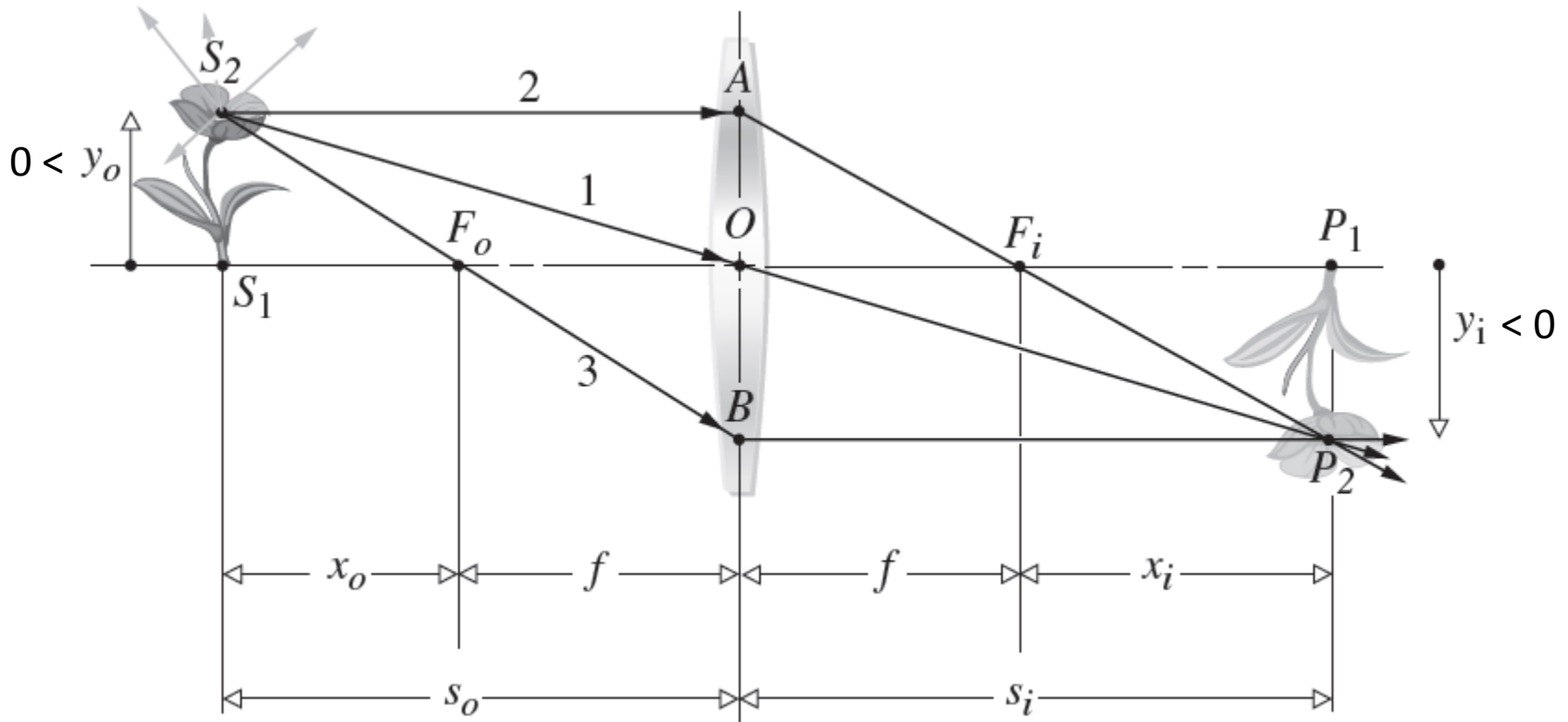


Aumento Lateral de una lente



Definimos aumento lateral como $\longrightarrow M_T \equiv \frac{y_i}{y_o} = -\frac{s_i}{s_o} = \frac{(f - s_i)}{f} = -\frac{f}{(f - s_o)}$

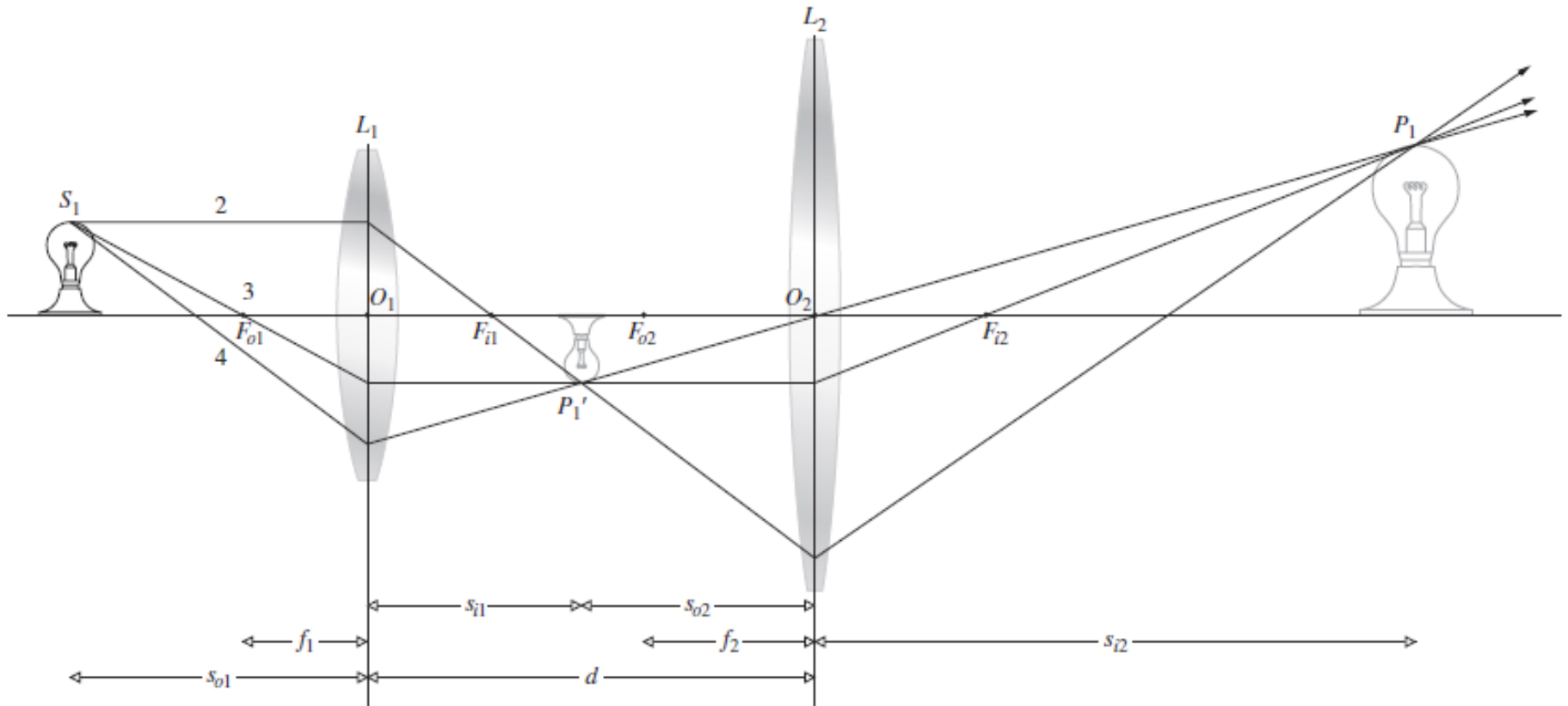
Aumento Lateral de una lente



$$M_T \equiv \frac{y_o}{y_i} = -\frac{s_o}{s_i} = \frac{f}{f - s_i} = \frac{(f - s_o)}{f}$$

- $M_T < 0$ indica imagen invertida
- Notar: sólo no habrá inversión cuando objeto e imagen esten en el mismo sem-espacio

Combinación de lentes delgadas



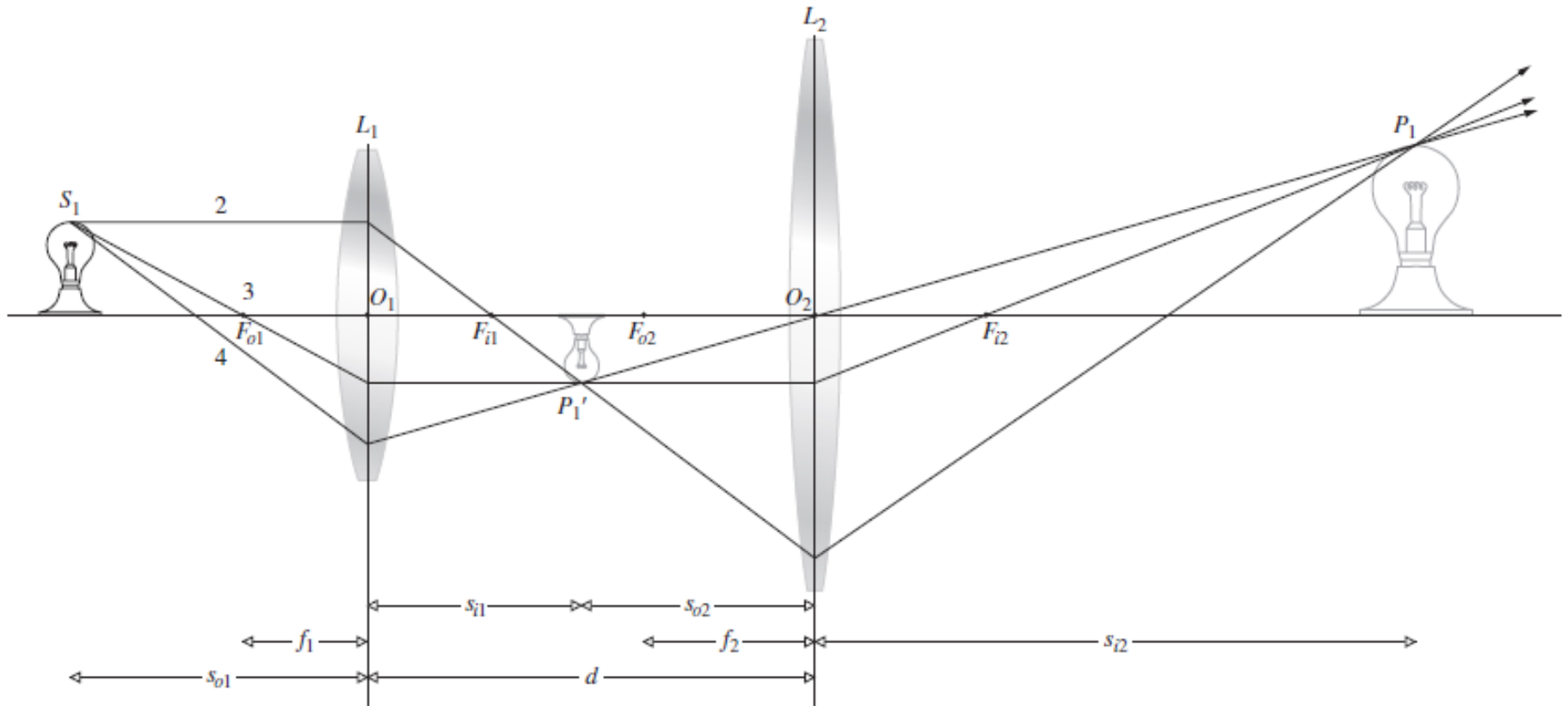
(lentes separadas una distancia mayor que la suma de sus distancias focales)

La imagen de la primera lente sera el objeto de la segunda....

Analiticamente, puedo plantear secuencialmente la ec. del constructor de lentes:

$$\frac{1}{s_{o1}} + \frac{1}{s_{i2}} = \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) (n_{lm} - 1)$$

Combinación de lentes delgadas



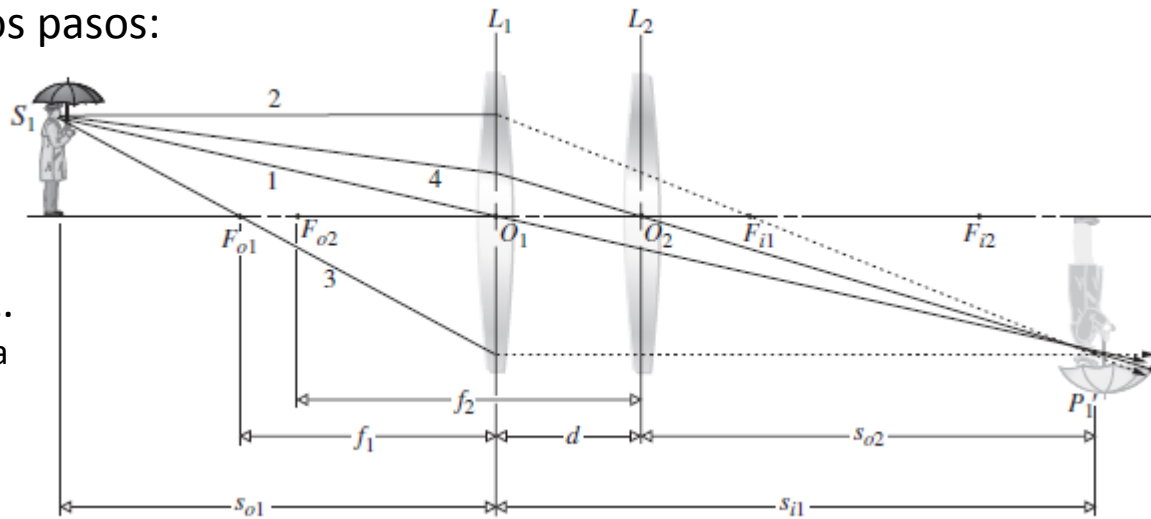
(lentes separadas una distancia mayor que la suma de sus distancias focales)

$$M_T \equiv \frac{y_i}{y_o} = \frac{y_i}{y'_i} \frac{y'_i}{y_o} = M_{T1} M_{T2}$$

Combinación de lentes delgadas

Lo hago en dos pasos:

Paso intermedio...
como si L_2 no estuviera

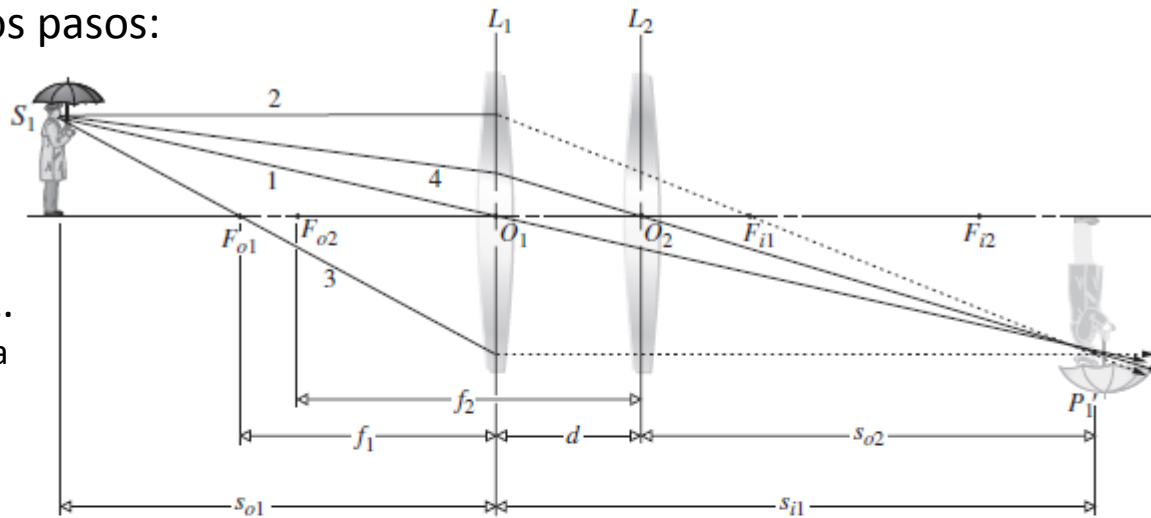


objeto virtual
para la segunda
lente

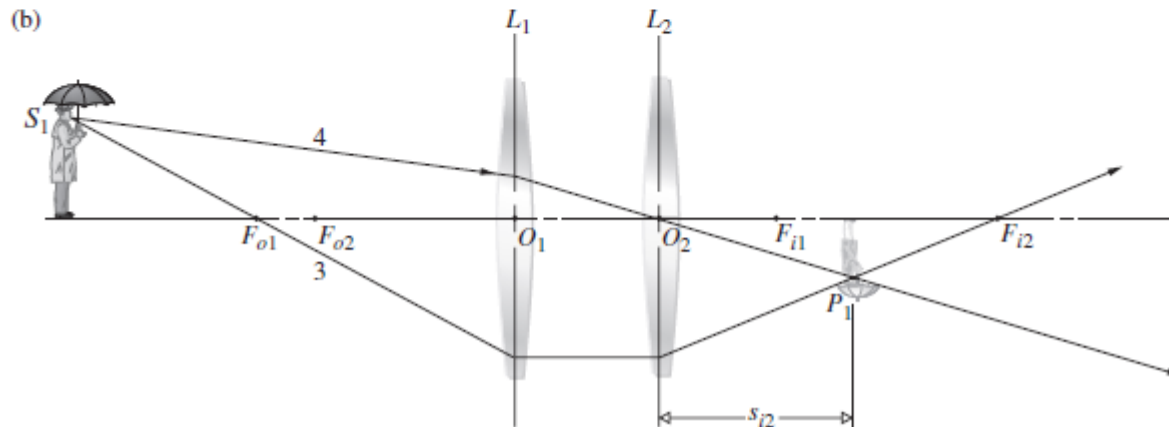
Combinación de lentes delgadas

Lo hago en dos pasos:

Paso intermedio...
como si L_2 no estuviera



objeto virtual
para la segunda
lente



(lentes separadas una distancia menor que la suma de sus distancias focales)

