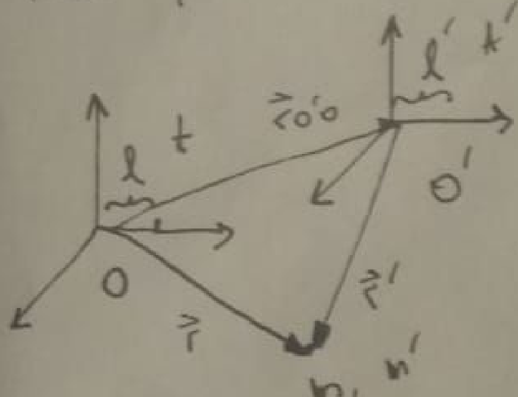
Transformaciones de Galileo y Sistemas no inerciales

Supongamos un observador en un S.I. Es una hipótesis de la mecánica Newtoniana que al menos un observador en un S.I. existe.

Ahora supongamos O' en movimiento respecto de O. ¿Cuándo es cierto que las leyes de la mecánica valen para O'?



En este diagrama,

$\vec{r}$ es la posición de un cuerpo desde O

$\vec{r}'$ es la posición de un cuerpo desde O'

$\vec{r}_{O'O}$ es la posición de O' respecto de O

l es la unidad de medida de distancia para O

l' es la unidad de medida de distancia para O'

t es el tiempo para O

t' es el tiempo para O'

m es la masa del cuerpo para O

m' es la masa del cuerpo para O'

Vale que

$$\vec{r}' + \vec{r}_{O'O} = \vec{r}$$

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{r}_{O'O}$$

Además,

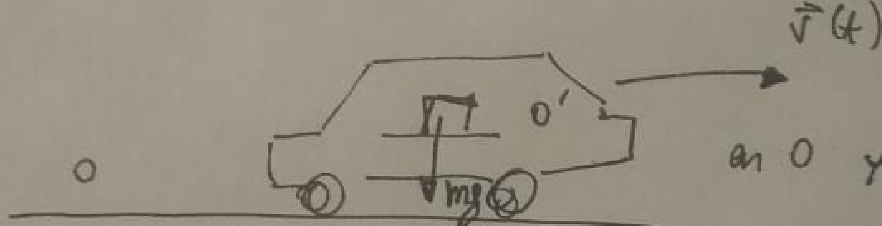
$$\left.\begin{aligned} t &= t' \\ l &= l' \\ m &= m' \end{aligned}\right\}$$ Cosas que no cambian intuitivamente.

O mide $\vec{F}$ y $\vec{a}$ sobre el cuerpo, y verifica en todo momento $\vec{F} = m\vec{a} = m\ddot{\vec{r}}$.

Pero O', la aceleración vale, $\ddot{\vec{r}}' = \ddot{\vec{r}} - \ddot{\vec{r}}_{O'O}$

Ahora, $\vec{F}$ no depende del sistema de referencia.

Por ejemplo, la fuerza que nos hace un campo gravitatorio, o un resorte, o una soga no depende del sistema en que yo lo miro.



en O y O' actúa la misma fuerza peso mg.

Entonces, para O' debe valer,

$$\vec{F} = m\ddot{\vec{r}}' = m(\ddot{\vec{r}} - \ddot{\vec{r}}_{O'O}) = m\ddot{\vec{r}} - m\ddot{\vec{r}}_{O'O}.$$

$$\vec{F} = m\ddot{\vec{r}} - \underbrace{m\ddot{\vec{r}}_{O'O}}_{*}$$

Los leyes de la mecánica son las mismas para O' y O siempre que * sea 0.

o sea, $\ddot{\vec{r}}_{O'O} = 0 \Rightarrow \dot{\vec{r}}_{O'O} = \vec{v} \Rightarrow \vec{r}_{O'O} = \vec{v} \cdot t$

Esto nos lleva a las transformaciones de Galileo.

Si las leyes de la mecánica de Newton valen para O, entonces valen para O'

si O' tiene $\vec{v} = cte$ respecto de O.

O lo que es lo mismo, son invariantes ante el cambio de coordenadas

$$\boxed{\begin{array}{ll} \vec{r}' = \vec{r} - \vec{v}t & \text{asumiendo } m' = m \\ t' = t & l' = l \end{array}}$$

Otra forma de poner esto es decir que es imposible para O' hacer un experimento de mecánica newtoniana que le indique si está en reposo o moviéndose respecto a O.

Para ambos vale $\vec{F} = m\vec{a}$.

y para ambos todos los experimentos de mecánica tienen los mismos resultados

Ahora, supongamos que $\ddot{\vec{r}}_{o'o} = \vec{a}_{o'o} \neq 0$. Llamemos $\ddot{\vec{r}}' = \vec{a}'$ y $\ddot{\vec{r}} = \vec{a}$.

Luego, $m\vec{a}' = \underbrace{m\vec{a}}_{\vec{F}} - m\vec{a}_{o'o}$

$$m\vec{a}' = \text{[illegible]}\ \vec{F} - m\vec{a}_{o'o}.$$

La segunda ley de Newton no vale para O', en el sentido de que la ecuación $m\vec{a}' = \vec{F}$ no describe correctamente el movimiento de los cuerpos.

Pero, O' puede decir: "voy a inventar una fuerza $\vec{F}^* = -m\vec{a}_{o'o}$ que actúa sobre todo cuerpo de masa m. Entonces, puedo aplicar la segunda ley de Newton usando esa fuerza adicional $\vec{F}^*$,

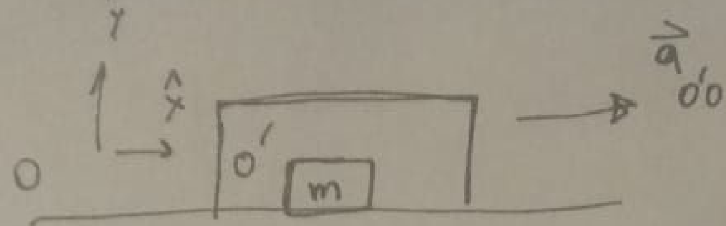
$$m\vec{a}' = \vec{F} + \vec{F}^*\text{"}.$$

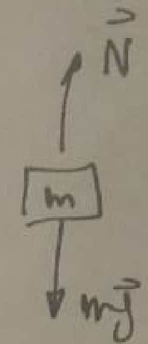
Esa fuerza se llama "pseudofuerza" o "fuerza ficticia", o "fuerza no inercial" y no es una fuerza real (no tiene un par).

O no necesita de $\vec{F}^*$ para describir el movimiento

O alcanza con $\vec{F}$ las fuerzas reales para plantear $\vec{F} = m\vec{a}$ y describir el movimiento

O' en cambio no llega al movimiento correcto si plantea $\vec{F} = m\vec{a}'$. Tiene que plantear $\vec{F} + \vec{F}^* = m\vec{a}'$.



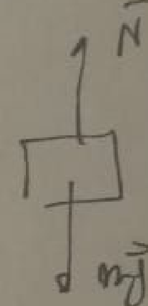


$m\vec{g} = -\vec{N}$

Para O, el D.C.L es

$\vec{a} = N\hat{y} - mg\hat{y} = 0.$

En O, m está en reposo.

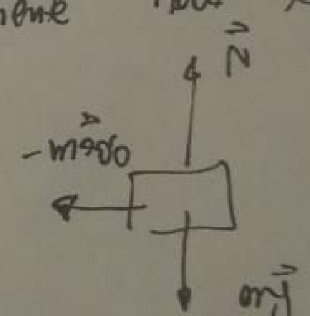


Para O', plantear que el D.C.L. es

no alcanza para explicar el movimiento de

m.

O' ve a m moverse aceleradamente hacia la izquierda, con aceleración $-\vec{a}_{O'O}$.

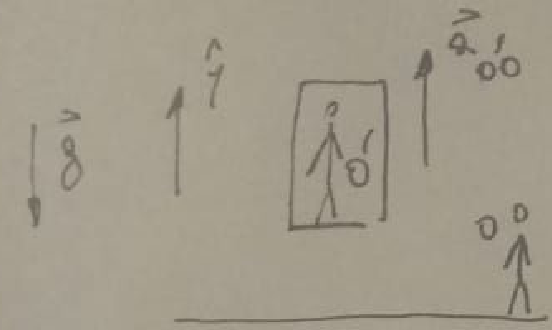


Para eso, introduce $\vec{F}^* = -m\vec{a}_{O'O}$

En $\hat{y}$ todo sigue igual.

En $\hat{x}$, $\underset{0}{F_x} + \underset{-ma_{O'O}}{F^*_x} = ma' \Rightarrow \underline{a' = -a_{O'O}}$

Veamos otro ejemplo,

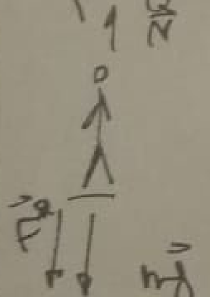


Para O,

En $\hat{y}$, $N - mg = m a_{O'O}$

Es decir, la normal es mayor al peso y acelera en $\hat{y}$ a la persona de masa m.

Para O', estas fuerzas no alcanzan. O' siente una fuerza adicional hacia abajo $\vec{F}^* = -m a_{O'O}\hat{y}$.



$m\vec{g}$ es una fuerza real.
(Su par está en el centro de la Tierra)

$\vec{N}$ es una fuerza real
(Su par está sobre el piso del ascensor)

$\vec{F}^*$ en cambio es una fuerza no inercial: no tiene par, es una fuerza que tiene que introducir O' para poder describir el movimiento en O' usando $\vec{F} = m\vec{a}'$ con $\vec{F}^*$ agregado a las otras fuerzas.

Para O', $\vec{a}' = 0$. (Está en reposo en O')

$N - mg + F^* = 0$ $\qquad$ $N - mg - m a_{O'O} = 0$

La segunda ley descripta desde O $\leftarrow$ $\boxed{N - mg = m a_{O'O}}$, donde F^* pasa a ser un término de inercia

Posibles objeciones de O'

1) Discriminación. O' argumenta que él no está en un sistema no inercial, sino que todos los demás lo están.

En realidad, $g \neq 9.8 \ m/s^2$

En realidad, $g = 9.8 \ m/s^2 + a_{O'O}$

Excepto que el resto del Universo acelera hacia abajo con aceleración a, entonces el resto del Universo tiene que introducir una fuerza no inercial en $\hat{y}$ y por lo tanto cuando plantean $\vec{F}^* = m a_{O'O} \hat{y}$

D.C.L. llegan a $-mg + m a_{O'O} = ma$

Pero como $g = 9.8 \ m/s^2 + a_{O'O}$,

$m(-9.8 \ m/s) - \cancel{m a_{O'O}} + \cancel{m a_{O'O}} = ma$

$\underline{a = -9.8 \ m/s}$. y por eso creen que $g = 9.8 \ m/s^2$

2) Negación.

En realidad no hay gravedad, y el escenario acelera hacia arriba con $9.8 \ m/s^2 + a$.

Eso que llamábamos "gravedad" simplemente es una fuerza no inercial.

Respuestas de O

1) Navaja de Occam. No es la explicación más probable que todo el universo se vea sujeto a una aceleración menos nosotros

2) En primer lugar, O' tiene problemas si mira fuera de la caja.

Porque se ve acelerando respecto del piso con a, no con $9.8\, m/s^2 + a$.

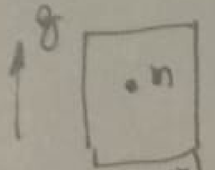
Entonces, si insiste con que no hay gravedad, tiene que decir que todo el universo se mueve hacia arriba con g. Pero es absurdo.

O' tiene otro problema además.

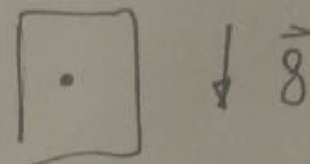
En realidad, dentro del ascensor $g = g(r)$ pero $a = cte$.
(Efecto tidal)

Es decir que la $F^* = -ma$ no alcanza para explicar por qué la aceleración de los cuerpos es mayor cerca del piso de la caja que arriba.

Equivalencia entre masa gravitatoria e inercial.



es idéntico a



inercial, inercial

$$-mg = ma'$$

$$\underline{a' = g}.$$

$$ma = -mg$$

inercial, gravitatoria

$$\underline{a = g}$$

Pero únicamente localmente,

es decir, si la caja es muy chiquita y no tenemos en cuenta el efecto tidal!

Principio de Equivalencia (Einstein) !!!

Fuerzas gravitatorias

- Proporcionales a la masa inercial
- Actúan universalmente sobre todo cuerpo con masa
- Son imposibles de suprimir o apantallar

Fuerzas no inerciales

- Proporcionales a la masa inercial
- Actúan universalmente sobre todo cuerpo con masa
- Son imposibles de suprimir o apantallar

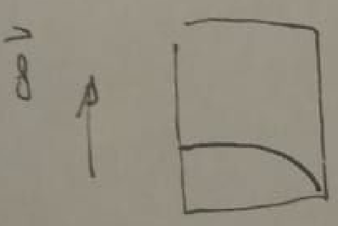
Einstein entonces dice

LOCALMENTE, la fuerza gravitatoria es como una fuerza no inercial.

O más precisamente,

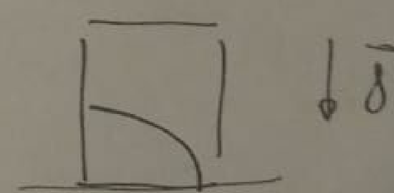
LOCALMENTE, las leyes de la naturaleza son las mismas en un sistema acelerado que bajo un campo gravitatorio.

Einstein usó este argumento para decir algo que nadie jamás había posible decir sobre la luz.



trayectoria de un rayo de luz en un ascensor acelerado con g

Ppo equivalencia →



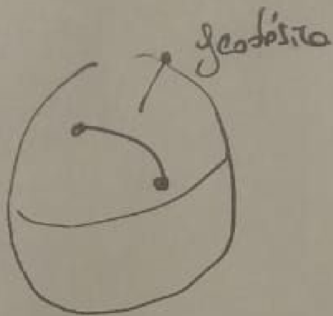
trayectoria de un rayo de luz en el campo gravitatorio terrestre.

→ La gravedad curva los rayos de luz.

Para alguien en la Tierra, la estrella se ve PERFECTAMENTE DUPLICADA

Pierre de Fermat enunció un principio que dice "La luz siempre toma el camino más corto entre dos puntos".

Entonces, ¿significa que el camino más corto entre dos puntos cerca de una masa es una línea curva?



$\Rightarrow$ EL ESPACIO MISMO ES CURVO.

<u>Einstein nos dice:</u> La gravedad no es "como" una fuerza no inercial.

La gravedad <u>es</u> una fuerza inercial donde la aceleración proviene de movernos en un espacio curvo, donde la curvatura se determina por la presencia de masa (y energía)