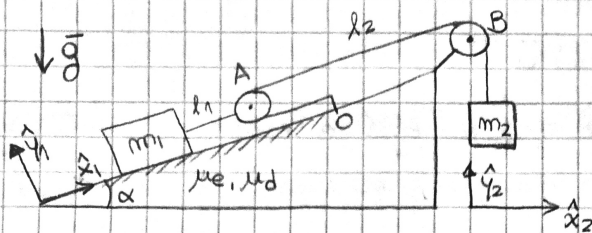


PROBLEMA 2

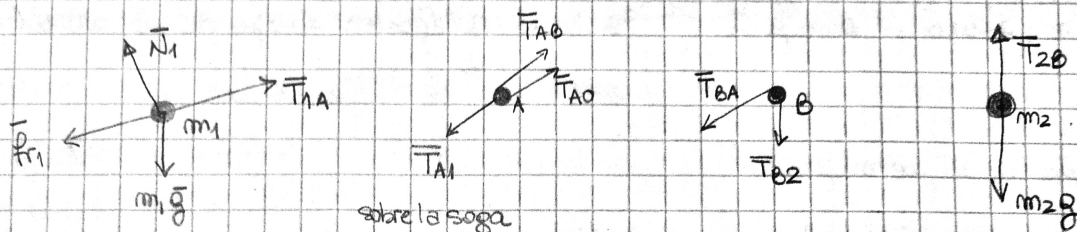
HOJA N°

FECHA



DATOS : $m_1, m_2, \alpha, L, g, \mu_e, \mu_d$

a)



Pares de acción y reacción :

sobre la soga
 $\vec{T}_{1A}, \vec{T}_{A1}$
 $\vec{T}_{AB}, \vec{T}_{BA}$
 $\vec{T}_{AO}, \vec{T}_{OA}$
 $\vec{T}_{B2}, \vec{T}_{2B}$

$\vec{P}_1$, centro tierra
 $\vec{P}_2$, centro tierra
 $\vec{N}_1$, el plano inclinado
 $\vec{f}_{f1}, -\vec{f}_{f1}$ en el plano inclinado

Ecuaciones de Newton:

(m_1)

$$\hat{x}_1) f_{f1} + T_{1A} - m_1 g \sin \alpha = m_1 \ddot{x}_1$$

$$\hat{y}_1) N_1 - m_1 g \cos \alpha = 0$$

(m_2)

$$\hat{x}_2) 0 = 0$$

$$\hat{y}_2) T_{2B} - m_2 g = m_2 \ddot{y}_2$$

Polea A

$$-\vec{T}_{1A} + \vec{T}_{AB} + \vec{T}_{AO} = 0$$

$$\Rightarrow \vec{T}_{1A} = \vec{T}_{AB} + \vec{T}_{AO}$$

$$\boxed{\vec{T}_{1A} = 2\vec{T}_{2B}}$$

Polea B

$$\vec{T}_{AB} + \vec{T}_{2B} = 0$$

$$\vec{T}_{AB} = \vec{T}_{2B}$$

Soga 2

$$\vec{T}_{AO} - \vec{T}_{AB} = 0$$

$$\vec{T}_{AO} = \vec{T}_{AB} = \vec{T}_{2B}$$

Vínculos :

$$*) l_1 = x_A - x_1 \Rightarrow 0 = \ddot{x}_A - \ddot{x}_1 \Rightarrow \ddot{x}_A = \ddot{x}_1$$

$$*) l_2 = (y_B - y_2) + (x_B - x_A) + (x_O - x_A) \Rightarrow 0 = -\ddot{y}_2 - 2\ddot{x}_A$$

$$\boxed{\ddot{y}_2 = -2\ddot{x}_1}$$

b) Reescribo las ecuaciones de Newton reemplazando lo que encontré para las tensiones y las aceleraciones.

$$(1) \begin{cases} f_{f1} + 2T_{2B} - m_1 g \sin \alpha = m_1 \ddot{x}_1 \\ T_{2B} - m_2 g = -2m_2 \ddot{x}_1 \end{cases}$$

NOTA

Hago (1) - 2 · (2) para eliminar las tensiones:

$$F_{r1} + 2T_{2B} - m_1 g \sin \alpha - 2T_{2B} + 2m_2 g = (m_1 + 4m_2) \ddot{x}_1$$

$$F_{r1} - m_1 g \sin \alpha + 2m_2 g = \underbrace{(m_1 + 4m_2) \ddot{x}_1}_{=0 \text{ si el sistema está en reposo}}$$

$$F_{r1} - m_1 g \sin \alpha + 2m_2 g = 0$$

$$F_{r1} = m_1 g \sin \alpha - 2m_2 g$$

Sistema en reposo: fuerza de rozamiento estática $\rightarrow |F_{re}| \leq \mu_e N$

$$|F_{r1}| \leq \mu_e N_1 = \mu_e m_1 g \cos \alpha$$

$$\Rightarrow |m_1 g \sin \alpha - 2m_2 g| \leq \mu_e m_1 g \cos \alpha$$

$$-\mu_e m_1 g \cos \alpha \leq m_1 g \sin \alpha - 2m_2 g \leq \mu_e m_1 g \cos \alpha$$

$$-\mu_e m_1 g \cos \alpha \leq m_1 g \sin \alpha - 2m_2 g$$

$$2m_2 g \leq m_1 g (\sin \alpha + \mu_e \cos \alpha)$$

$$m_2 \leq \frac{m_1}{2} (\sin \alpha + \mu_e \cos \alpha)$$

$$m_1 g \sin \alpha - 2m_2 g \leq \mu_e m_1 g \cos \alpha$$

$$m_1 g (\sin \alpha - \mu_e \cos \alpha) \leq 2m_2 g$$

$$\frac{m_1}{2} (\sin \alpha - \mu_e \cos \alpha) \leq m_2$$

El sistema permanece en reposo si m_2 está en el rango de valores:

$$\frac{m_1}{2} (\sin \alpha - \mu_e \cos \alpha) \leq m_2 \leq \frac{m_1}{2} (\sin \alpha + \mu_e \cos \alpha)$$

$$\text{sube si } m_2 < \frac{m_1}{2} (\sin \alpha - \mu_e \cos \alpha)$$

$$\text{baja si } m_2 > \frac{m_1}{2} (\sin \alpha + \mu_e \cos \alpha)$$

d) El sistema se mueve hacia la derecha $\Rightarrow \vec{F}_{r1} = \mu_d N (-\hat{x}_1)$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\mu_d m_1 g \cos \alpha + 2T_{2B} - m_1 g \sin \alpha = -\frac{m_1}{2} \ddot{y}_2 \\ T_{2B} - m_2 g = m_2 \ddot{y}_2 \end{array} \right.$$

$$T_{2B} - m_2 g = m_2 \ddot{y}_2$$

$$\Rightarrow -\mu_d m_1 g \cos \alpha + 2T_{2B} - m_1 g \sin \alpha - 2T_{2B} + 2m_2 g = \left(-\frac{m_1}{2} - 2m_2\right) \ddot{y}_2$$

$$-(\mu_d \cos \alpha + \sin \alpha) m_1 g + 2m_2 g = -\left(\frac{m_1}{2} + 2m_2\right) \ddot{y}_2$$

$$\underbrace{-\ddot{y}_2}_{\downarrow} = \underbrace{2\ddot{x}_1}_{\downarrow} = \frac{-m_1 g (\mu_d \cos \alpha + \sin \alpha) + 2m_2 g}{\frac{m_1}{2} + 2m_2}$$

Aceleración de ambas masas.

Por el sistema de referencia elegido, la aceleración de la masa m_2 es en $(-\hat{y}_2)$.

$$\begin{cases} y_2(t=0) = H \\ \dot{y}_2(t=0) = 0 \end{cases}$$

$$\ddot{y}_2 = \frac{dy_2}{dt} \Rightarrow d\dot{y}_2 = \ddot{y}_2 dt$$

$$\int_0^{\dot{y}_2} d\dot{y}_2' = \int_0^t \ddot{y}_2 dt$$

$$\int_0^{\dot{y}_2} d\dot{y}_2' = \int_0^t \left[\frac{m_1 g (\mu_d \cos \alpha + \sin \alpha) - 2m_2 g}{\frac{m_1}{2} + 2m_2} \right] dt$$

Multiplicó la expresión de $-\ddot{y}_2$ por -1

$$\dot{y}_2(t) = \frac{m_1 g (\mu_d \cos \alpha + \sin \alpha) - 2m_2 g}{\frac{m_1}{2} + 2m_2} t$$

$$\dot{y}_2 = \frac{dy_2}{dt} \Rightarrow dy_2 = \dot{y}_2 dt$$

$$\int_H^{y_2} dy_2' = \int_0^t \left[\frac{m_1 g (\mu_d \cos \alpha + \sin \alpha) - 2m_2 g}{\frac{m_1}{2} + 2m_2} \right] t dt$$

$$y_2(t) - H = \left[\frac{m_1 g (\mu_d \cos \alpha + \sin \alpha) - 2m_2 g}{\frac{m_1}{2} + 2m_2} \right] \frac{t^2}{2}$$

$$y_2(t) = H + \left[\frac{m_1 g (\mu_d \cos \alpha + \sin \alpha) - 2m_2 g}{\frac{m_1}{2} + 2m_2} \right] \frac{t^2}{2}$$

Este paréntesis es negativo: en el ítem b) se vio que m_2 bajaba si

$m_2 > \frac{m_1}{2} (\mu_d \cos \alpha + \sin \alpha)$, entonces se tiene

$2m_2 > m_1 (\mu_d \cos \alpha + \sin \alpha)$, o sea que la posición de m_2

↓ recordar que $\mu_d < \mu_e$ decrece en el tiempo.