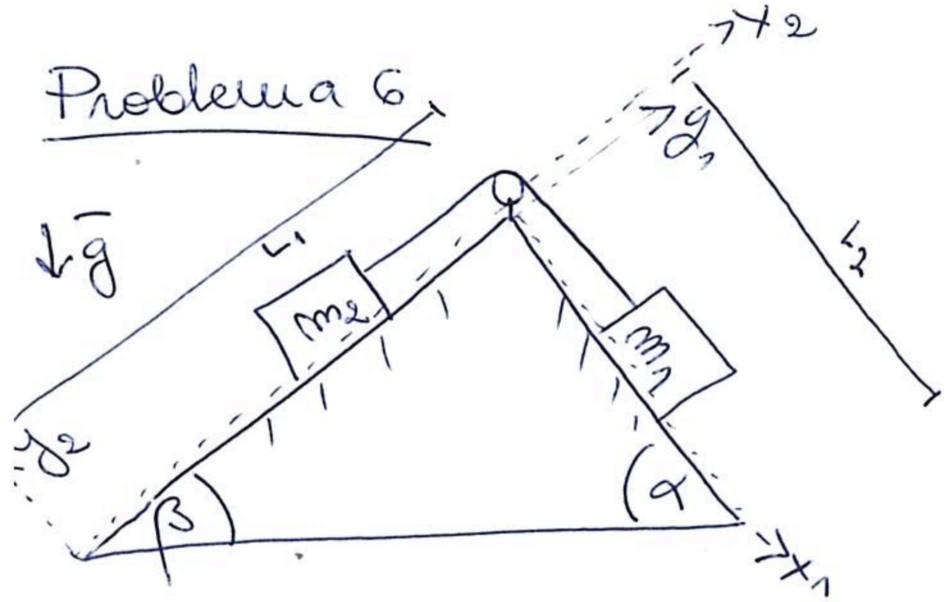
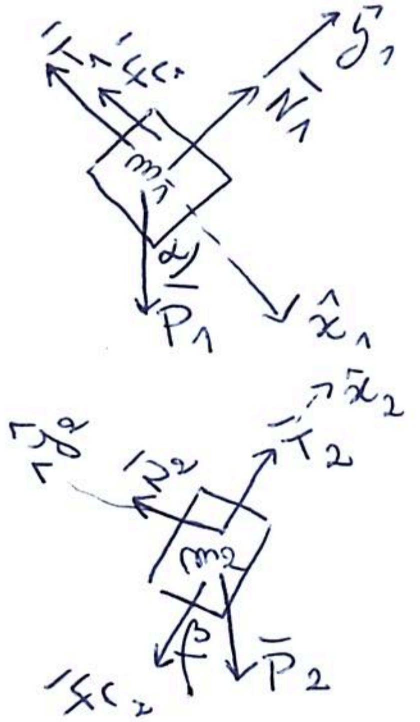
Problema 6



• Condiciones para que quede en reposo:



nota: asumo que si lo suelto el sistema caerá hacia $\hat{x}_1 \Rightarrow$

$$\bar{F}_{r_1} = F_{r_1}(-\hat{x}_1)$$

$$\bar{F}_{r_2} = F_{r_2}(-\hat{x}_2)$$

vínculos: $|\bar{T}_1| = |\bar{T}_2| \Rightarrow T_1 = T_2 \equiv T$ (módulo)

$L = cte = (L_1 - x_2) + x_1 \Rightarrow \ddot{x}_2 = \ddot{x}_1$

ecs. de Newton:

$m_1)$ $\quad \hat{x}_1)$ $\quad m_1 \ddot{x}_1 = -T - F_{r_1} + m_1 g \operatorname{sen}\alpha$

$\quad \hat{y}_1)$ $\quad m_1 \ddot{y}_1 = N_1 - m_1 g \cos\alpha$

$m_2)$ $\quad \hat{x}_2)$ $\quad m_2 \ddot{x}_2 = T - F_{r_2} - m_2 g \operatorname{sen}\beta$

$\quad \hat{y}_2)$ $\quad m_2 \ddot{y}_2 = N_2 - m_2 g \cos\beta$

Además: $\ddot{y}_1 = \ddot{y}_2 = 0$.

Si requiero que el sist. esté en reposo $\Rightarrow$

$\rightarrow \quad \ddot{x}_1 = 0 \quad ; \quad \ddot{x}_2 = 0 \quad$ y

$$\rightarrow \begin{cases} F_{r1} = F_{r1,\text{estática}} \\ F_{r2} = F_{r2,\text{estática}}. \end{cases}$$

$\Rightarrow$ las ecs de Newton quedan:

(1) $\quad 0 = -T - F_{r1,est} + m_1 g \,\text{sen}\,\alpha$

(2) $\quad 0 = N_1 - m_1 g \cos\alpha$

(3) $\quad 0 = T - F_{r2,est} - m_2 g \,\text{sen}\,\beta$

(4) $\quad 0 = N_2 - m_2 g \cos\beta$

Sumo ecuaciones (1) y (3) $\Rightarrow$

$$0 = -F_{r1,est} + m_1 g \,\text{sen}\,\alpha - F_{r2,est} - m_2 g \,\text{sen}\beta$$

$\Rightarrow$

$$F_{r1,est} + F_{r2,est} = (m_1 \operatorname{sen}\alpha + m_2 \operatorname{sen}\beta)\, g$$

$\Rightarrow$ sé que:

$$|F_{r1,est}| \leq \mu_e . N_1 = $$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \times \text{ ec. } (2)}}{=} \mu_e . m_1 g \cos\alpha$$

$$|F_{r2,est}| \leq \mu_e . N_2 = $$

$$\underset{\substack{\uparrow \\ \times \text{ ec. } (4)}}{=} \mu_e . m_2 g \cos\beta$$

y además sé que F_{r1} y F_{r2} son ambas positivas o ambas negativas

$$\Downarrow$$

$$|F_{r1,est} + F_{r2,est}| = |F_{r1,est}| + |F_{r2,est}|$$

$\Rightarrow$

$$|F_{r1,est}| + |F_{r2,est}| \leq \mu_e (m_1 \cos\alpha + m_2 \cos\beta) g$$

$$\Downarrow$$

$$|(m_1 \operatorname{sen}\alpha - m_2 \operatorname{sen}\beta) \cancel{g}| \leq \mu_e (m_1 \cos\alpha + m_2 \cos\beta) \cancel{g}$$

$\Rightarrow$ hay que resolver esta desigualdad; lo hago por casos:

a) si $m_1 \operatorname{sen}\alpha - m_2 \operatorname{sen}\beta \geq 0$

$$m_1 \operatorname{sen}\alpha - m_2 \operatorname{sen}\beta \leq \mu_e (m_1 \cos\alpha + m_2 \cos\beta)$$

b) si $m_1 \operatorname{sen}\alpha - m_2 \operatorname{sen}\beta < 0$

$$-m_1 \operatorname{sen}\alpha + m_2 \operatorname{sen}\beta \leq \mu_e (m_1 \cos\alpha + m_2 \cos\beta)$$

$\Longrightarrow$

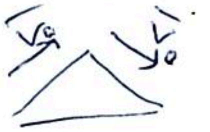
$$\boxed{-\mu_e(m_1\cos\alpha + m_2\cos\beta) \leq m_1 \operatorname{sen}\alpha - m_2 \operatorname{sen}\beta \leq \mu_e(m_1\cos\alpha + m_2\cos\beta)}$$

condiciones para que el sist. se mantenga en reposo.

$\Updownarrow$

se puede reescribir en términos, por ejemplo, de una relación $\frac{m_1}{m_2}$ en función de α y β.

- Ahora se le da al sist. cierta velocidad inicial, encuentre la aceleración (teniendo en cuenta los dos posibles movimientos).

$\rightarrow$ resolvemos para el caso en que el sist. se mueve 

las ecs de Newton las planteamos antes:

$$\begin{cases} m_1 \ddot{x}_1 = -T - F_{r1} + m_1 g \,\mathrm{sen}\,\alpha & (1') \\ 0 = N_1 - m_1 g \cos\alpha & (2') \\ m_2 \ddot{x}_2 = T - F_{r2} - m_2 g \,\mathrm{sen}\,\beta & (3') \\ 0 = N_2 - m_2 g \cos\beta & (4') \end{cases}$$

si $\bar{V}_0$ es tal que el sist. se mueve en $+\hat{x}_1, +\hat{x}_2$

$\rightarrow \ddot{x}_1 > 0 \ , \ \ddot{x}_2 > 0$

además, F_{r1}, F_{r2} son dinámicos $\Rightarrow$

$$F_{r1} = F_{r1,d} = \mu_d \cdot N_1 \quad (5')$$

$$F_{r2} = F_{r2,d} = \mu_d \cdot N_2 \quad (6')$$

y tenemos el vínculo de la soga: $\ddot{x}_1 = \ddot{x}_2$

$\Rightarrow$ combinando ecs $(1') + (3')$,

reemplazando $(5')$ y $(6')$ en $(2')$ y $(4')$

y llamando $\ddot{x}$ a $\ddot{x} = \ddot{x}_1 = \ddot{x}_2 \Rightarrow$

$$m_1 \ddot{x} + m_2 \ddot{x} = -\mu_d m_1 g \cos\alpha + m_1 g \,\mathrm{sen}\,\alpha - \mu_d m_2 g \cos\beta - m_2 g \,\mathrm{sen}\,\beta$$

$$\ddot{x} = g\left[\frac{m_1 \,\mathrm{sen}\,\alpha - m_2 \,\mathrm{sen}\,\beta - \mu_d (m_1 \cos\alpha + m_2 \cos\beta)}{m_1 + m_2}\right]$$

y habría que ver que efectivamente $\ddot{x} > 0$