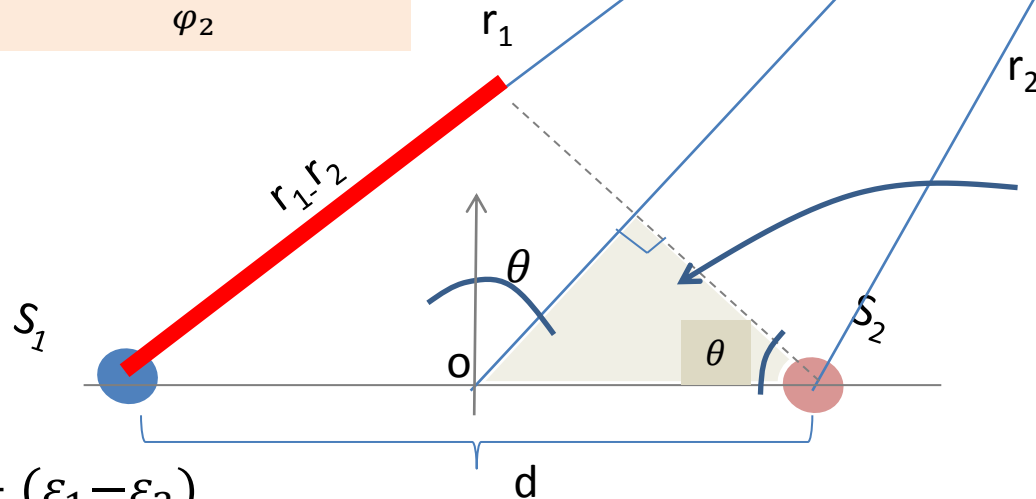


Difraccion

Habiamos visto que cuando hay dos...

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \vec{E}_{01}(\vec{r}) \cos(\underbrace{k_1 r_1 - \omega t + \varepsilon_1}_{\varphi_1})$$

$$\vec{E}_2(\vec{r}, t) = \vec{E}_{02}(\vec{r}) \cos(\underbrace{k_2 r_2 - \omega t + \varepsilon_2}_{\varphi_2})$$



Suma angulos interiores de un triangulo

$$\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) + \frac{\pi}{2} + \alpha = \pi$$

$$\Delta\varphi = k(r_1 - r_2) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)$$

$$\Delta\varphi_{max} = 2m\pi \quad k(r_1 - r_2) + (\varepsilon_1 - \varepsilon_2) = 2m\pi \quad (r_1 - r_2) = \frac{2m\pi - (\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{k}$$

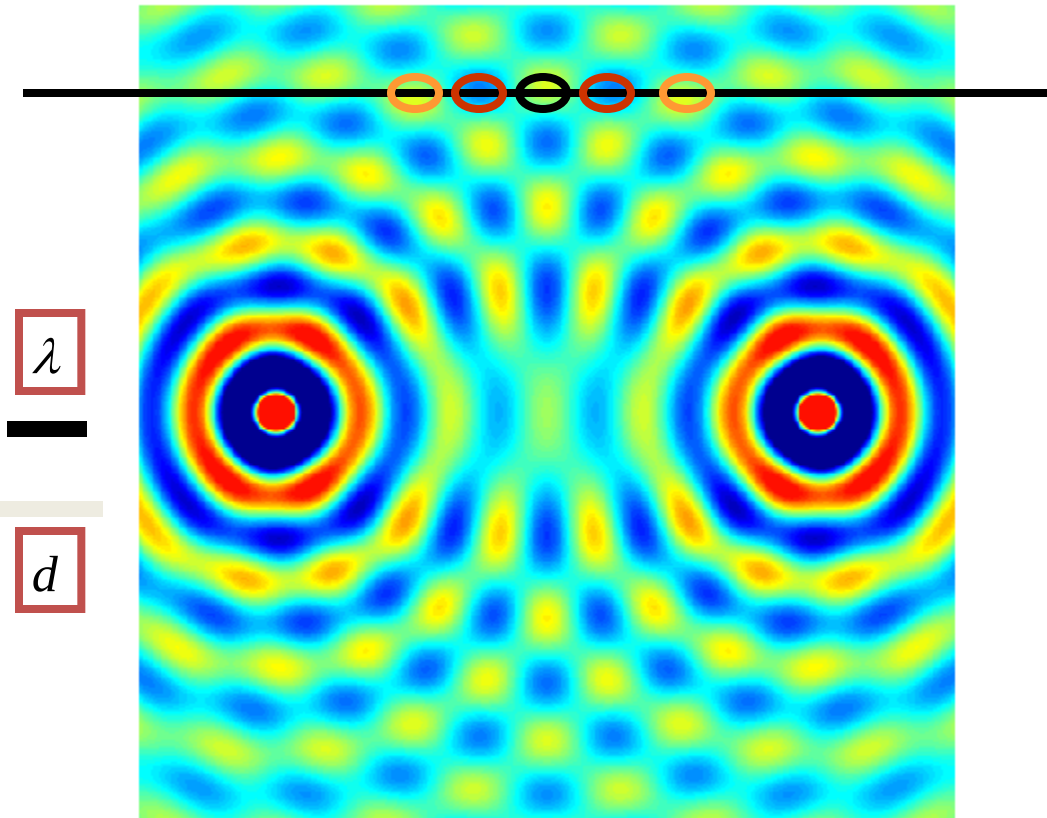
$$(r_1 - r_2) = m\lambda - \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{2\pi} \lambda$$

OP >> 1

$$d \sin \theta_{max} = m\lambda - \frac{(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)}{2\pi} \lambda$$

Aguita de colores

$$d \sin \theta_{max} = m\lambda$$

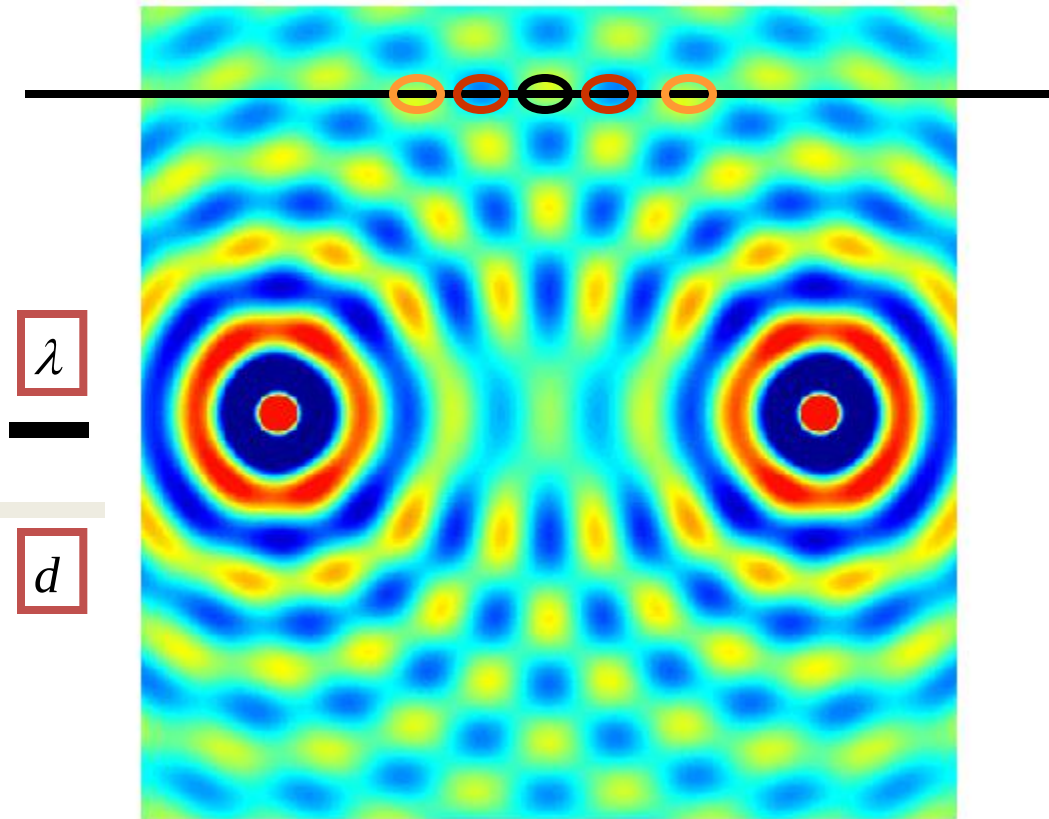


Fuentes en fase: las direcciones donde encontrar maximos son

Por que si $\frac{\lambda}{d}$ es chico voy a ver muchos ordenes de maximos sobre la pantalla?

$$\sin \theta_{max} = m \frac{\lambda}{d}$$

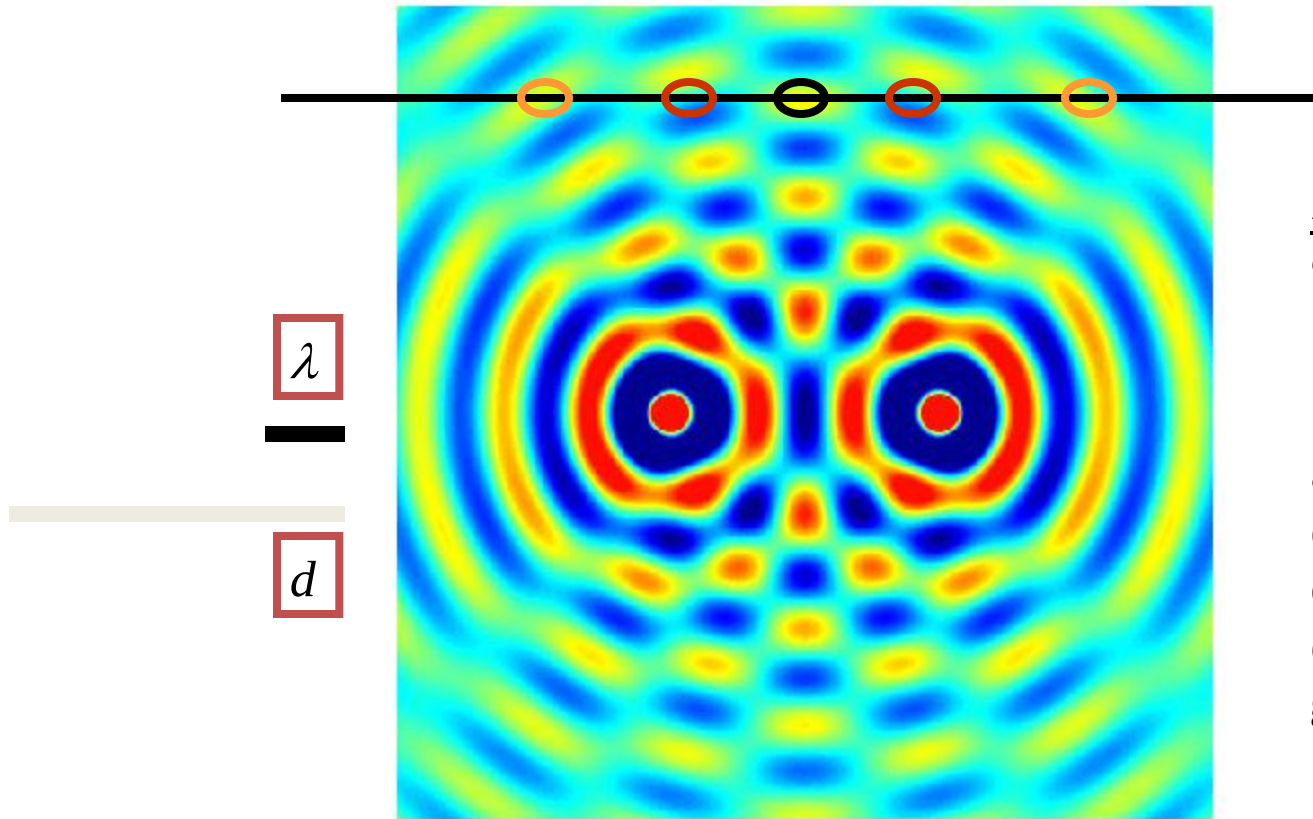
Aguita de colores



Fuentes en fase: las direcciones donde encontrar maximos son

$$\text{sen}(\theta) = \frac{m\lambda}{d}$$

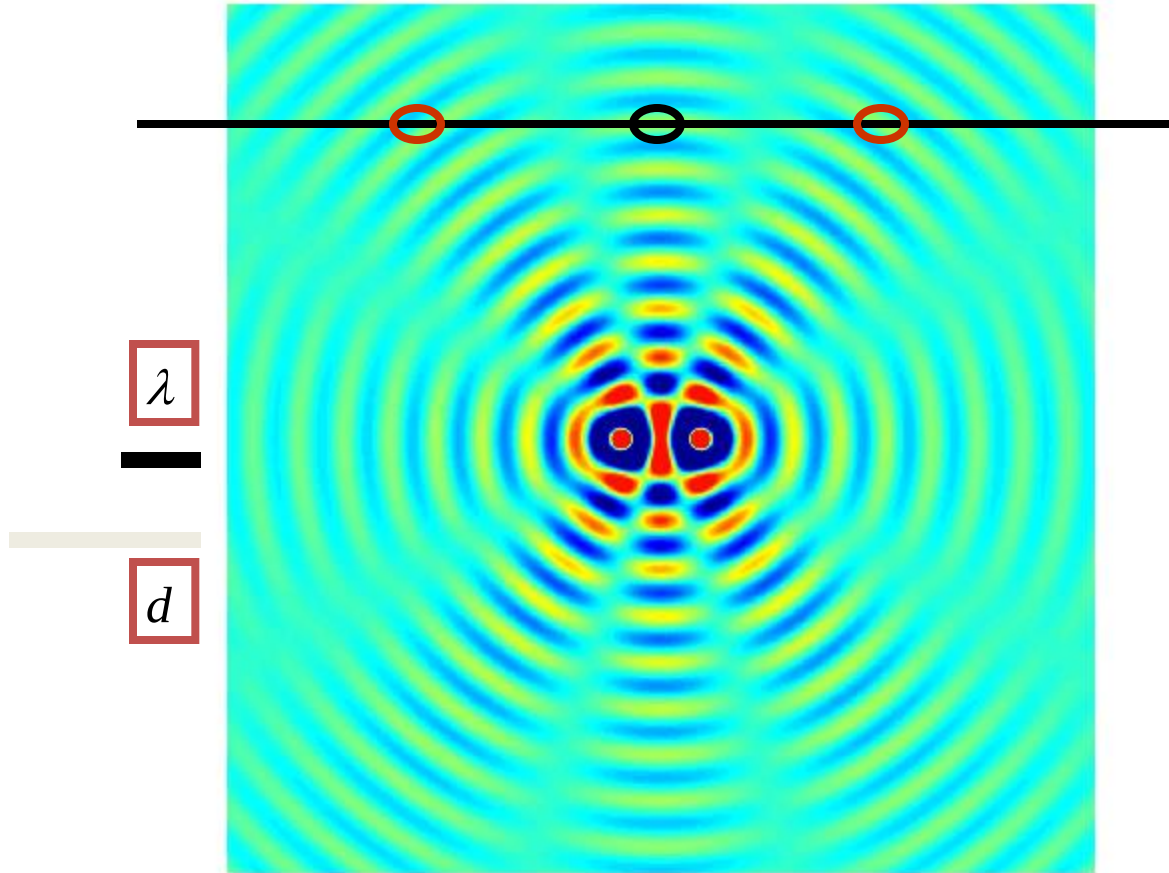
Aguita de colores



$\frac{\lambda}{d}$ es ahora un poco mas grande. Las fuentes estan mas cerca y los angulos donde veo diferencias de caminos como las de antes son mas grandes.

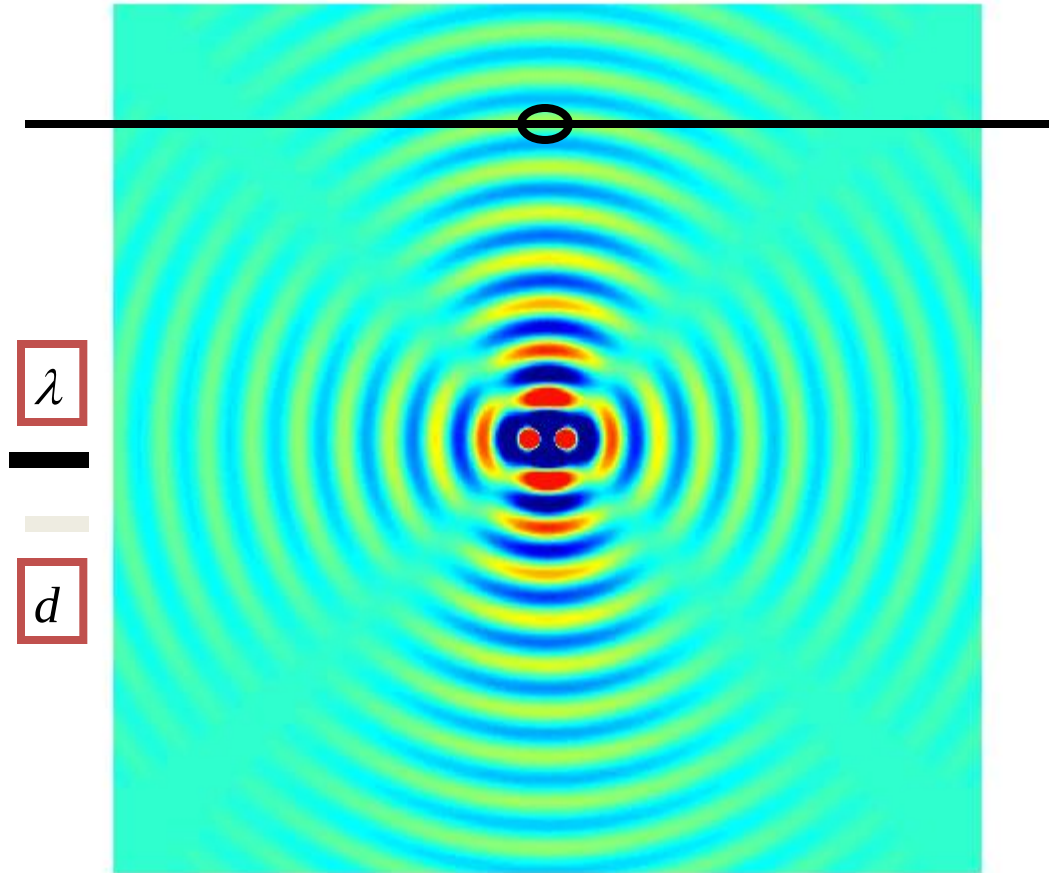
$$\text{sen}(\theta) = \frac{m\lambda}{d}$$

Aguita de colores



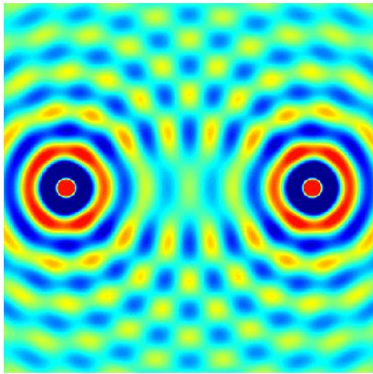
$$\text{sen}(\theta) = \frac{m\lambda}{d}$$

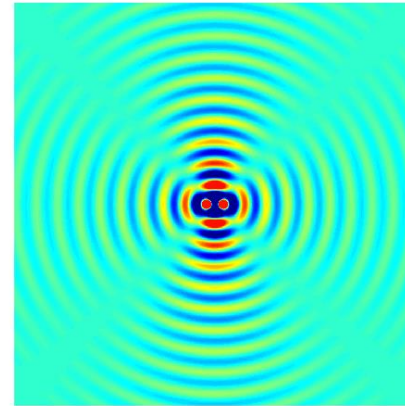
Aguita de colores



$$\sin(\theta) = \frac{m\lambda}{d}$$

Cuando d es menor que la longitud de onda, para ningún ángulo llegan a separarse en un ciclo completo con lo que el único máximo está en el centro.


 λ

 d

 λ

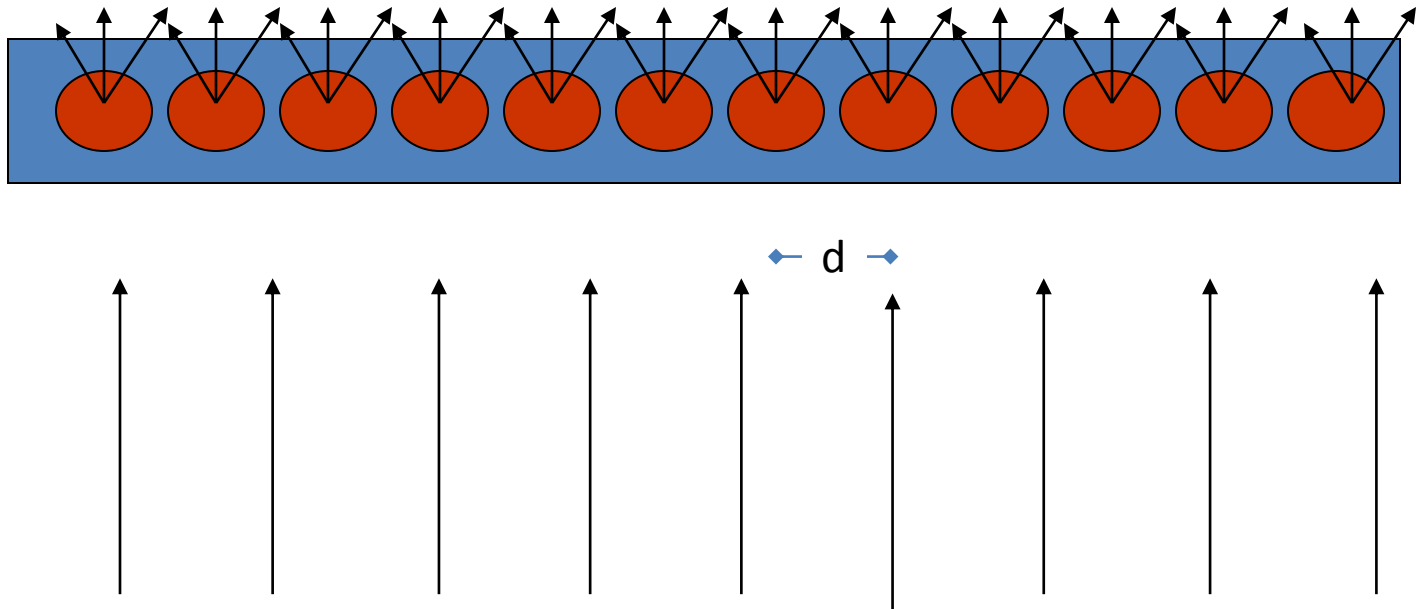
 d

$$\sin(\theta) = \frac{m\lambda}{d}$$

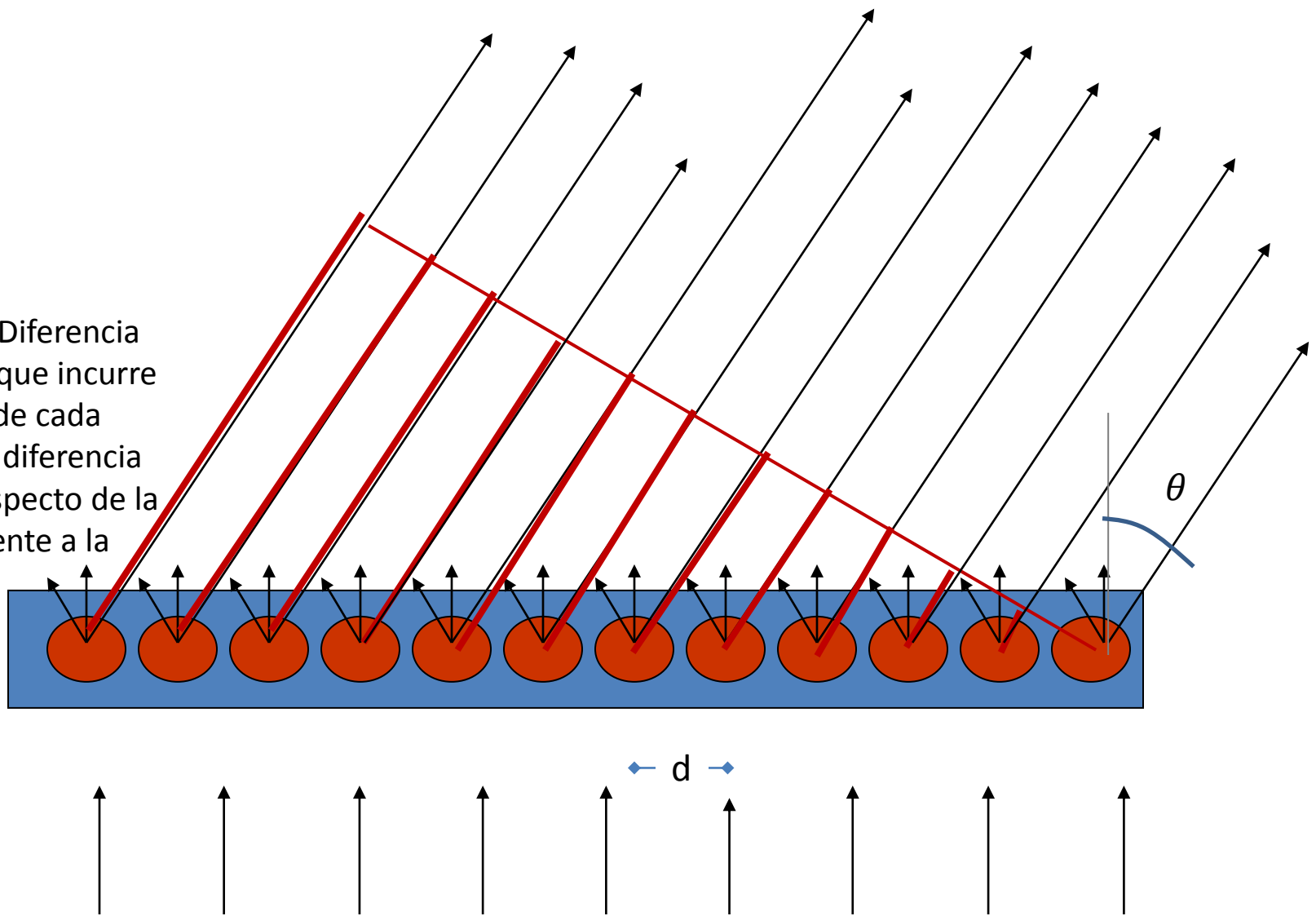
Problema **directo**: a partir de las fuentes podemos inferir el patron de interferencia

Problema **inverso**: el patron de interferencia nos habla sobre la disposicion de las fuentes

- Supongamos una onda plana incidente perpendicular al arreglo de **fuentes**.
- Las fuentes pueden ser, en nuestro ejemplo:
 - Agujeritos equiespaciados sobre una pantalla opaca
 - Reemisores atómicos equiespaciados linealmente

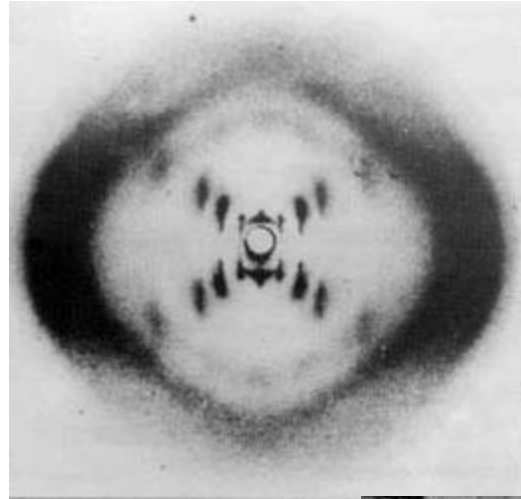
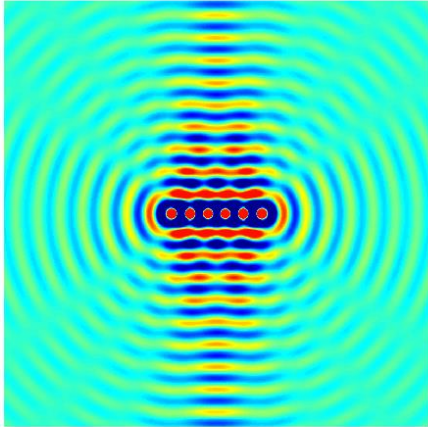


— Diferencia de camino que incurre la emisión de cada fuente (i.e. diferencia de fase) respecto de la primera fuente a la derecha

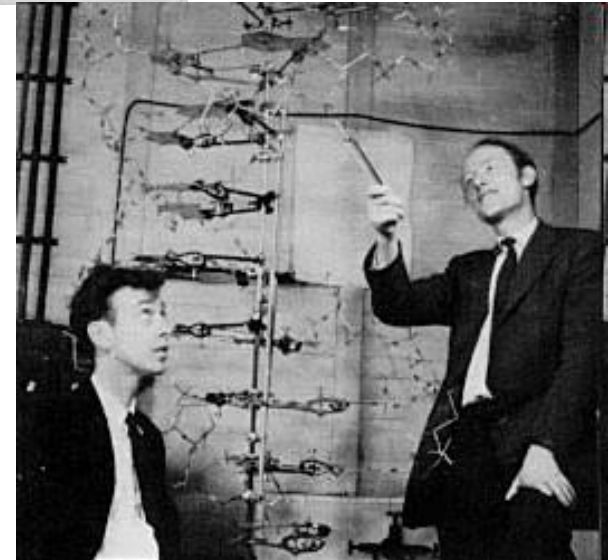


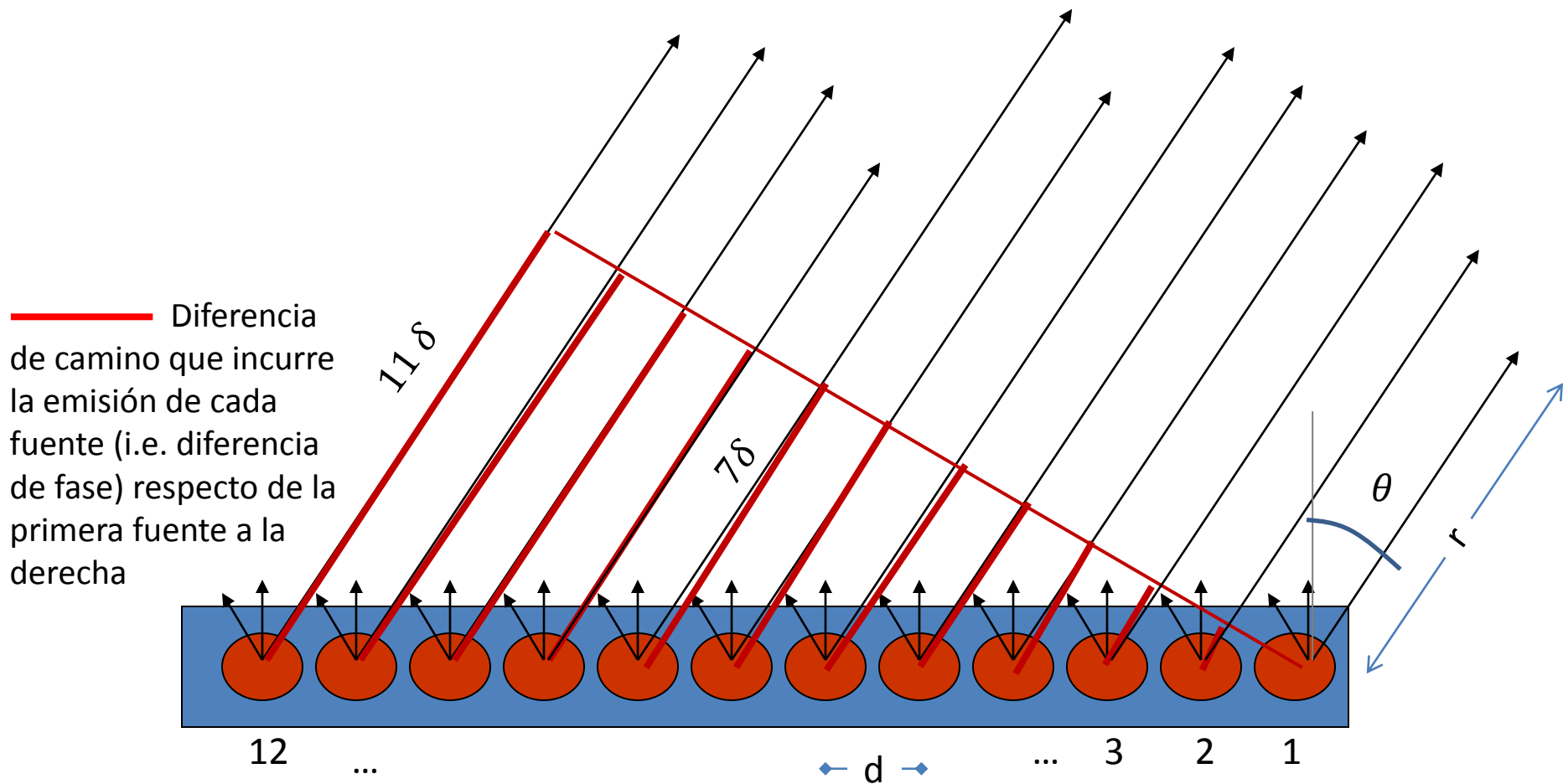
Nos va a interesar analizar el patron generado **muy lejos** de las fuentes...
Por ejemplo, aquel que se forma en el infinito (condición de difracción de **Franhauffer**).
En otras palabras quiero caracterizar la **emisión en una dirección dada**.

El problema inverso y el problema directo. Como siempre. Si uno sabe como emite algo en función de su forma, viendo un espectro de emisión se puede conocer la forma de algo desconocido. Muy resumidamente, ahí vamos...



Calcular el campo de varias fuentes, equiespaciadas a quien sabe que distancia, con algún ángulo y fase relativa y bla bla bla. es un asunto olvidable, pero, visto al revés, de que se trata?





Para la fuente i -ésima, el desfase respecto a la primera resulta:

desfase entre una y la siguiente

$$k(r_i - r_1) = k((i - 1) * d) \sin \theta = (i - 1) * \underbrace{k d \sin \theta}_{\delta} = (i - 1) * \delta$$

El campo resultante en dirección θ :

$$R = A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \omega t + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \delta + \omega t + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + 2\delta + \omega t + \varepsilon) + \dots + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + (N - 1)\delta + \omega t + \varepsilon)$$

con $\delta = k d \sin \theta$

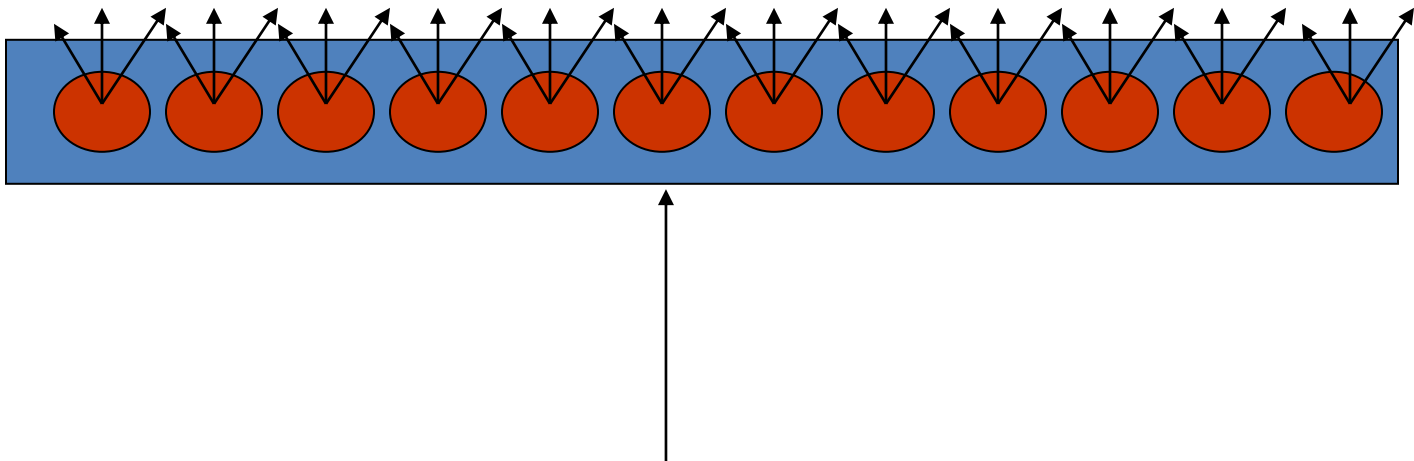
Es un problema de interferencia de muchas fuentes, para calcular la intensidad en algún punto hay que resolver como sumar este tipo de cosas...

$$R(\delta) = A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \omega t + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \delta + \omega t + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + 2\delta + \omega t + \varepsilon) + \cdots + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + (N - 1)\delta + \omega t + \varepsilon)$$

Hay que calcular el campo resultante como función del desfase entre fuentes δ

Y luego, calcular el desfase en función de la geometría del problema

$$\delta(\theta) = k d \sin \theta$$



Es un problema de interferencia de muchas fuentes, para calcular la intensidad en algún punto hay que resolver como sumar este tipo de cosas...

$$R(\delta) = A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \omega t + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \delta + \omega t + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + 2\delta + \omega t + \varepsilon) + \dots + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + (N - 1)\delta + \omega t + \varepsilon)$$

Como sumar esto?

- 1) Abrir todos los cosenos, anular mil términos y enfermarse.
- 2) Pasarlo a números complejos, donde los cosenos se vuelven exponenciales y la suma se resuelve muy fácil ... si uno sabe complejos.
- 3) **Geométricamente.**

Veamos como sumar las dos primeras

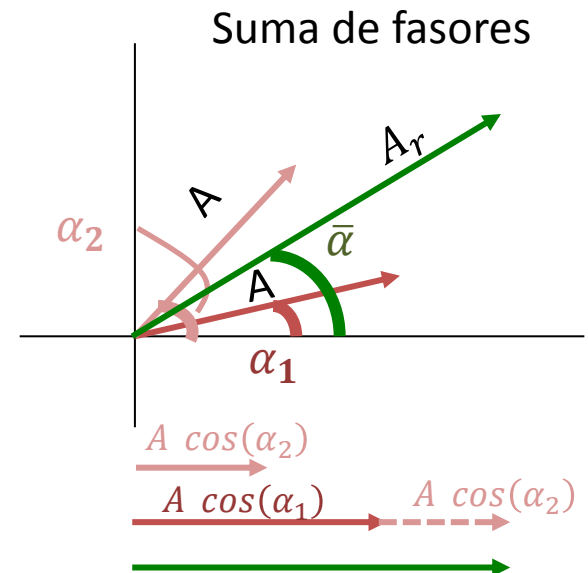
$$R_2(\delta) = A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \omega t + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \delta + \omega t + \varepsilon) \\ = A \cos(\alpha_1) + A \cos(\alpha_2)$$

Analíticamente...(slide siguiente)

$$R_2(\delta) = \underbrace{2A \cos\left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right)}_{A_r} \cos(\bar{\alpha})$$

Amplitud A_r de la suma de fasores

$$\text{con } \bar{\alpha} = \frac{\alpha_2 + \alpha_1}{2} \\ \Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$$



La matematica del slide anterior*

$$R = A \cos(\alpha_1) + A \cos(\alpha_2)$$

definimos

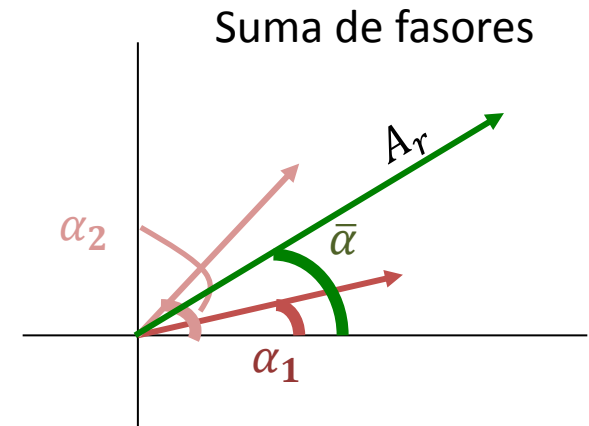
$$\bar{\alpha} = \frac{\alpha_2 + \alpha_1}{2}$$

$$\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$$



$$\alpha_1 = \bar{\alpha} - \frac{\Delta\alpha}{2}$$

$$\alpha_2 = \bar{\alpha} + \frac{\Delta\alpha}{2}$$



$$R = A \cos\left(\bar{\alpha} - \frac{\Delta\alpha}{2}\right) + A \cos\left(\bar{\alpha} + \frac{\Delta\alpha}{2}\right)$$

$$= A \cos \bar{\alpha} \cos \frac{\Delta\alpha}{2} + A \sin \bar{\alpha} \sin \frac{\Delta\alpha}{2} + A \cos \bar{\alpha} \cos \frac{\Delta\alpha}{2} - A \sin \bar{\alpha} \sin \frac{\Delta\alpha}{2}$$

$$R = 2A \cos \frac{\Delta\alpha}{2} \cos \bar{\alpha}$$

Entonces ya sabemos sumar contribuciones desfasadas geoméricamente

$$R_2(\delta) = A \cos(\mathbf{kr} + \omega t + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{kr} + \delta + \omega t + \varepsilon)$$

$$= A \cos(\alpha_1) + A \cos(\alpha_2)$$

$$R_2(\delta) = 2A \cos\left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right) \cos(\bar{\alpha})$$

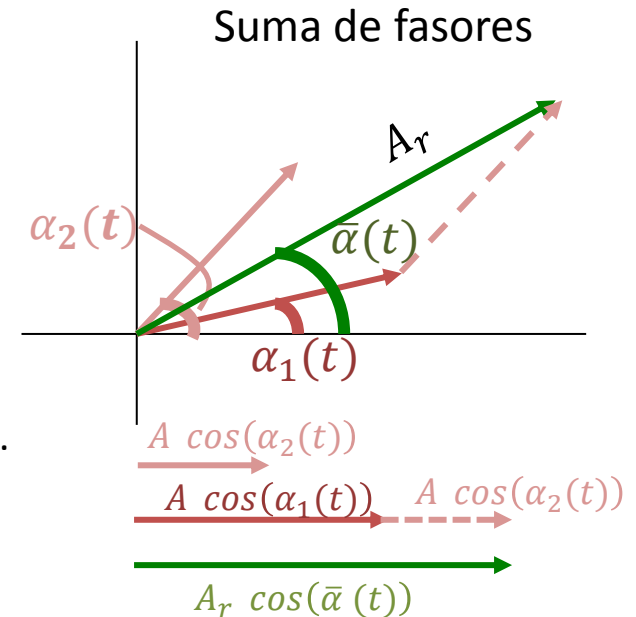
$$\text{con } \bar{\alpha} = \frac{\alpha_2 + \alpha_1}{2}$$

$$\Delta\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$$

$$2A \cos\left(\frac{\delta}{2}\right)$$

Esta parte depende del tiempo...
 $\cos(\mathbf{kr} + \omega t + \varepsilon + \delta/2)$

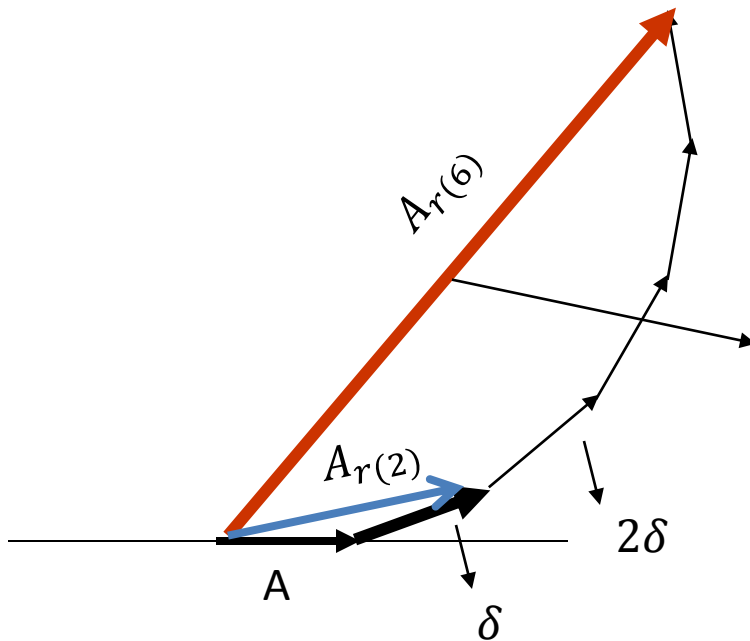
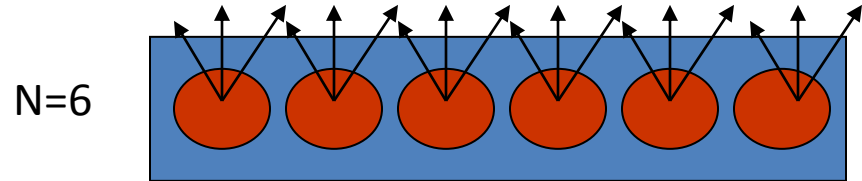
$$A_r = 2A \cos\left(\frac{\Delta\alpha}{2}\right) = 2A \cos \frac{\delta}{2}$$



Para seguir sumando
fuentes seguimos
geoméricamente.....

La amplitud resultante depende de la diferencia de fases

$$R(\delta) = A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + wt + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \delta + wt + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + 2\delta + wt + \varepsilon) + \cdots + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + (N-1)\delta + wt + \varepsilon)$$



El vector resultante de sumar la suma de arriba, con seis términos. Esta resultante es una función geométrica no trivial de:

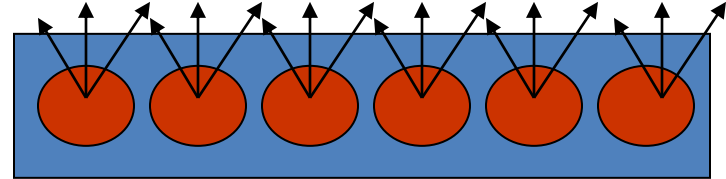
- el desfase δ ,
- el numero de términos (resulta en una suerte de espiral)
- y es, sencillamente multiplicativa por la amplitud (si todas son iguales.)

$A_{r(6)}$ = expresion analitica?

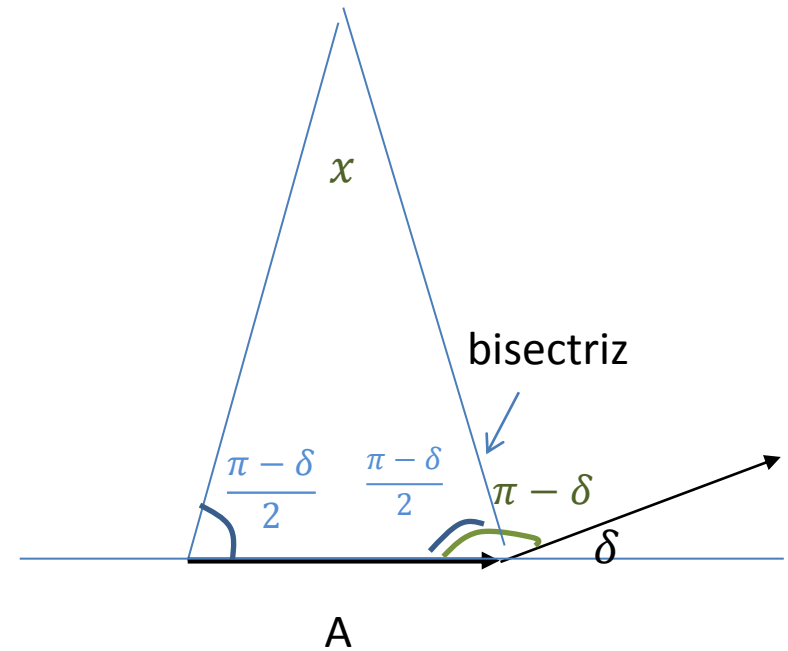
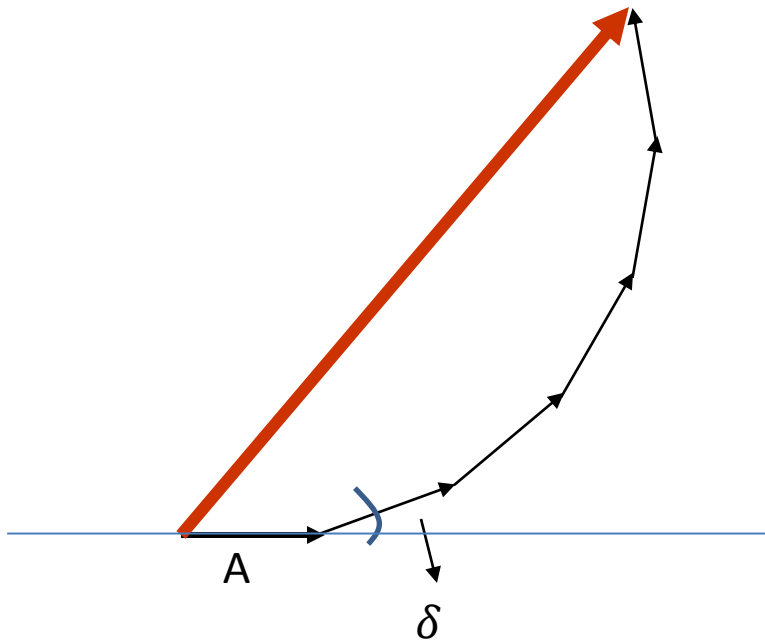
$$R(\delta) = A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + wt + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \delta + wt + \varepsilon) + \\ A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + 2\delta + wt + \varepsilon) + \cdots + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + (N-1)\delta + wt + \varepsilon)$$

Ya encontramos graficamente Ar...
habra una manera de obtener una
expresion analitica?

N=6



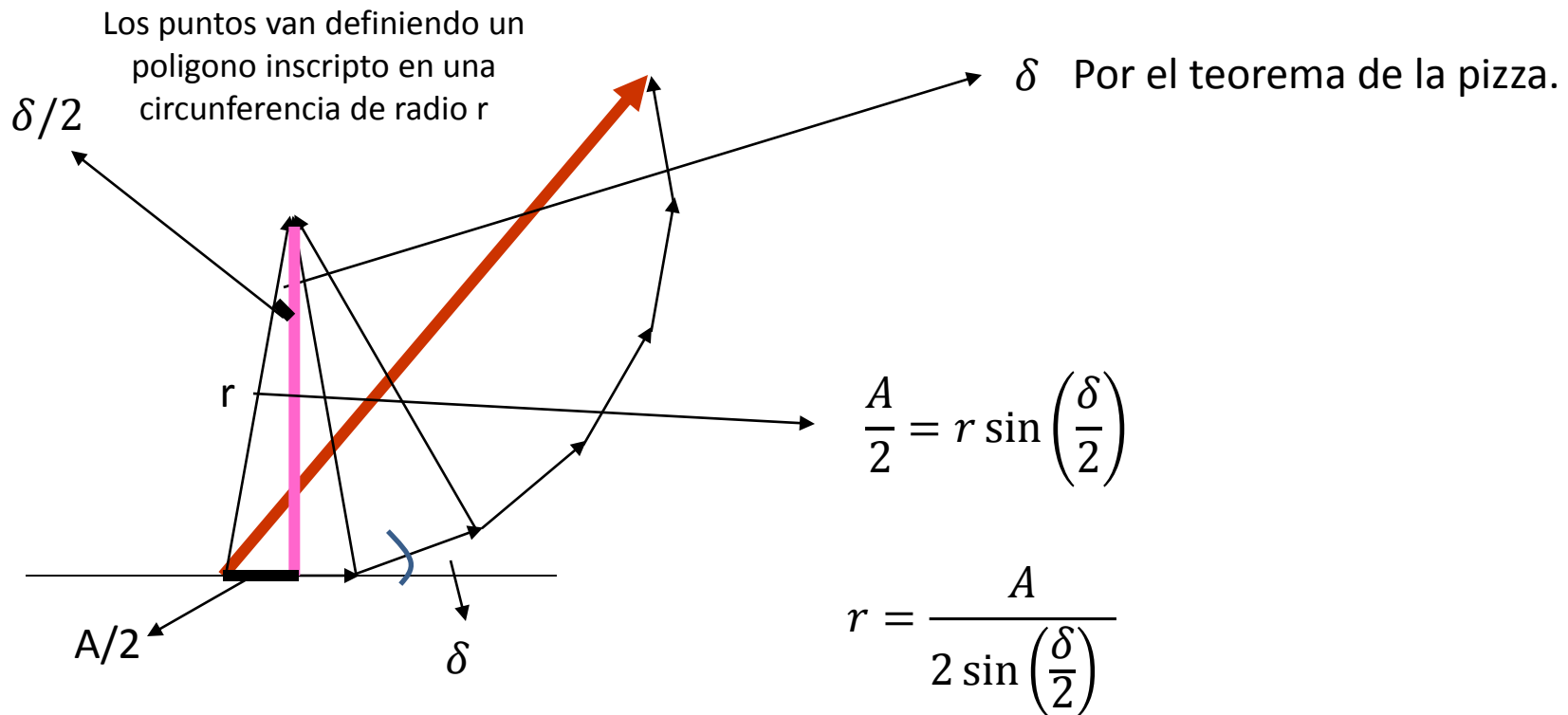
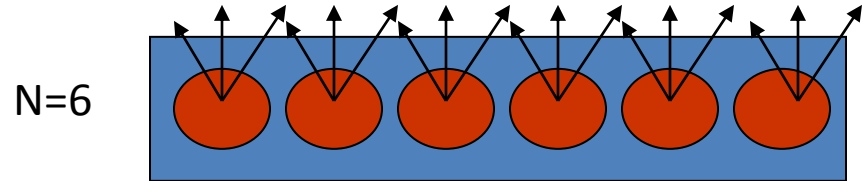
El teorema de la pizza.



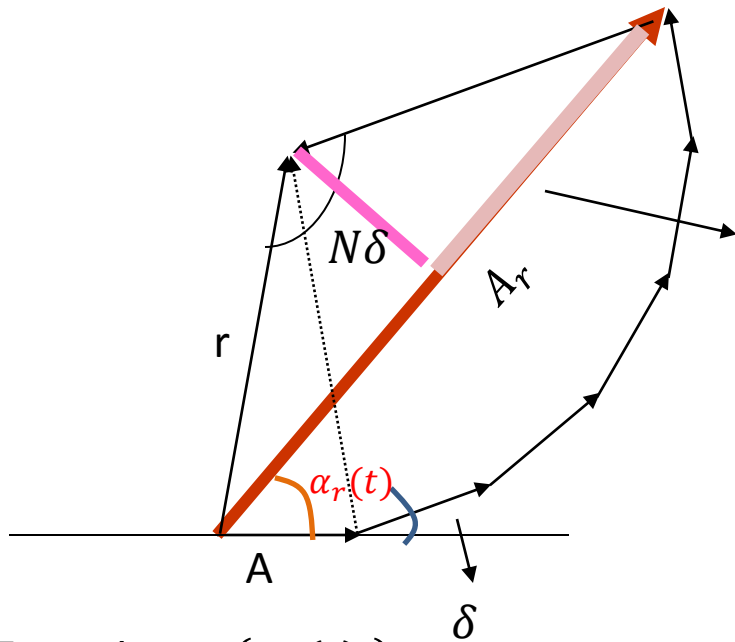
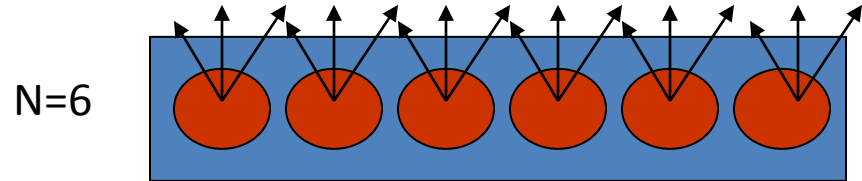
Como en todo triangulo: la suma de sus angulos debe ser π

$$\frac{\pi - \delta}{2} + \frac{\pi - \delta}{2} + x = \pi \quad \longrightarrow \quad x = \delta$$

$$R(\delta) = A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + wt + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \delta + wt + \varepsilon) + \\ A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + 2\delta + wt + \varepsilon) + \cdots + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + (N-1)\delta + wt + \varepsilon)$$



$$R(\delta) = A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \omega t + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \delta + \omega t + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + 2\delta + \omega t + \varepsilon) + \dots + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + (N-1)\delta + \omega t + \varepsilon)$$



$$\frac{A_R}{2} = r \sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)$$

$$r = \frac{A}{2 \sin\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

Amplitud de la onda resultante

$$A_R(\delta) = A \frac{\sin\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

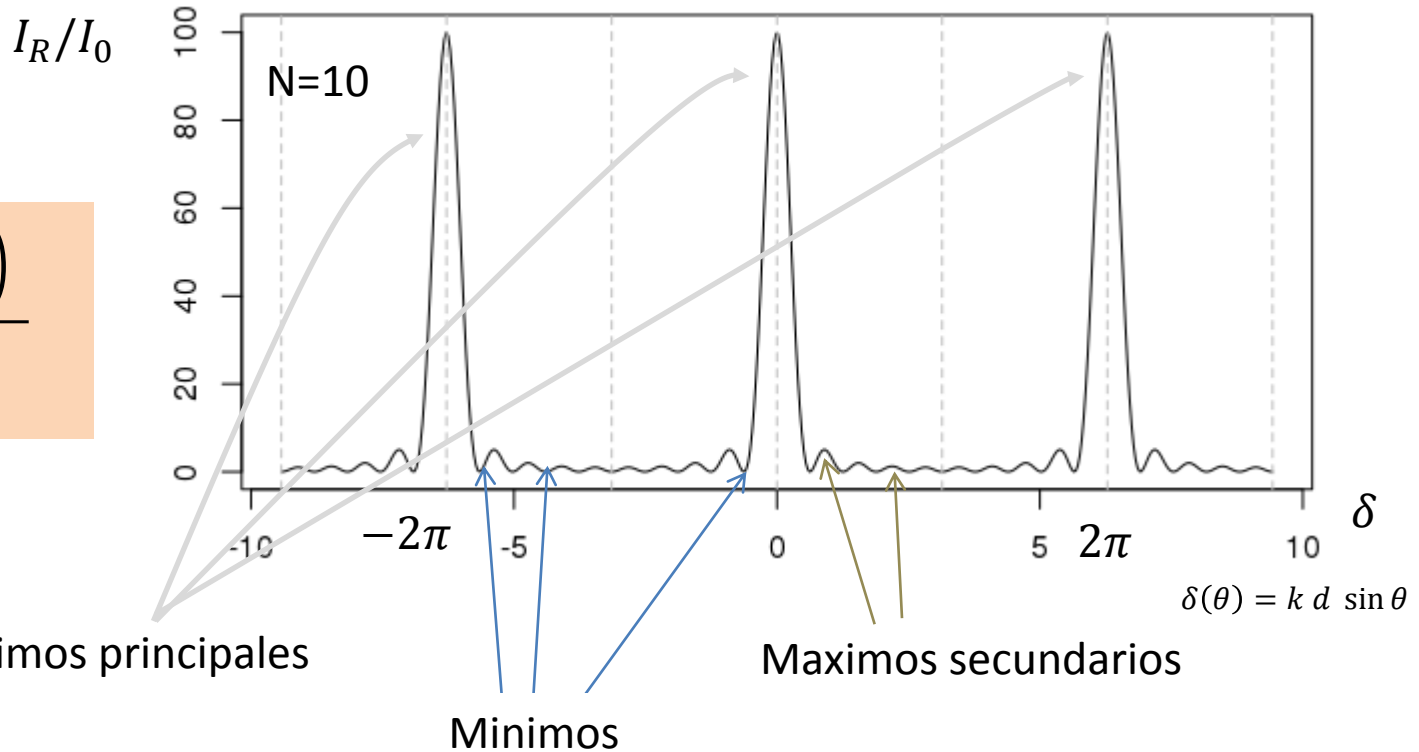
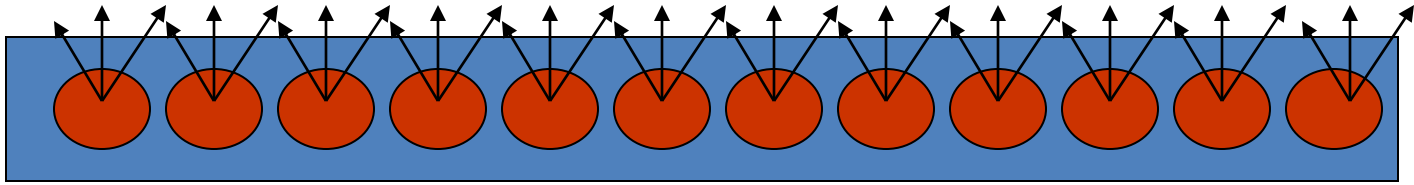
$$E_R = A_R \cos(\alpha_r(t))$$

$$I_R = A_R^2 \langle \cos^2(\alpha_r(t)) \rangle$$

Irradiancia resultante en función del desfase entre fuentes δ

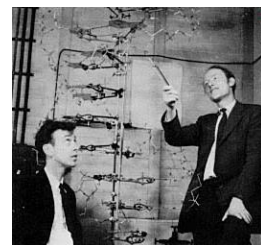
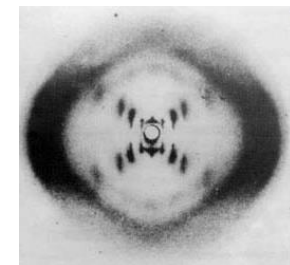
$$I_R(\delta) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

$$R(\delta) = A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \omega t + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \delta + \omega t + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + 2\delta + \omega t + \varepsilon) + \dots + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + (N-1)\delta + \omega t + \varepsilon)$$

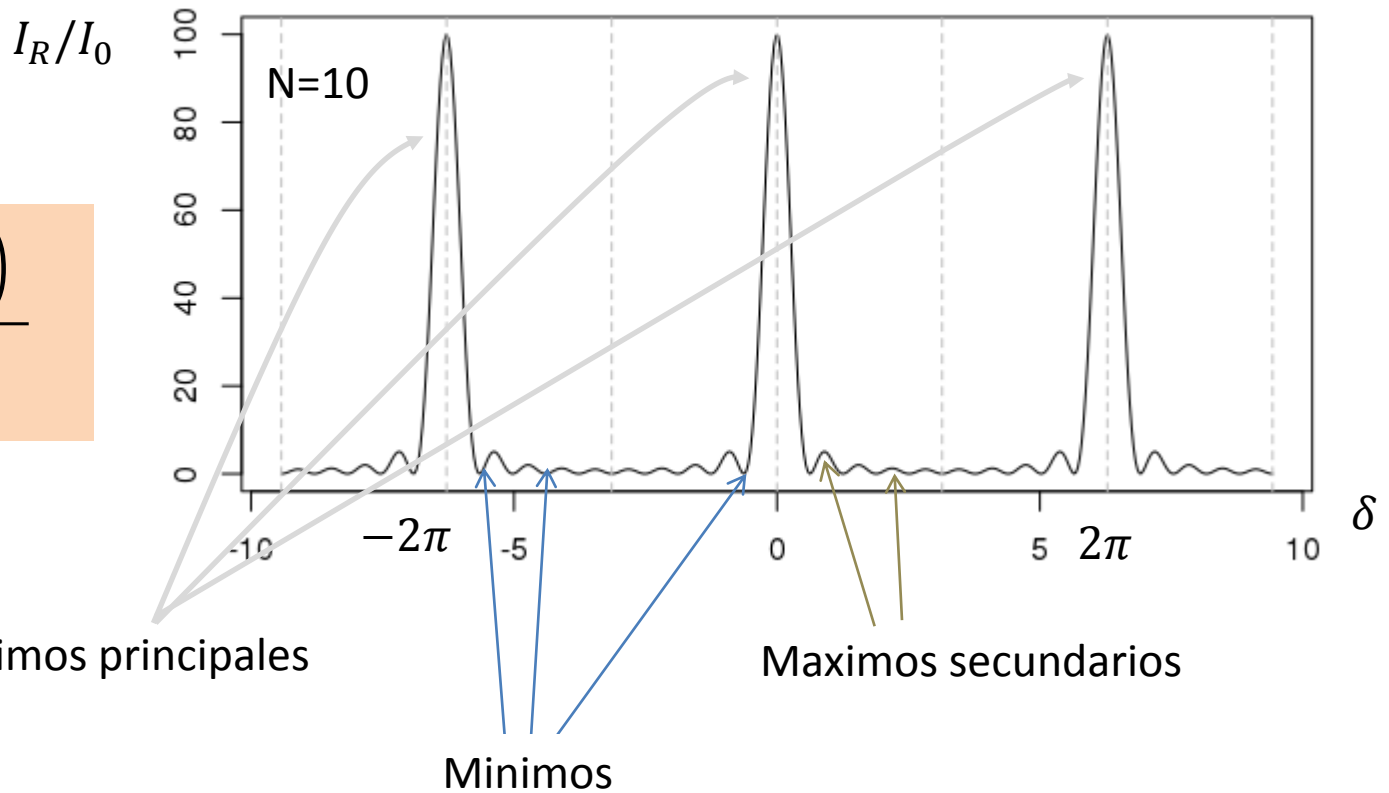
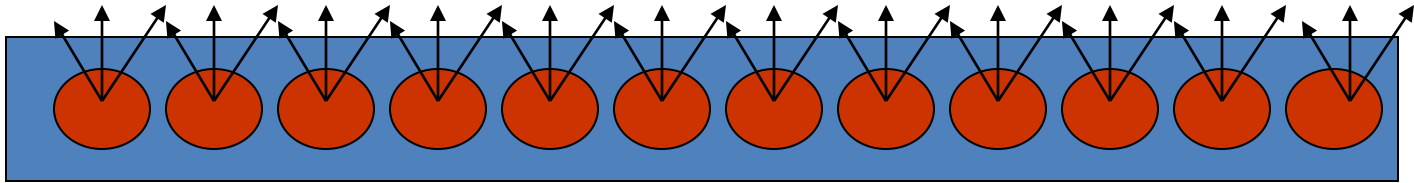


$$I_R(\delta) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

El patron de maximos y minimos tiene mucha estructura relacionada con la geometria de las fuentes. En esto se basan las aplicaciones derivadas de solucionar el **problema inverso** que mencionabamos antes



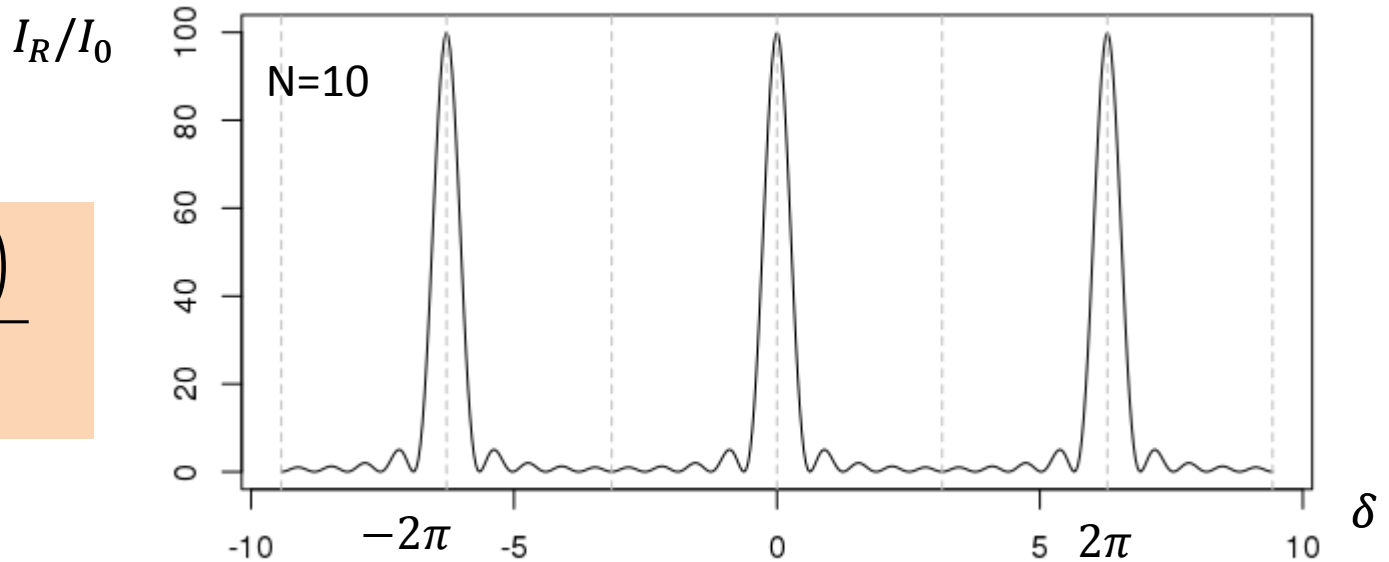
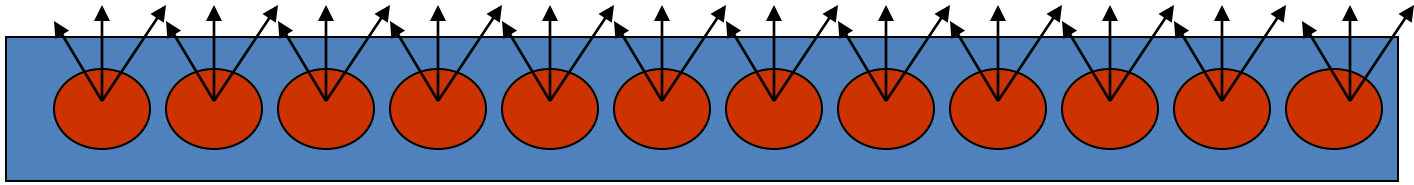
$$R(\delta) = A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + wt + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \delta + wt + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + 2\delta + wt + \varepsilon) + \cdots + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + (N-1)\delta + wt + \varepsilon)$$



$$I_R(\delta) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

Animemonos!

$$R(\delta) = A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + wt + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \delta + wt + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + 2\delta + wt + \varepsilon) + \dots + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + (N-1)\delta + wt + \varepsilon)$$



$$I_R(\delta) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

Maximos principales se producen cuando se anula el denominador (y por tanto también el numerador):

$$\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right) = 0 \rightarrow \frac{N\delta}{2} = m\pi \rightarrow \delta = m \frac{2\pi}{N}$$

$$\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) = 0 \rightarrow \frac{\delta}{2} = n\pi \rightarrow \delta = 2n\pi$$

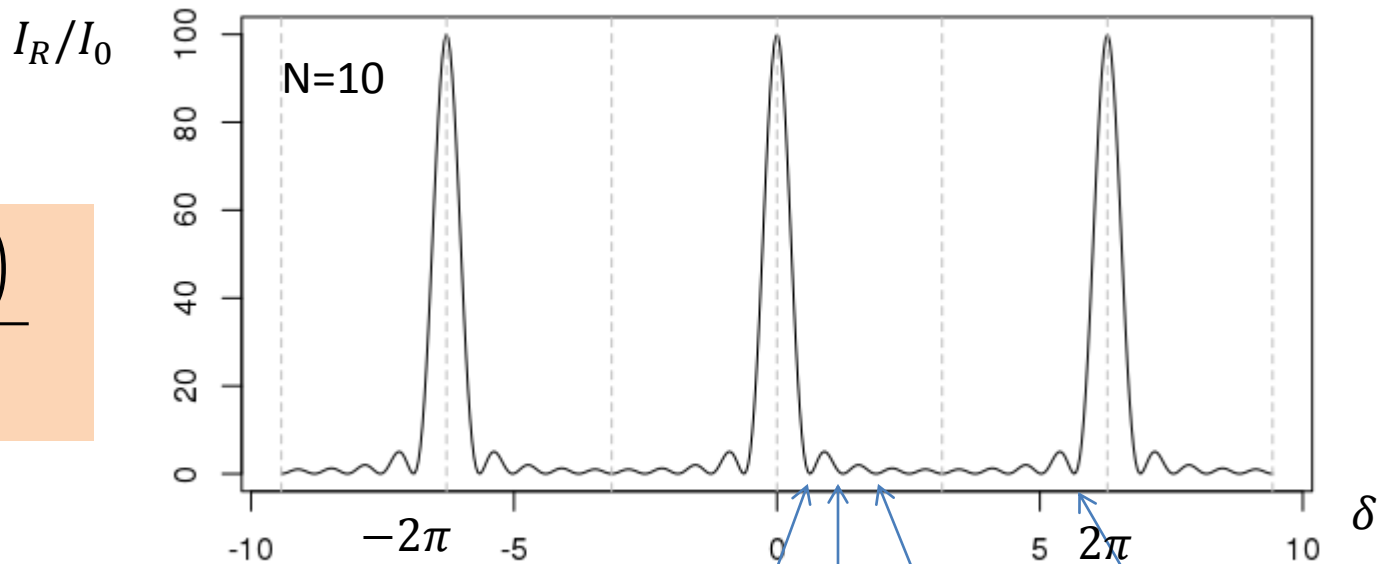
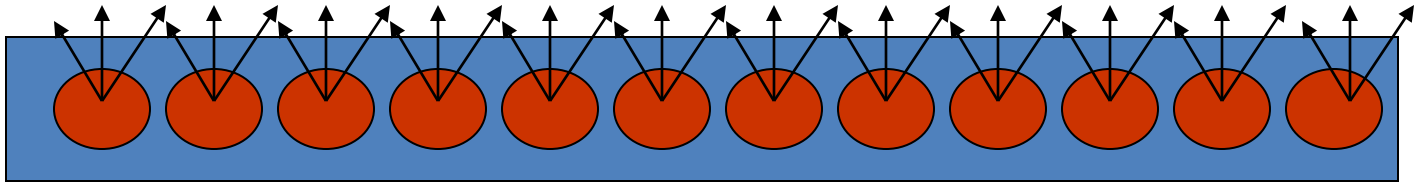
(si se cumple esto, se cumple lo de arriba: $m=n*N$)

Vemos cuanto valen los max: Si $\delta \rightarrow 0$

$$\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right) \rightarrow \left(\frac{N\delta}{2}\right)^2 \quad \text{y} \quad \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \rightarrow \left(\frac{\delta}{2}\right)^2$$

$$I_R(\delta) = I_0 \frac{\left(\frac{N\delta}{2}\right)^2}{\left(\frac{\delta}{2}\right)^2} \quad I_R(\delta = 0) = I_0 N^2$$

$$R(\delta) = A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \omega t + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \delta + \omega t + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + 2\delta + \omega t + \varepsilon) + \dots + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + (N-1)\delta + \omega t + \varepsilon)$$



$$I_R(\delta) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

Minimos se producen cuando se anula el numerador,
pero no el denominador:

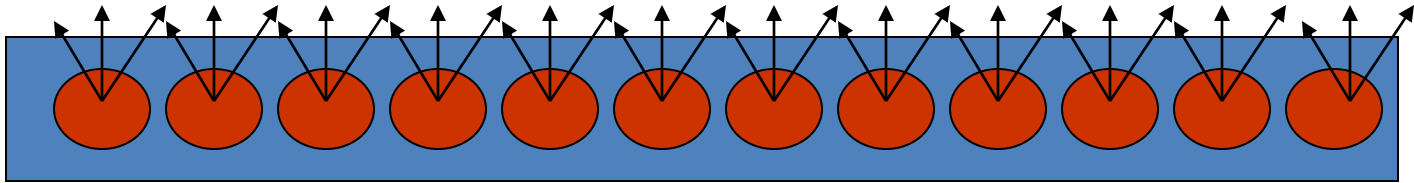
$$\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right) = 0 \rightarrow \frac{N\delta}{2} = m\pi \rightarrow \delta = 2m\frac{\pi}{N}$$

$$\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right) \neq 0 \rightarrow \frac{\delta}{2} \neq n\pi \rightarrow \delta \neq 2n\pi$$

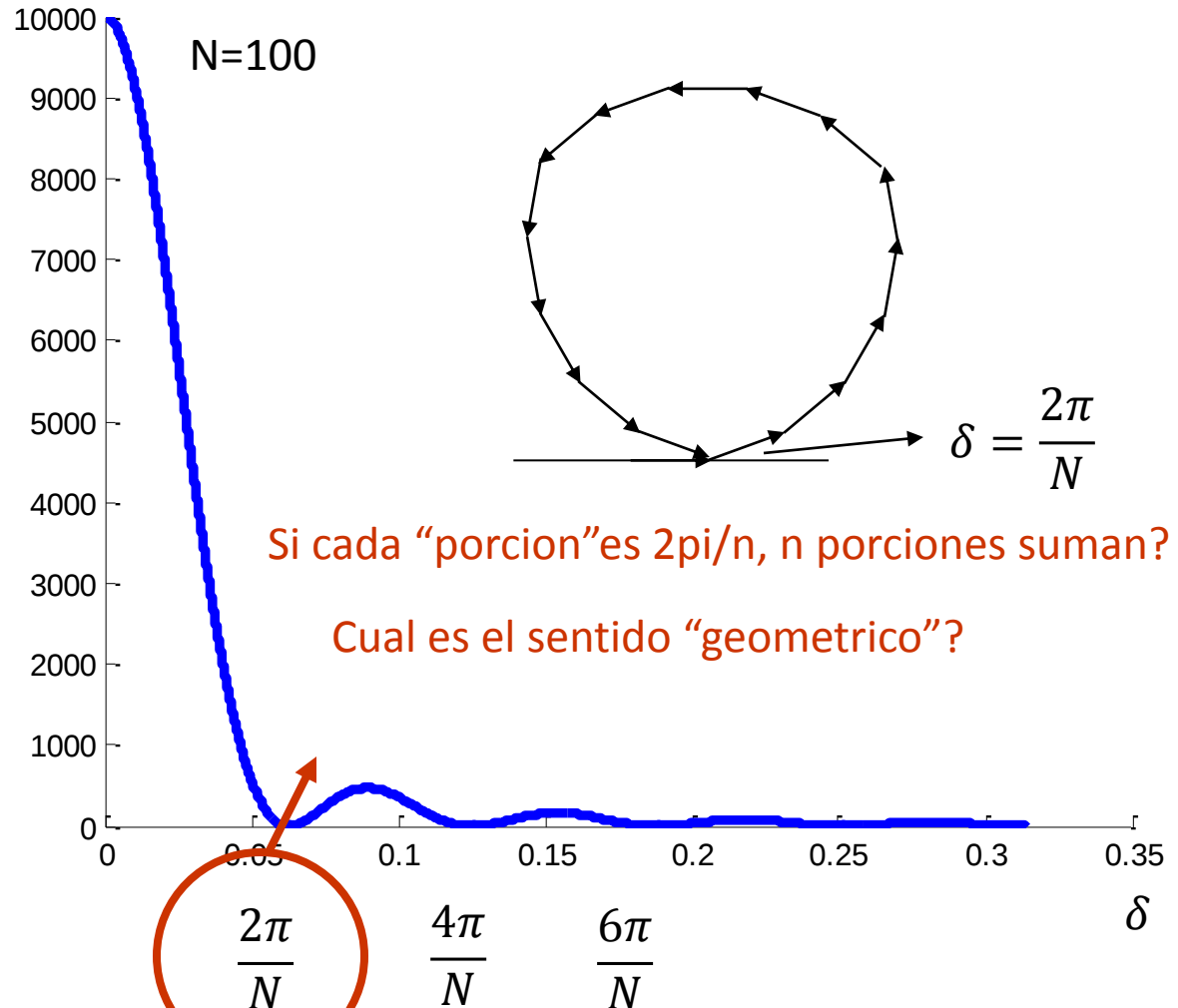
$$\delta_{min} = \frac{2\pi}{N}, 2\frac{2\pi}{N}, 3\frac{2\pi}{N}, \dots, (N-1)\frac{2\pi}{N}$$

Tengo $N-1$ minimos entre 2 maximos
cualquiera....contando minimos puedo saber
cuantas fuentes tengo!

$$R(\delta) = A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + wt + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \delta + wt + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + 2\delta + wt + \varepsilon) + \cdots + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + (N-1)\delta + wt + \varepsilon)$$

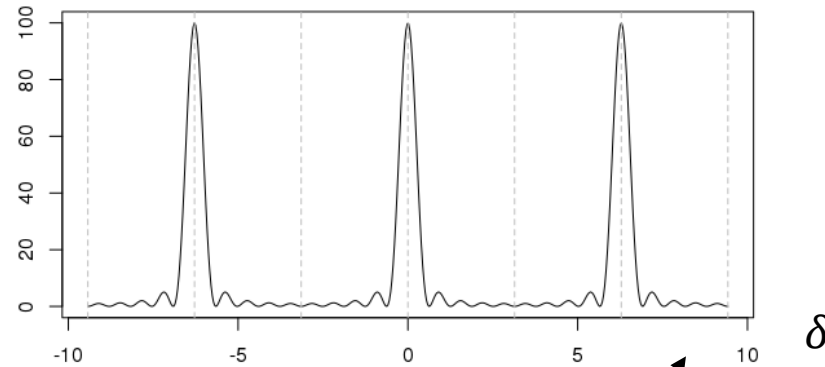


$$I_R(\delta) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$



Ya entendimos como funciona la intensidad emitida de acuerdo al desfaseaje

$$I_R(\delta) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$



A que **direccion** en particular corresponde un desfaseaje dado?

$$\delta = k d \sin \theta$$

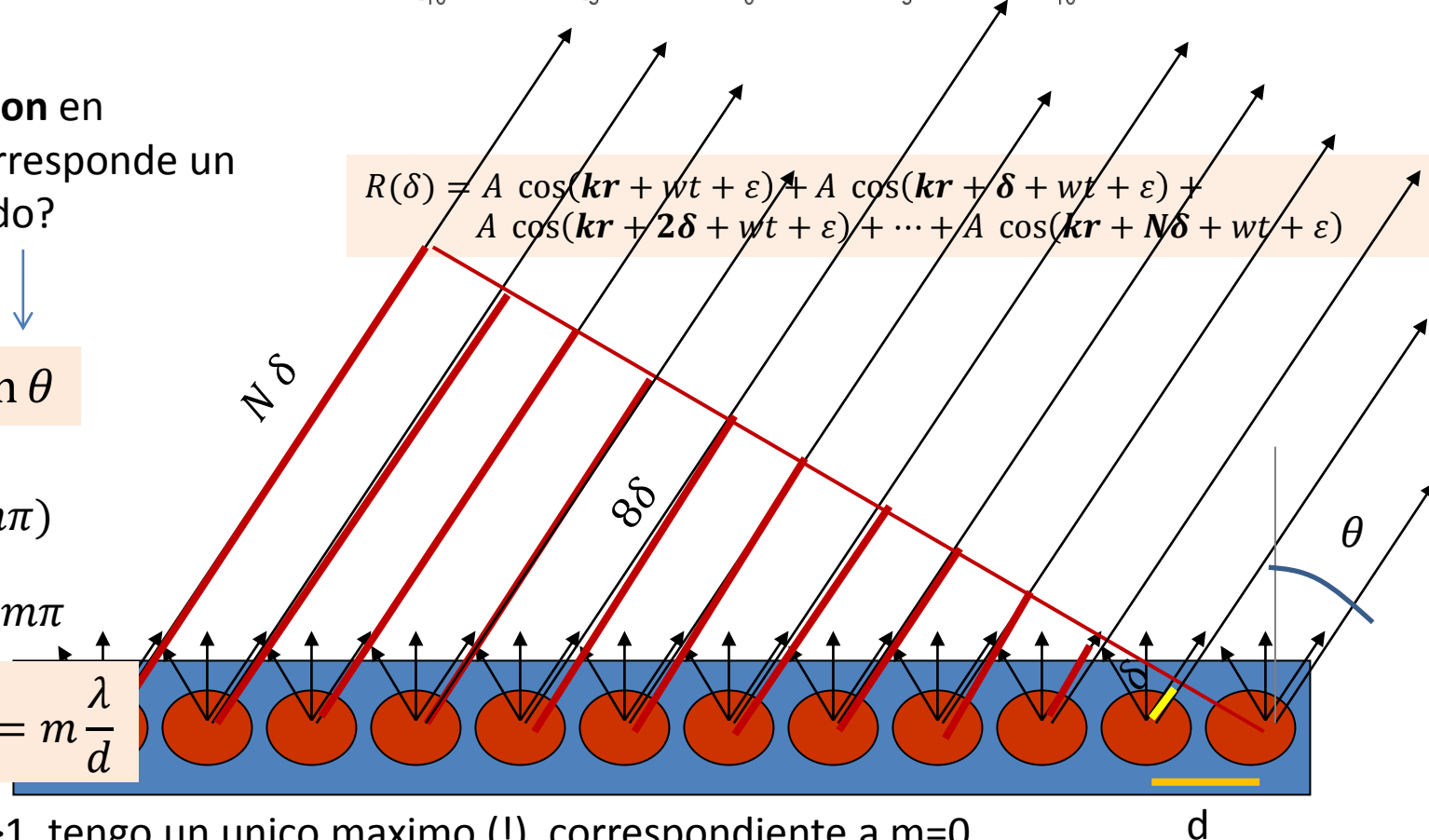
$$R(\delta) = A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \omega t + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + \delta + \omega t + \varepsilon) + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + 2\delta + \omega t + \varepsilon) + \dots + A \cos(\mathbf{k}\mathbf{r} + N\delta + \omega t + \varepsilon)$$

Maximos ($\delta = 2m\pi$)

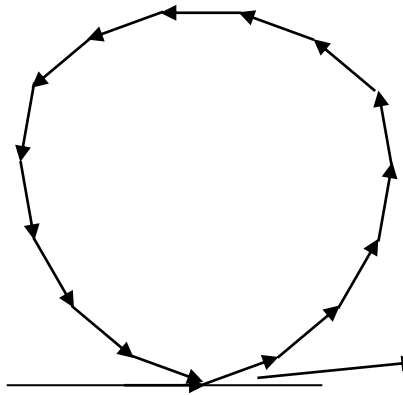
$$k d \sin \theta_{max} = 2m\pi$$

$$\sin \theta_{max} = \frac{2m\pi}{k d} = m \frac{\lambda}{d}$$

Notar que si $\lambda/d > 1$ tengo un unico maximo (!) correspondiente a $m=0$



$\theta = 0$ maximo de
orden cero ($m=0$)



$$\delta_{min} = \frac{2\pi}{N}$$

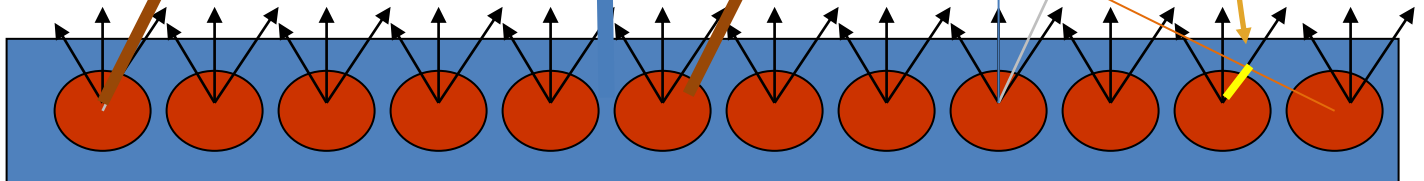
$$\underbrace{k d \sin \theta_{min}}_{\delta_{min}} = \frac{2\pi}{N}$$

$$N \delta = 2\pi$$

$$\theta_{min}$$

$$\delta = 2\pi/N$$

Fuentes en fase

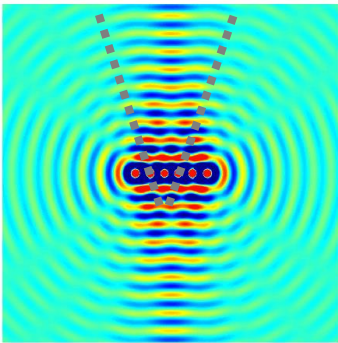


La campana de difraccion

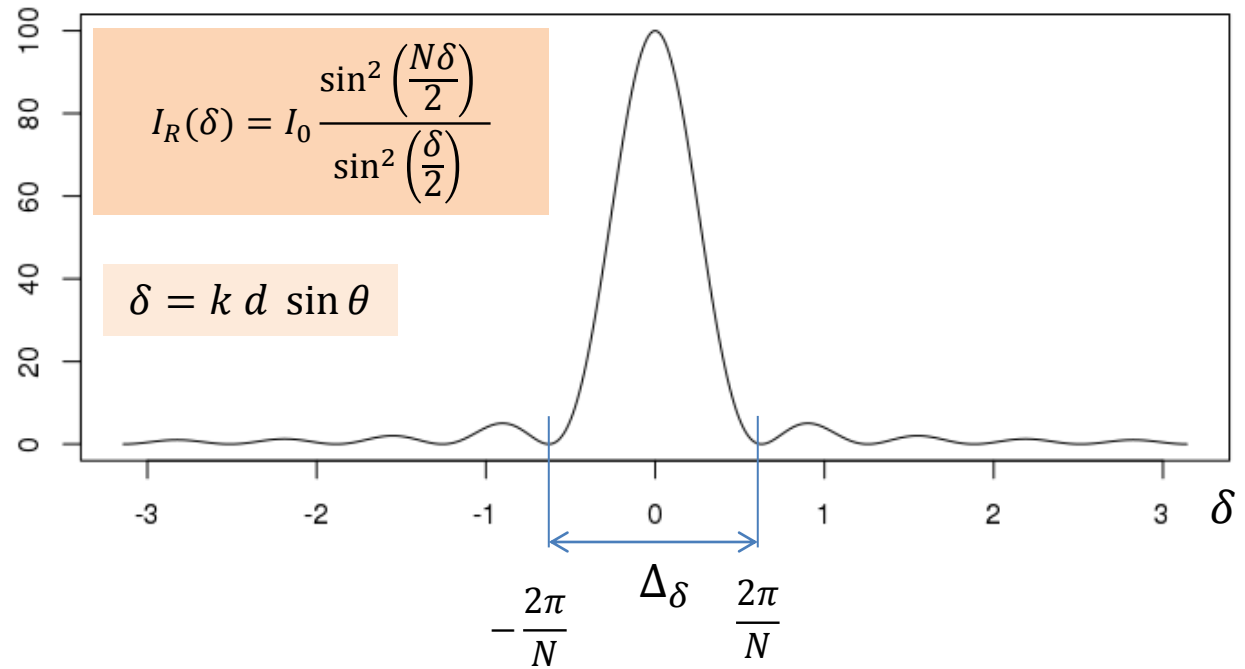
Maximos ($\delta = 2n\pi$)

$$k d \sin\theta_{max} = 2m\pi$$

$$\sin\theta_{max} = \frac{2m\pi}{k d} = m \frac{\lambda}{d}$$



(En este ejemplo $d < \lambda$ y se produce un unico maximo correspondiente $m=0$)



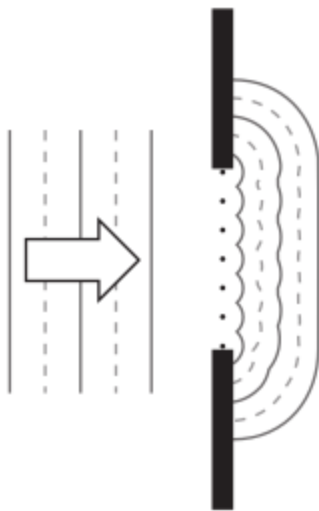
El ancho de la campana principal resulta de analizar los primeros minimos a izq y derecha

Minimos ($\delta = \pm 2\pi/N$)

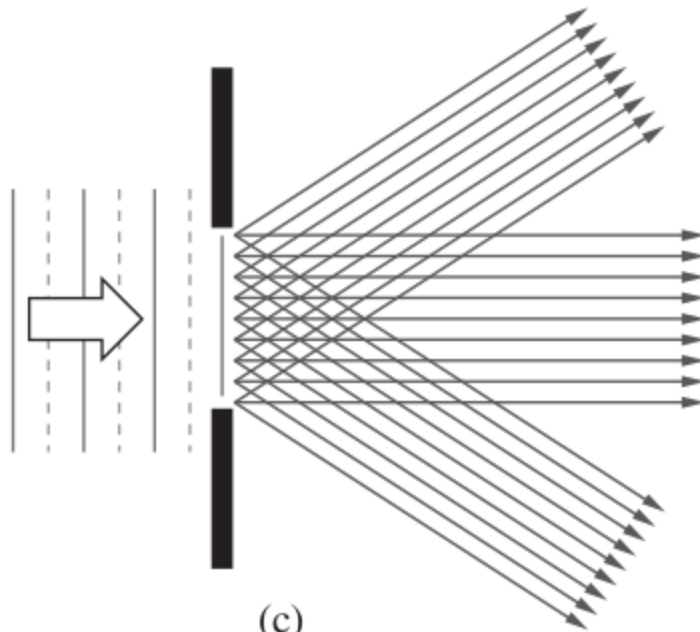
$$k d \sin\theta_{\min \pm} = \pm \frac{2\pi}{N} \longrightarrow \sin\theta_{\min \pm} = \pm \frac{\lambda}{Nd}$$

Cuantas mas fuentes mas angosto ese maximo

La rendija



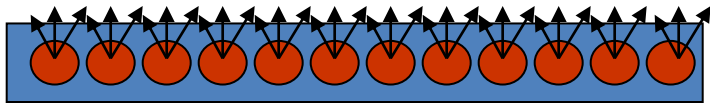
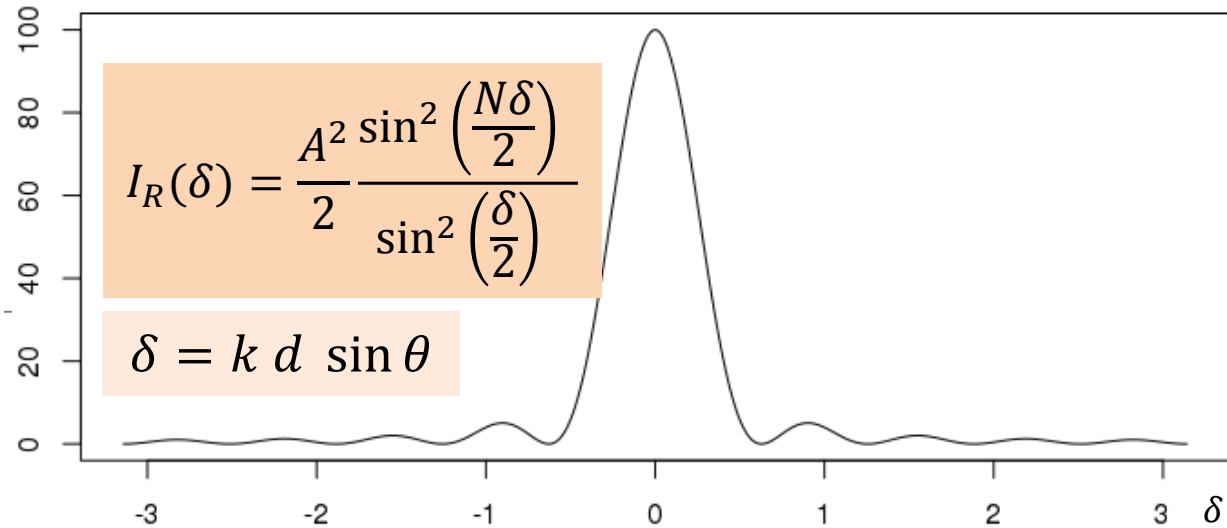
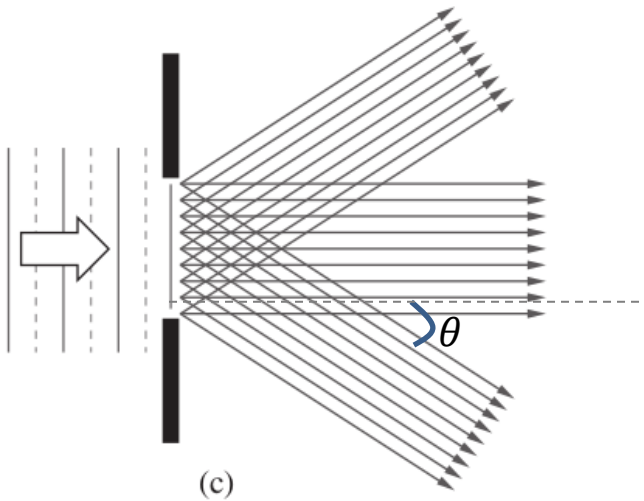
(b)



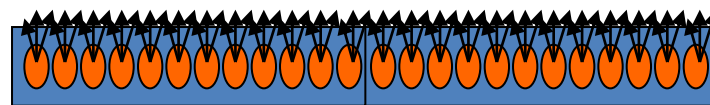
(c)

En una rendija de ancho D sobre la que incide luz
Cuántas fuentes hay?

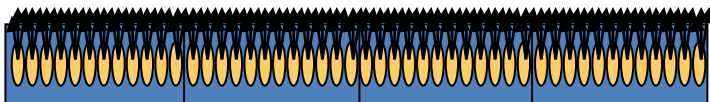
La rendija



Tengo muchisisimas fuentes (Huygens)



Infinitamente cerca unas de otras



Cada una emite una amplitud diferencial

$$\lim N \rightarrow \infty$$

$$\lim d \rightarrow 0$$

$$\lim A \rightarrow 0$$

$$N * d = cte = D$$

$$N * A = cte$$

Tomando limites para entender la rendija

(no pregunto cuantos son...sino que vayan saliendo)

$$I_R(\delta) = \frac{A^2 \sin^2 \left(\frac{N\delta}{2} \right)}{2 \sin^2 \left(\frac{\delta}{2} \right)}$$

$$\delta = k d \sin \theta$$

Tengo muchisisimas
fuentes (Huygens)

Infinitamente cerca
unas de otras

Cada una emite una
amplitud diferencial

$$\lim N \rightarrow \infty$$

$$\lim d \rightarrow 0$$

$$\lim A \rightarrow 0$$

$$N * d = cte = D$$

$$N * A = cte$$

$$I_{Rendija}(\delta) = \lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ d \rightarrow 0 \\ A \rightarrow 0 \\ Nd=D \\ NA=cte}} \frac{A^2 \sin^2 \left(\frac{N\delta}{2} \right)}{2 \sin^2 \left(\frac{\delta}{2} \right)} = \frac{A^2 \sin^2 \left(\frac{Nk d \sin \theta}{2} \right)}{2 \sin^2 \left(\frac{k d \sin \theta}{2} \right)} = \frac{A^2 \sin^2 \left(\frac{k D \sin \theta}{2} \right)}{2 \sin^2 \left(\frac{k d \sin \theta}{2} \right)}$$

$$\sim \frac{A^2 \sin^2 \left(\frac{k D \sin \theta}{2} \right)}{2 \left(\frac{k d \sin \theta}{2} \right)^2} = \frac{A^2 \sin^2 \left(\frac{k D \sin \theta}{2} \right)}{2 \left(\frac{k Nd \sin \theta}{2N} \right)^2} = \frac{(AN)^2 \sin^2 \left(\frac{k D \sin \theta}{2} \right)}{2 \left(\frac{k D \sin \theta}{2} \right)^2}$$

$\sin \alpha \sim \alpha$
 $\alpha \rightarrow 0$

Tomando limites para entender la rendija

$$I_R(\delta) = \frac{A^2 \sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{2 \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

$$\delta = k d \sin \theta$$

Tengo muchisisimas
fuentes (Huygens)

Infinitamente cerca
unas de otras

Cada una emite una
amplitud diferencial

$$\lim N \rightarrow \infty$$

$$\lim d \rightarrow 0$$

$$\lim A \rightarrow 0$$

$$N * d = cte = D$$

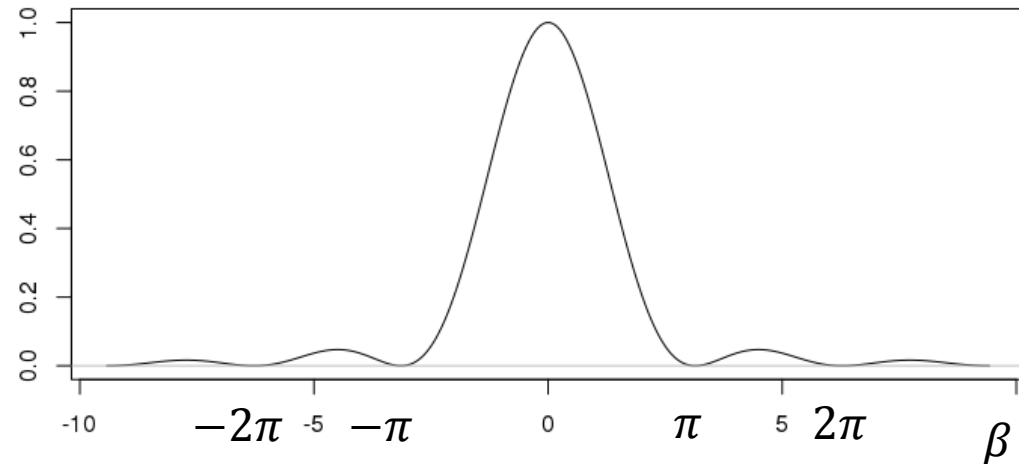
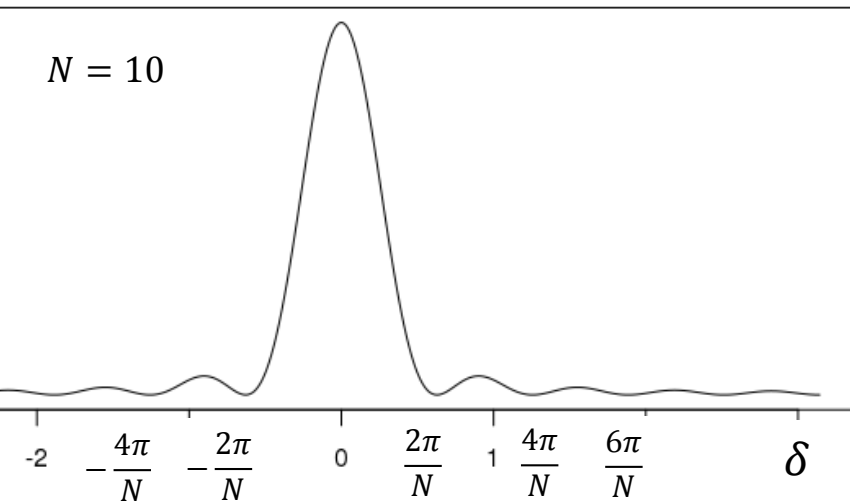
$$N * A = cte = \mathcal{A}$$

$$I_{Rendija} = \lim_{\substack{N \rightarrow \infty \\ d \rightarrow 0 \\ A \rightarrow 0 \\ Nd=D \\ NA=cte}} \frac{A^2 \sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{2 \sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)} = \frac{\mathcal{A}^2 \sin^2\left(\frac{k D \sin \theta}{2}\right)}{2 \left(\frac{k D \sin \theta}{2}\right)^2} = \frac{\mathcal{A}^2 \sin^2(\beta)}{2 \beta^2}$$

$$\beta = \frac{k D \sin \theta}{2}$$

$$I_{Rendija} = \frac{\mathcal{A}^2 \sin^2(\beta)}{2 \beta^2}$$

N fuentes vs 1 rendija



$$I_R(\delta) = I_0 \frac{\sin^2\left(\frac{N\delta}{2}\right)}{\sin^2\left(\frac{\delta}{2}\right)}$$

$$\delta = k d \sin \theta$$

$$\begin{aligned} \lim N &\rightarrow \infty \\ \lim d &\rightarrow 0 \\ \lim A &\rightarrow 0 \end{aligned}$$

$$I_{\text{Rendija}} = \frac{(AN)^2 \sin^2(\beta)}{2 \beta^2}$$

$$\beta = \frac{k D \sin \theta}{2}$$

Ancho campana (minimos $\delta = \pm 2\pi/N$)

(minimos $\beta = \pm\pi$)

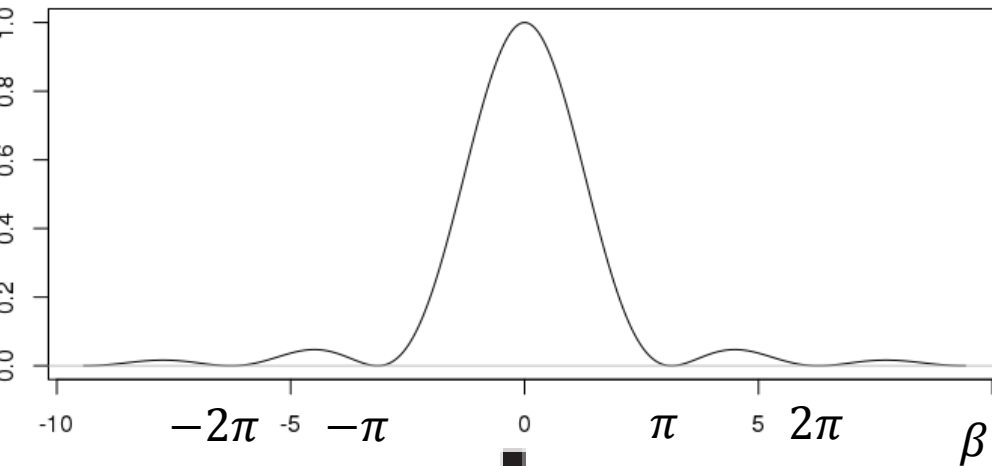
$$k d \sin \theta_{\min \pm} = \pm \frac{2\pi}{N}$$

$$\sin \theta_{\min \pm} = \pm \frac{\lambda}{Nd}$$

$$\frac{\pi D \sin \theta_{\min}}{\lambda} = \pm \pi$$

$$\sin \theta_{\min} = \pm \frac{\lambda}{D}$$

Entendamos los mínimos de la rendija



$$I_{\text{Rendija}} = \frac{\mathcal{A}^2}{2} \frac{\sin^2(\beta)}{\beta^2} = \frac{\mathcal{A}^2}{2} \text{sinc}^2 \beta$$

$$\text{con } \beta = \frac{k D \sin \theta}{2}$$

manera ñoña de
escribir $\frac{\sin^2(\beta)}{\beta^2}$

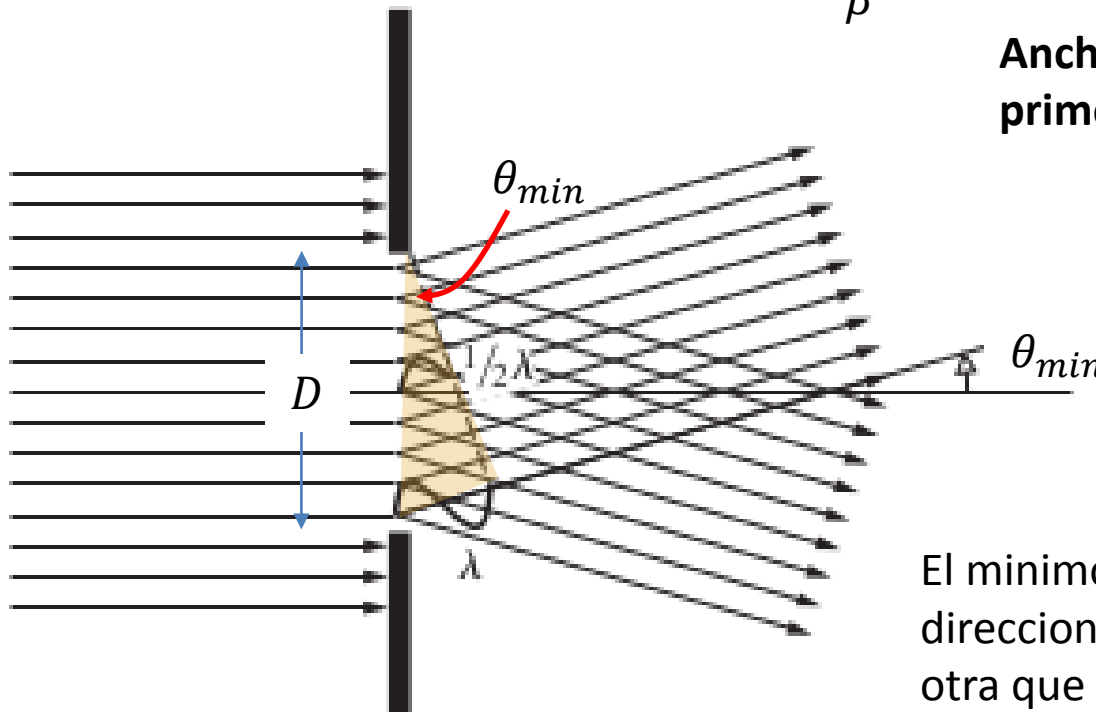
**Ancho de la campana de difraccion:
primeros mínimos a izq y derecha**

$$\beta = \pm \pi$$

$$\frac{\pi D \sin \theta_{\min}}{\lambda} = \pm \pi$$

$$D \sin \theta_{\min} = \pm \lambda$$

El mínimo se produce porque en esta
direccion, por cada fuente secundaria hay
otra que emite a contrafase



Lo que acabamos de resolver es esto

$$I_{\text{Rendija}} = \frac{\mathcal{A}^2}{2} \frac{\sin^2(\beta)}{\beta^2} = \frac{\mathcal{A}^2}{2} \text{sinc}^2 \beta$$

$$\text{con } \beta = \frac{k D \sin \theta}{2}$$

