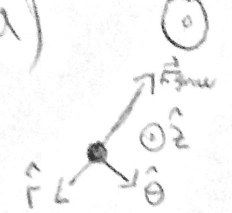
PROBLEMA 2: $M_T \gg m \Rightarrow$ consideramos q' la Tierra está en reposo.

a)



- $\sum \vec F_{ext} = \vec F_{grav} \neq \vec 0 \Rightarrow \boxed{\vec p \text{ no se conserva}}$
- $\vec F_{grav} // \hat r \Rightarrow \vec\tau^{\,O}_{grav} = \vec 0 \Rightarrow \boxed{\vec L_O \text{ se conserva}}$ (O es el centro de la Tierra)
- $W_{NC} = 0 \Rightarrow \boxed{E \text{ se conserva}}$

como tiene velocidad no nula en $r \to \infty$ $(E>0)$, no es posible q' quede en órbita ligada.

b) Calculo E y $\vec L_O$ en función de datos (tomo como instante inicial $r \to \infty$)

$\boxed{E_i = T_i + \cancel{V_i} = \frac{mV_\infty^2}{2}}$, $\boxed{\vec L_{O_i} = (-d\hat x + y\hat y) \times (mV_\infty \hat y) = -mV_\infty d\,\hat z}$

para un instante cualquiera: $E = \frac{m}{2}(\dot r^2 + r^2\dot\theta^2) - \frac{GM_T m}{r}$, $\vec L_O = mr^2\dot\theta\,\hat z$

$\Rightarrow \dot\theta = \frac{-dV_\infty}{r^2} \Rightarrow E = \frac{m\dot r^2}{2} + \frac{md^2V_\infty^2}{2r^2} - \frac{GM_T m}{r}$ → en el instante de mayor acercamiento tenemos $\dot r = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\underbrace{\frac{mV_\infty^2}{2}}_{E} = 0 + \frac{md^2V_\infty^2}{2r_{min}^2} - \frac{GM_T m}{r_{min}}}$$

→ ecuación para r_{min} (radio de máximo acercamiento)

(multiplico por $\frac{2r_{min}^2}{mV_\infty^2}$)

$$\boxed{r_{min}^2 + \frac{2GM_T}{V_\infty^2} r_{min} - \underbrace{d^2}_{15R_T^2} = 0}$$

$$r_{min} = -\frac{GM_T}{V_\infty^2} + \sqrt{\left(\frac{GM_T}{V_\infty^2}\right)^2 + 15R_T^2}$$

(la otra solución es negativa, no tiene sentido físico)

para q' no choque: $r_{min} > R_T \Rightarrow \boxed{-\frac{GM_T}{V_\infty^2} + \sqrt{\left(\frac{GM_T}{V_\infty^2}\right)^2 + 15R_T^2} > R_T}$ (*)

→ relación pedida.

Si $V_\infty = \sqrt{\frac{GM_T}{9R_T}}$ → el miembro izquierdo de (*) queda:

$-9R_T + \sqrt{81R_T^2 + 15R_T^2} = R_T(\sqrt{96} - 9) < R_T \Rightarrow \boxed{\text{va a impactar}}$

c) cuando impacte, $r = R_T \Rightarrow E_{impacto} = \frac{m|\vec V|^2}{2} - \frac{GM_T m}{R_T} = E_i = \frac{mV_\infty^2}{2}$ (conservación)

$$\Rightarrow \frac{m|\vec V|^2}{2} = \frac{mV_\infty^2}{2} + \frac{GM_T m}{R_T} \Rightarrow \boxed{|\vec V| = \sqrt{V_\infty^2 + \frac{2GM_T}{R_T}}} = \boxed{\frac{19GM_T}{9R_T}}$$

→ módulo de la velocidad en el instante del impacto