Relatividad (Einstein)

- Si O, O' $\vec{v}_{O'O} = cte$, ambos tienen misma física (es decir, no es posible hacer ningún experimento que demuestre que O está quieto y O' se mueve, o vice-versa).

  Todo el movimiento ocurre en términos relativos, no existe ningún sistema de referencia privilegiado desde el cual medir todos los demás movimientos.

- Como la velocidad de la luz depende de características intrínsecas de la interacción electromagnética, $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$, c tiene que ser la misma para O y O' (sino tendrían distinta física)

Esto es incompatible con las transformaciones de galileo, porque si

$$\left.\begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}\right|$$

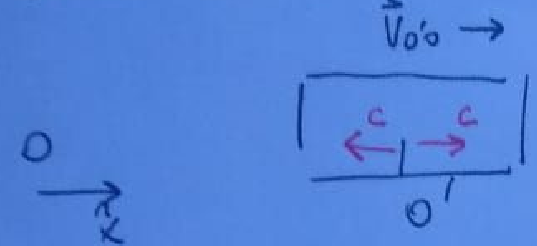
A $t=0$, O emite un pulso de luz, entonces $x(t) = ct$ $\quad x'(t) = c't$

$c = c'$ si valiese el pp de Einstein

$ct = ct - vt \Rightarrow v = 0$ ¡ABSURDO! que viene de $c = c'$

Esto significa que tenemos que modificar las transformaciones de galileo.

Además, podemos argumentar que $t = t'$ no será válido en las nuevas transformaciones.



Desde O', los dos rayos de luz llegan simultáneamente a las paredes de la caja.

En cambio, O ve que el rayo que va a la izq. llega antes que el que va a la derecha (pues su velocidad c es idéntica desde O)

En relatividad galileana relacionamos coordenadas espaciales $\vec{r} = (x, y, z)$ porque es implícito que $t = t'$.

En cambio, en las transformaciones nuevas vamos a SIEMPRE relacionar eventos $E = (x, y, z, t)$ (conjunto de cuatro coordenadas, una temporal y tres espaciales)

A' = rayo choca con la pared izquierda

B' = rayo choca con la pared derecha

(ambos desde O')

$A' = (L, 0, 0, t)$ $\qquad B' = (-L, 0, 0, t)$

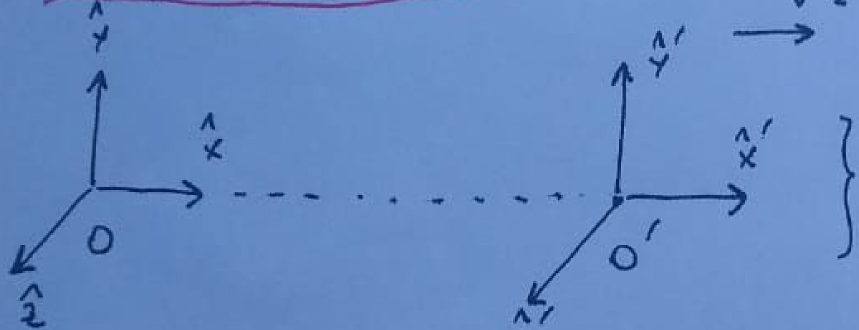
Desde O,

$A = (x_1, 0, 0, t_1)$ $\qquad B = (x_2, 0, 0, t_2)$

con $x_1 \neq x_2$ pero además

$t_1 \neq t_2$.

Transformaciones de Lorentz



$\vec{v}$ = vel. de O' desde O

Supongamos que $t = t'$ cuando los orígenes O, O' coinciden

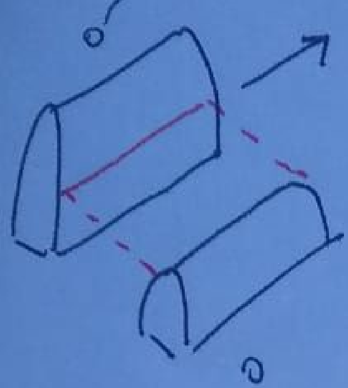
Vamos a proponer el siguiente "ansatz" para las transformaciones de Lorentz,

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= Ax + Bt \\ y' &= y' \\ z' &= z' \\ t' &= Cx + Dt \end{aligned}}$$

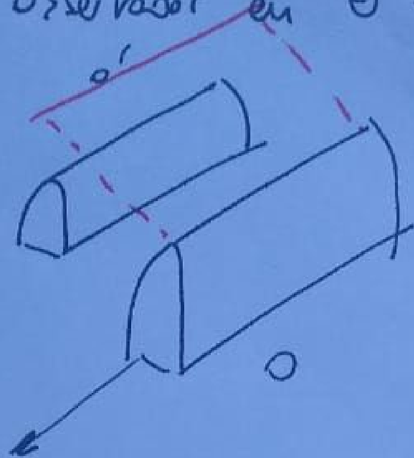
← Acá hay dos cosas que justificar.

→ Primero, $y = y'$, $z = z'$ por un argumento de simetría. (dos trenes se cruzan a altra velocidad. Si y' visto de O cambiase, digamos, aumentase, O' dejaría una marca con tiza sobre el tren O. Pero desde O eso no sería posible pues y aumentaría)

Observador en O:



Observador en O':



Es inconsistente entre O y O' si $y \neq y'$

Además, ¿por qué son lineales? (en x, y, z, t)

Si fuesen no lineales, entonces resulta que la distancia entre pares de puntos en la misma distancia Euclídea <u>cambia</u>

Por ejemplo, si
$$x' = Ax^2 + Bt$$
$$t' = Cx + Dt$$

Si $v = 0$, $x' = x^2$, o sea, estoy llevando en O todas las coordenadas a x^2 cuando no debería hacer nada la transformación.

En general, si no es lineal me encuentro con este tipo de resultados que contradicen la intuición física.

Vamos a buscar A, B, C, D en nuestro "ansatz"

1. Consideremos la posición de O para todo t, vista desde O.

$E = (x = 0, t)$.

Para O',

$E' = (x' = -vt', t')$

$$\left.\begin{array}{l} x' = -vt' = Bt \\ t' = Dt \end{array}\right\}$$ Divido término a término

$$\boxed{\begin{array}{c} \frac{B}{D} = -v \\ B = -vD \end{array}}$$

2. Consideremos la posición de O' para todo t', vista desde O'.

$E' = (x' = 0, t')$

Para O, $E = (x = vt, t)$

$0 = Avt + Bt$

$$\boxed{\begin{array}{c} B = -Av \\ A = D \end{array}}$$

3. Supongamos que cuando los orígenes coincidan ($t = t' = 0$) se emite un rayo de luz en la dirección x, x'. E es el evento que corresponde a la propagación del frente de onda

Para O,

$E = (x = ct, t)$

$E' = (x' = ct', t')$

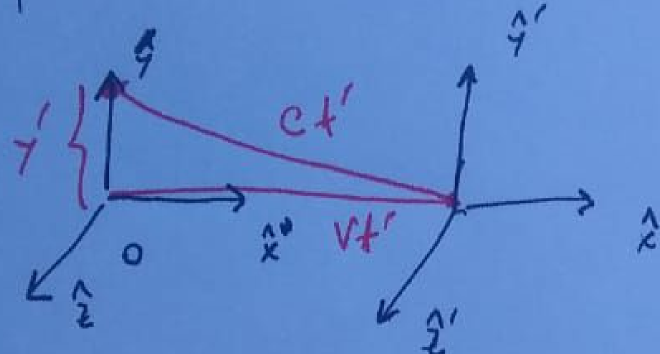
$$\left.\begin{array}{l} ct' = ctA + Bt \\ t' = ctC + At \end{array}\right\} c^2 \cancel{t} C + A c\cancel{t} = c\cancel{t} A - v \cancel{t} A$$

$$\boxed{C = -\frac{v}{c^2} A}$$

④ De nuevo, cuando los orígenes coinciden, $(t = t' = 0)$ se emite un rayo de luz, pero esta vez en la dirección vertical, y / y'

E = evento que corresponde a la propagación del frente de ondas.

$$E = (x = 0,\ y = ct,\ t)$$



$$E' = \left(x' = -vt',\ y' = \sqrt{(ct')^2 - (vt')^2},\ t'\right)$$

$$ct = \sqrt{(ct')^2 - (vt')^2}$$

Además, $t' = Dt$

$$t = \frac{t'}{D}$$

$$\frac{ct'}{D} = \sqrt{(ct')^2 - (vt')^2}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{ct'}{D}\right)^2 = c^2 t'^2 - v^2 t'^2$$

$$\frac{c^2}{D^2} = c^2 - v^2 \Rightarrow D^2 = \frac{c^2}{c^2 - v^2} = \frac{1}{1 - v^2/c^2}$$

$$\Rightarrow \boxed{D = \underbrace{\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}}_{\gamma}}$$

¿Porqué negativa?

Finalmente,

$$\boxed{\begin{aligned} x' &= \gamma(x - vt) \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \gamma\left(t - \frac{v}{c^2}x\right) \end{aligned}}$$

Transformaciones de Lorentz para movimiento relativo a velocidad v en x.

Si O' se mueve con velocidad v respecto de O, O se mueve con velocidad $-v$ respecto de O', y tenemos las transformaciones inversas,

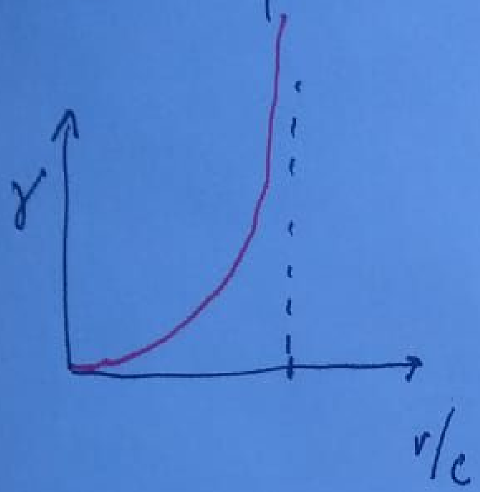
$$x = \gamma(x' + vt')$$
$$y = y'$$
$$z = z'$$
$$t = \gamma\left(t' + \frac{v}{c^2}\cdot x'\right)$$

(Notar que γ queda igual ante el cambio $v \leftrightarrow -v$).

Si la velocidad de la luz fuese infinita, entonces las transformaciones de Galileo serían correctas

$$\lim_{c\to\infty} \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} = 1. \Rightarrow \begin{aligned} x' &= x - vt \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= t \end{aligned}$$

Por otra parte cuando $v \to c$, $\gamma \to +\infty$ y las transformaciones de Lorentz se alejan lo más posible de las de Galileo



Observamos que para $v=c$, las transformaciones de Lorentz no tienen sentido físico

---

Consecuencias de la transformación de Lorentz.

① Dilatación temporal

Supongamos que tenemos un reloj en O ubicado en las coordenadas x, y, z que hace "click" cada Δt.
Dos "clicks" sucesivos son los eventos $E_1 = (x, y, z, t)$
y $E_2 = (x, y, z, t + \Delta t)$

Ahora, calculamos E_1', E_2' para O' moviéndose a velocidad v en x/x' usando las transformaciones de Lorentz.

$E_1' = (x_1', y_1', z_1', t_1')$ donde $y_1' = y_2' = y$
$E_2' = (x_2', y_2', z_2', t_2')$ $\quad z_1' = z_2' = z$

$x_1' = \gamma(x - vt)$

$x_2' = \gamma(x - v(t + \Delta t))$

$t_1' = \gamma\left(t - \frac{vx}{c^2}\right)$

$t_2' = \gamma\left(t + \Delta t - \frac{vx}{c^2}\right)$

Eso quiere decir que el tiempo entre E_1' y E_2' es

$\Delta t' = t_2' - t_1' = \gamma \Delta t$. Pero $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} > 1$

Entonces $\Delta t' > \Delta t$

El tiempo para dos eventos cualquiera desde O' es siempre más largo. ⇒ Dilatación temporal.

[redacted]

Eso quiere decir que desde lejos, O ve que $1s = \Delta t$ tarda en ocurrir $\gamma \cdot 1s > 1s$ en O'.

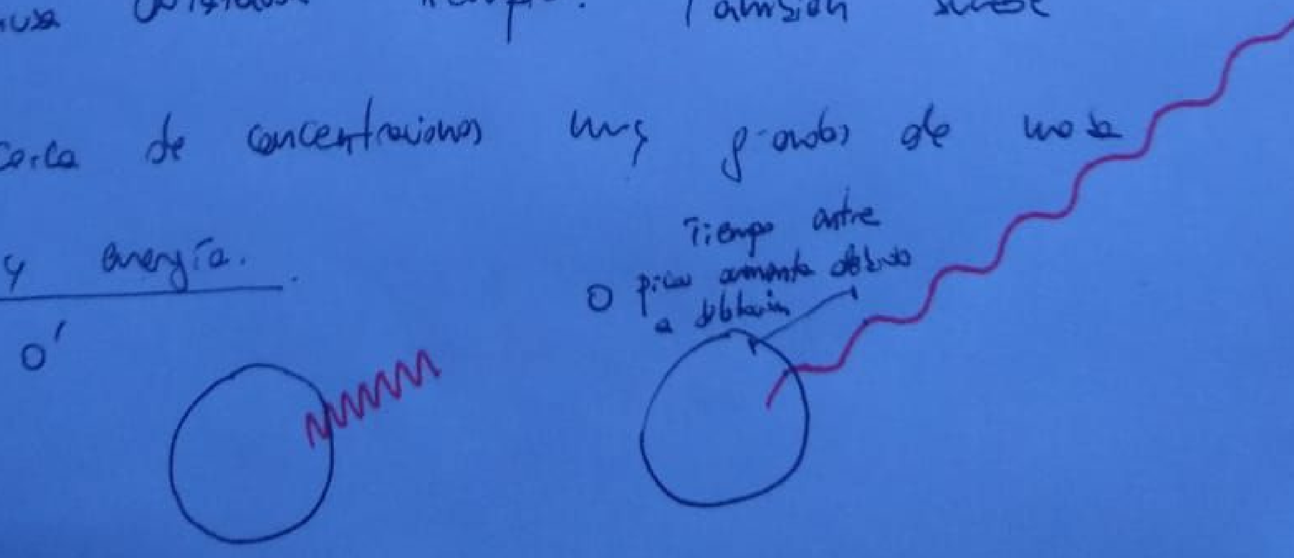
A medida que $v \to c$, para O, todo en O' parece estar detenido en el tiempo.

Al revés, tiene que ser exactamente lo mismo desde O', $\Delta t = \gamma \Delta t'$. Eso quiere decir que desde O' se ven los relojes de O transcurrir

¿Cómo reconcilian esto O y O' si se vuelven a juntar? ¿No debería ser O más viejo y más joven que O' al mismo tiempo?

<u>Respuesta</u>. ¡No! El ppo de relatividad (y las transformaciones de Lorentz) únicamente valen si $\vec{v}_{O'O} = \text{cte.}$ Pero si O' regresa a O, en algún momento $\vec{v}_{O'O} \neq \text{cte.}$ (Aceleración) Cuando uno hace la cuenta teniendo en cuenta la aceleración (relatividad general) encuentra que pasó menos tiempo únicamente para el sistema en movimiento.

Obs. Moverse a velocidades cercanas a las de la luz no es lo único que causa dilatación temporal! También sucede cerca de concentraciones muy grandes de masa y energía.



Supongamos que A aterriza en el planeta en el cual el factor de distorsión es muy muy grande (1 hora para A son 7 años para la Tierra)

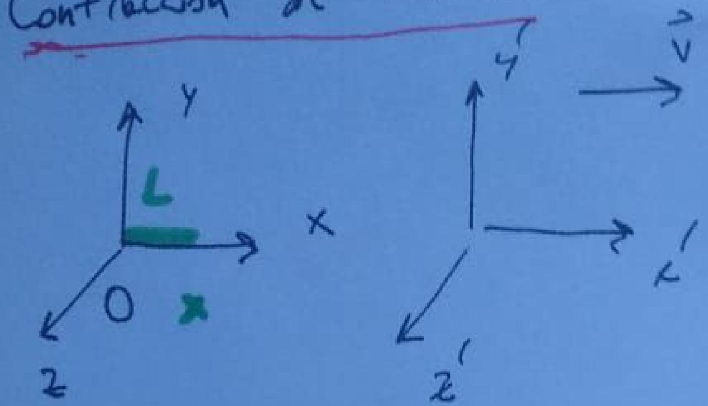
A la media hora de aterrizar, una ola gigante aplasta a A y lo mata.

En cambio, desde la Tierra reciben señal de A luego de 3 años y medio, avisando que A está vivo, y que el planeta es seguro pues A nunca dejó de transmitir.

Pregunta: ¿Cómo no se dan cuenta que la transmisión que les llega de A ocurre con una frecuencia <u>muchísimo</u> menor que la estipulada?

¿No deberían actuar con cuidado sabiendo que 3.5 años desde la Tierra no dicen demasiado sobre la seguridad del planeta en el que está A?

Contracción de Lorentz



E_1 y E_2 son los eventos asociados a medir la barra desde O

$E_1 = (0, t)$. $E_2 = (L, t)$

posición extremo izq

posición extremo der.

Si calculo E_1', E_2',

$$E_1' = (\overbrace{-\gamma v t}^{x_1'}, t_1')$$

$$E_2' = (\overbrace{\gamma(\underbrace{x}_{=L} - vt)}^{x_2'}, t_2')$$

$$L' = x_2' - x_1' = \underbrace{\gamma}_{\geq 1} L$$

→ ¿L' se incrementa la longitud de L?

¡No! Esto está $\boxed{\text{MAL}}$.

Porque si O' es el que mide la longitud de la barra, entonces es O' el que determina los eventos E_1' y E_2' que suceden al mismo tiempo.

$$\left.\begin{array}{l} E_1' = (x_1', t') \\ E_2' = (x_2', t') \end{array}\right\}$$

T. de Lorentz inversa

$$x_1 = \gamma(x_1' + vt')$$

$$x_2 = \gamma(x_2' + vt')$$

$$L = x_2 - x_1 = \gamma(\underbrace{x_2' - x_1'}_{L'})$$

¿Por qué L es la resta de $x_2 - x_1$ incluso si x_1, x_2 sucedieron a tiempos diferentes? Porque la barra está en reposo en O!

$$\boxed{L' = \frac{L}{\gamma}}$$ Contracción de Lorentz