

### Problema 3

Un carretel cilíndrico de masa  $M_1$  con radio interior  $R_1$  y radio exterior  $R_2 > R_1$ , desliza sobre un plano inclinado de pendiente  $\alpha$  con rozamiento como se muestra en la figura. Los coeficientes de rozamiento diámico y estático son  $\mu_d, \mu_e$  respectivamente. Sobre el radio interior se encuentra enrollada una cuerda inextensible de longitud  $L$  y de masa despreciable que no desliza respecto del carretel. La cuerda pasa por una polea ideal de masa despreciable y de su extremo cuelga un contrapeso de masa  $M_2$  que puede moverse sobre un eje vertical. Se tiene un resorte de constante elástica  $k$  y longitud natural cero ( $l_0 = 0$ ) con un extremo adosado a un pared fija en la base del plano y el otro extremo insertado en el centro del carretel. El momento de inercia del carretel con respecto a su centro de masa es  $I_{CM} = M_1 R_2^2/2$ . Para analizar la dinámica del sistema  $M_1 + M_2$  sólo considere cuando el resorte sube por el plano inclinado. Responda las siguientes preguntas, justificando adecuadamente las mismas.

- Realice un diagram de cuerpo libre e indique todas las fuerzas que están aplicadas sobre  $M_1 + M_2$  y la polea ideal.
- Escriba las ecuaciones dinámica y de vínculo para ambos cuerpos. Encuentre la ecuación de movimiento para la partícula  $M_1$  y el período de oscilación de la misma.
- Describa cuantitativamente la dinámica del sistema cuando  $M_2 \gg M_1$ . Encuentre la velocidad del centro de masa para  $M_1$  y la velocidad de rotación angular.

Datos:  $g, D, \alpha, \mu_d, \mu_e, M_1, M_2, L, k, R_2, R_1$ .

