Habiendo calculado previamente el campo eléctrico del casquete esférico cargado superficialmente como el de la **Figura 1**, se quiere calcular el potencial eléctrico en todo el espacio. Una forma de hacerlo se mostró en la clase del 27 de agosto, ahora mostraremos una alternativa para resolver el mismo problema.

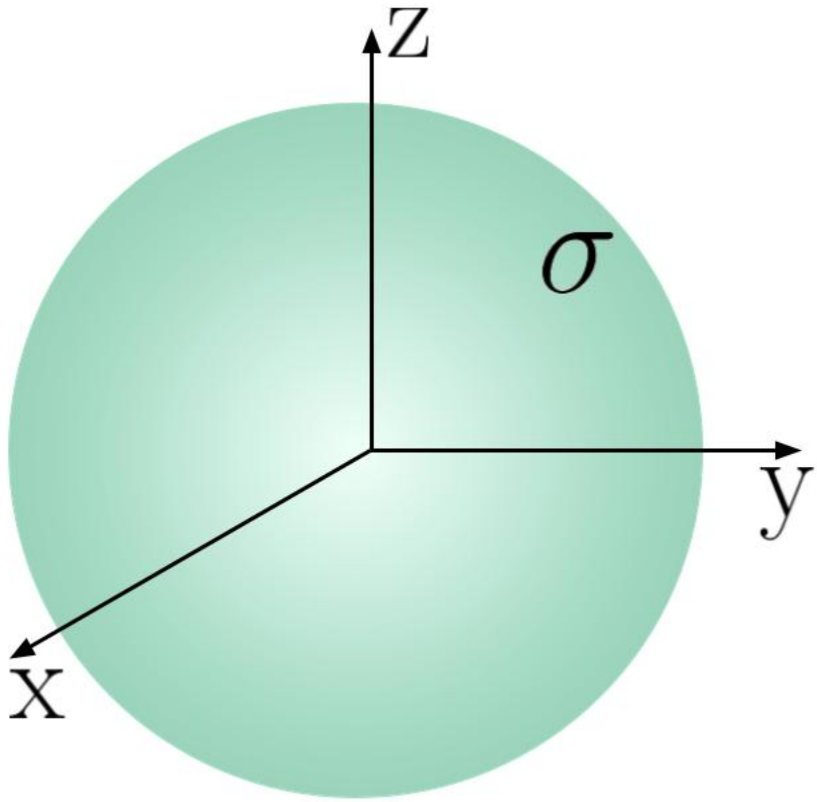

Figura 1: *Esfera cargada superficialmente con σ*

El campo eléctrico correspondiente a esta distribución de carga es

$$\boldsymbol{E}(r) = 0 \qquad si \quad r < R$$
$$\boldsymbol{E}(r) = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\left(\frac{R}{r}\right)^2 \qquad si \quad r > R$$

donde R es el radio de la superficie esférica.

Para calcular el potencial en todo el espacio, debemos recordar que $\Delta V_{ab} = -\int_a^b \boldsymbol{E} \cdot \boldsymbol{dS}$, con el punto a el punto de referencia del potencial, ya que está definido a menos de una constante. En la clase elegimos de referencia que $a \to \infty$.

En este caso vamos a elegir la referencia en otro punto, para comparar luego los resultados, por ejemplo en R.

Para calcular esto, haremos una integral indefinida $-\int \boldsymbol{E}\cdot \boldsymbol{dS}$ en cada zona del espacio donde el campo eléctrico sea distinto. Llamando a la zona **I** adentro de la esfera (con $r < R$) y la zona **II** afuera (con $r > R$) se obtiene

$$\begin{aligned} V(r) &= A && \textit{en} \quad \mathbf{I} \\ V(r) &= \frac{\sigma}{\epsilon_0}\left(\frac{R^2}{r}\right) + B && \textit{en} \quad \mathbf{II} \end{aligned}$$

notando que al ser integrales indefinidas debemos colocar las constantes A y B en cada caso. Estas constantes debemos definirlas con dos condiciones. La primer condición es pedir que en el radio de referencia elegido el potencial sea nulo, como elegimos que sea en $r = R$ entonces $A = 0$. Pero luego nos queda la condición de B y para esto debemos pedir que el potencial sea continuo en todo el espacio, en este caso debemos pedir que $V_{\mathbf{I}}(R) = V_{\mathbf{II}}(R)$, entonces

$$0 = \frac{\sigma}{\epsilon_0}\left(\frac{R^2}{R}\right) + B \quad \Rightarrow \quad B = -\frac{\sigma}{\epsilon_0}R.$$

Ya habiendo definido ambas constantes podemos reescribir el potencial en todo el espacio y queda

$$\begin{aligned} V(r) &= 0 && \textit{en} \quad \mathbf{I} \\ V(r) &= \frac{\sigma}{\epsilon_0}R\left(\frac{R}{r} - 1\right) && \textit{en} \quad \mathbf{II} \end{aligned}$$

Notemos que como el campo eléctrico adentro de la esfera es nulo, el potencial es constante allí. Esto hace que si elegimos de punto de referencia al origen de coordenadas ($r = 0$), obtendremos el mismo resultado ya que $V(r = 0) = V(r = R)$. Para practicar, pueden hacer las cuentas y probarlo.
Otra observación que podemos hacer es que al haber fijado el cero de potencial en el punto donde el campo eléctrico tiene un salto ($r = R$), de la condición $V(R) = 0$ podríamos haber sacado las dos constantes ya que $A = 0 = (\sigma/\epsilon_0)R + B$.
Por último, invito a que hagan el gráfico de este resultado y comparen con lo visto en clase. Notaran que la diferencia tanto en el gráfico como en la expresión es una constante $\frac{\sigma R}{\epsilon_0}$. ¿A qué se debe este cambio entre ambos resultados?