
Guía N° 10: Teoremas de Conservación

- ① Dos cuerpos de masas m_1 y m_2 y velocidades \vec{v}_1 y \vec{v}_2 que se mueven sobre una misma recta chocan elásticamente. Luego del choque, ambos cuerpos continúan moviéndose sobre la misma recta.
- (a) Halle sus velocidades después del choque.
 - (b) Calcule la variación de energía cinética de cada uno.
 - (c) Resuelva (a) y (b) para el caso $|\vec{v}_2| = 0$.
 - (d) Especialice los resultados obtenidos en (c) para los casos $m_1 = m_2$, $m_1 \ll m_2$ y $m_1 \gg m_2$.
- ② El carrito B ($m_B = 2kg$) está en reposo sobre una superficie horizontal a $10m$ de la pared rígida C . El carro A ($m_A = 10kg$, $|\vec{v}_A| = 10m/s$) choca con B y luego B choca con C . Considerar todos los choques perfectamente elásticos.
- (a) ¿Dónde chocan A y B por segunda vez?
 - (b) ¿Cuál es la velocidad de B después de chocar la segunda vez con A ?
 - (c) ¿Se conserva el impulso lineal? Discutir.
 - (d) ¿Cuál es la energía cinética transferida por A a B como resultado de cada uno de los choques? Discuta.

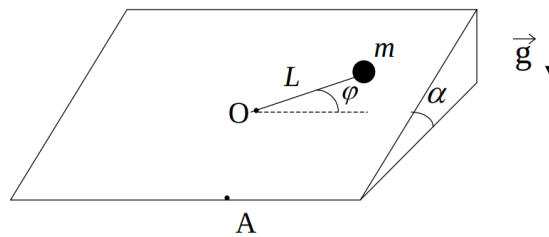
Sugerencia: Aplique los resultados del problema 1.

- ③ Una masa m_1 se halla atada al extremo de una cuerda inextensible de longitud L y masa despreciable. Cuando la cuerda forma un ángulo α con la vertical se suelta la masa m_1 con velocidad nula. Al pasar por el punto más bajo de la trayectoria la masa m_1 choca elásticamente con una masa m_2 que cuelga de una cuerda igual a la anterior y que se halla inicialmente en reposo.
- (a) Calcular la velocidad de ambas masas un instante después del choque.
 - (b) Calcular la altura máxima alcanzada por ambas masas después del choque.
 - (c) Discutir los resultados anteriores para los casos: $m_1 \gg m_2$, $m_1 = m_2$ y $m_1 \ll m_2$

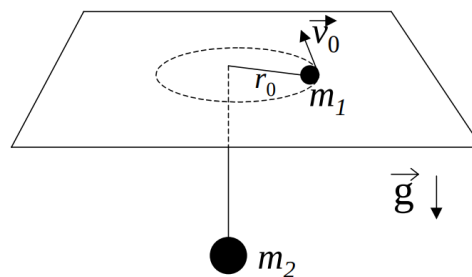
- ④ Un cuerpo de masa m se halla sujeto a un resorte, de constante elástica k y longitud libre l_0 , cuyo otro extremo está fijo a un eje. El sistema se encuentra sobre una superficie horizontal libre de rozamiento. En el instante inicial el resorte tiene una longitud $2l_0$ y la masa m tiene una velocidad \vec{v}_0 formando un ángulo α con la dirección del resorte.

- (a) Diga qué magnitudes se conservan, justificando su respuesta.
 (b) Calcule la velocidad angular y la velocidad radial del cuerpo cuando la longitud del resorte es $l = \frac{3}{2}l_0$.

- ⑤ Sobre un plano inclinado de ángulo α se encuentra una partícula de masa m sostenida por medio de una varilla rígida de longitud L al punto fijo O , de forma tal que la varilla es libre de girar alrededor de dicho punto. Inicialmente la partícula se halla en el punto A con velocidad \vec{v}_0 perpendicular a la dirección de la varilla (ver figura). Considere que la varilla tiene masa despreciable y que no hay rozamiento entre la partícula y el plano.



- (a) Diga qué magnitudes se conservan para la partícula. Justifique sus respuestas.
 (b) Halle la velocidad angular de la partícula alrededor del punto O , como función del ángulo ϕ .
 (c) Halle la condición que debe satisfacer la velocidad v_0 para que la partícula dé un giro completo alrededor del punto O .
- ⑥ El sistema de la figura consiste de dos masas (m_1 y m_2) unidas por un hilo inextensible que pasa por un orificio practicado en una mesa horizontal sin rozamiento. En cierto instante, la masa m_2 está en reposo y la masa m_1 se mueve con velocidad \vec{v}_0 a una distancia L del orificio. La masa m_2 puede, o no, continuar en reposo dependiendo de cierta relación matemática entre m_1 , m_2 , $|\vec{v}_0|$, r_0 y g .

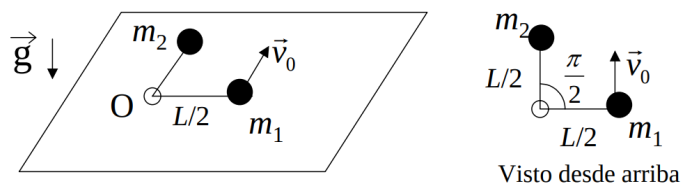


- (a) Determinar esa relación usando las ecuaciones de Newton.
- (b) Independientemente de que m_2 se mueva o no, diga qué magnitudes se conservan. Justifique su respuesta.
- (c) Calcular las velocidades \vec{v}_1 y \vec{v}_2 de ambas partículas y el ángulo que forma \vec{v}_1 con el hilo, en el instante en que m_2 ha bajado una distancia d .
- (d) Grafique el potencial efectivo en función de la distancia de m_1 al orificio. Exprese en función de la energía la condición para que m_2 permanezca en reposo y compare con el resultado obtenido en (a).
- (e) Considere condiciones tales que la energía mecánica es un poco mayor a la que corresponde la situación en la m_2 permanece quieta (y m_1 describe una órbita circular). En esas condiciones analice el movimiento radial y considere que $r(t)$ oscila con una pequeña amplitud alrededor del radio de la órbita circular. Diga cual es la frecuencia y el período de este movimiento. Determine también la velocidad angular de m_1 , describa cualitativamente la forma de la órbita de m_1 alrededor del orificio.
- (f) * Resuelva numéricamente el problema. Obtenga gráficos de $z(t)$ y de las trayectorias de la partícula sobre la mesa.

7 Dos cuerpos de masas m_1 y m_2 respectivamente, con $m_1 = 2m$ y $m_2 = m$ que están unidos por un resorte de longitud libre l_0 y constante elástica k , se encuentran sobre una superficie horizontal plana y carente de fricción. El sistema se pone en movimiento estirando el resorte hasta una longitud $2l_0$ y dándole una velocidad \vec{v} a cada una de las partículas, perpendicular al segmento que las une y en sentidos opuestos.

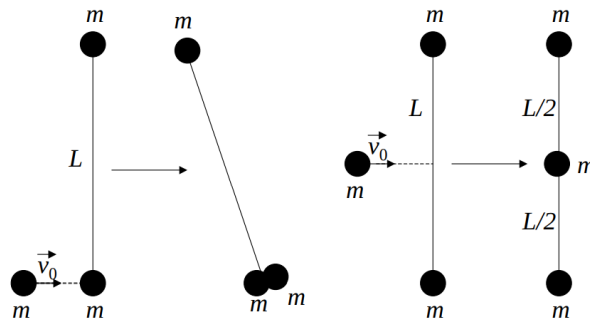
- (a) ¿Cuál es la velocidad angular del sistema cuando la longitud del resorte es $\frac{3}{2}l_0$?
- (b) Calcule el vector velocidad de cada masa en esa posición.

8 Dos partículas de masas m_1 y m_2 se hallan sobre una mesa horizontal, unidas entre sí por una soga de longitud L que pasa a través de un anillo pequeño fijo a la mesa en el punto O . La superficie de la mesa carece de rozamiento y la soga es inextensible y de masa despreciable. Inicialmente ambas partículas están en reposo a una distancia $L/2$ del punto O , de forma tal que ambos tramos de la soga forman un ángulo recto (ver figura). El sistema se pone en movimiento imprimiéndole a la partícula m_1 una velocidad \vec{v}_0 perpendicular a la soga. Considere que las partículas nunca chocan entre sí y que la soga siempre se mantiene tensa.



- (a) Diga qué magnitudes se conservan para cada partícula por separado y para el sistema formado por ambas partículas y la soga. Justifique sus respuestas.
- (b) Calcule la velocidad de rotación alrededor de O de cada una de las partículas como función de la distancia de m_1 al punto O .
- (c) Encuentre la velocidad radial del cuerpo m_1 cuando se halla a una distancia $d = \frac{2L}{3}$ del punto O .

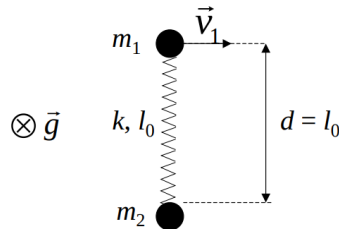
- 9 Dos partículas de masa m están sujetas a los extremos de una barra de longitud L y masa despreciable en reposo sobre una superficie horizontal exenta de rozamiento. Otra partícula, también de masa m , se mueve a lo largo de una recta perpendicular a la barra con velocidad \vec{v}_0 y choca quedándose adherida según se indica en las figuras. Describa cuantitativamente el movimiento después del choque, en particular, calcule la variación de energía cinética del sistema debida al choque plástico.



Caso (a)

Caso (b)

- 10 En la figura se muestra un sistema compuesto por un resorte de constante elástica k , longitud libre l_0 y masa despreciable y dos partículas de masas m_1 y m_2 . El sistema está apoyado sobre una mesa libre de rozamiento. Inicialmente el sistema está en reposo y la distancia d entre las partículas es tal que $d = l_0$. En cierto instante t_0 se le imprime a m_1 una velocidad \vec{v}_1 como la de la figura y simultáneamente se le imprime a m_2 una velocidad \vec{v}_2 tal que el centro de masa del sistema tiene velocidad nula en ese instante.



- (a) Halle el vector velocidad \vec{v}_2 y la distancia que hay inicialmente (antes de t_0) entre m_2 y el centro de masa del sistema.
- (b) Diga justificando su respuesta si para todo instante posterior a t_0 se conserva o no, para este sistema, el impulso lineal \vec{P} , el impulso angular respecto del centro de masa \vec{L}_{CM} y la energía mecánica total H .

- (c) Calcular \vec{P} , \vec{L}_{CM} y H en el instante t_0 en función de datos.
- (d) Dibuje el sistema en un instante arbitrario t posterior a t_0 y diga cuánto vale la velocidad del centro de masa en ese instante. Si en t , \vec{v}_1 y \vec{v}_2 son las velocidades de m_1 y m_2 respectivamente, escriba \vec{v}'_2 en función de \vec{v}'_1 y de datos. Si r'_1 y r'_2 son las distancias desde el centro de masa hasta m_1 y m_2 respectivamente en el tiempo t , escriba r'_2 en función de r'_1 y de datos.
- (e) Dé una expresión para \vec{L}_{CM} a tiempo t . Halle la velocidad angular del sistema, ω , en función de datos y de r'_1 .
- (f) Escriba una expresión para H en el tiempo t en función de datos y de r'_1 y \dot{r}'_1 . ¿Qué ecuación diferencial se obtiene para r'_1 ?