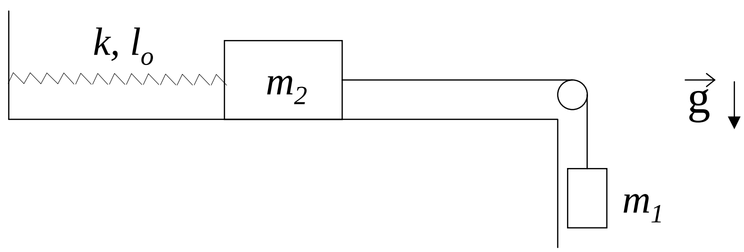
MOVIMIENTO OSCILATORIO

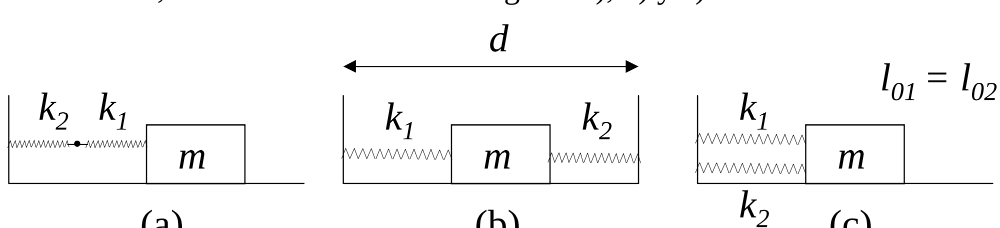
1 - Considere una partícula de masa m suspendida del techo por medio de un resorte de constante elástica k y longitud natural l_0. Determine cómo varía la posición con el tiempo sabiendo que en $t = 0$ la partícula se halla a una distancia $2l_0$ del techo, con velocidad nula.

2 - El sistema de la figura, compuesto por dos cuerpos de masas m_1 y m_2 y un resorte de constante elástica k y longitud natural l_0, se encuentra inicialmente en equilibrio. Se lo pone en movimiento imprimiendo a la masa m_1 una velocidad v_0 hacia abajo (no hay rozamiento).



a) Plantee las ecuaciones de Newton y de vínculo para m_1 y para m_2.
b) Diga cómo varía la posición de m_2 con el tiempo.

3 - Sean dos resortes de constantes elásticas k_1 y k_2, y un cuerpo de masa m, que desliza sin rozamiento, conectados como en las figuras a), b) y c).



i) Demostrar que la frecuencia de oscilación de m vale, en el caso a)

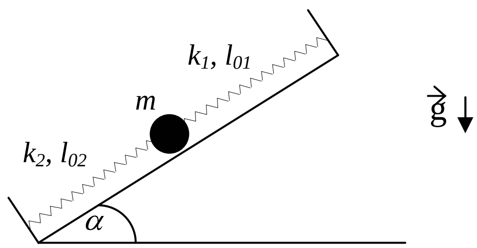
$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1 k_2}{(k_1 + k_2)m}}$$

y en los casos b) y c):

$$f = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}}$$

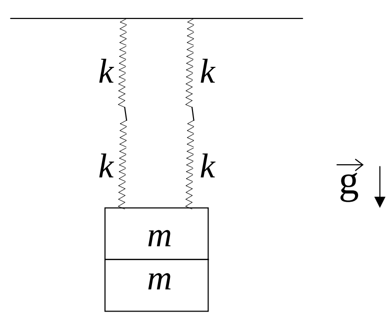
ii) Encuentre las posiciones de equilibrio sabiendo que los resortes tienen longitudes naturales l_{01} y l_{02}.

4 - Una bolita de masa *m* se halla sobre un plano inclinado sostenida por dos resortes, de constantes elásticas k_1 y k_2, y longitudes libres l_{01} y l_{02}, respectivamente, los cuales se encuentran fijos a dos paredes separadas una distancia *L*.



a) Plantee la ecuación de Newton para la bolita y encuentre la ecuación de movimiento.
b) Halle la posición de equilibrio y determine si es estable o inestable.
c) Si partiendo de la posición de equilibrio el sistema se pone en movimiento imprimiéndole a la bolita una velocidad v_0 hacia arriba, encuentre la posición de la bolita como función del tiempo.

5 - Cuatro resortes idénticos de constante elástica *k* desconocida y longitud natural l_0 se hallan sosteniendo un cuerpo formado por dos pesas de masa *m* cada una, como muestra la figura.



a) Sabiendo que la posición de equilibrio del cuerpo se halla a una distancia *d* del techo, encuentre el valor de *k*.
b) Estando el sistema en su posición de equilibrio se retira una de las pesas sin perturbarlo y se lo deja en libertad.
   i) Obtenga la ecuación que rige el movimiento posterior del sistema. Calcule el período de oscilación y la nueva posición de equilibrio.
   ii) Utilizando las condiciones iniciales halle la posición del cuerpo en función del tiempo.

6 - Un cuerpo suspendido de un hilo inextensible de longitud 80 cm realiza un movimiento oscilatorio en un plano siendo $\theta = \theta(t)$ el ángulo entre la vertical y el hilo.

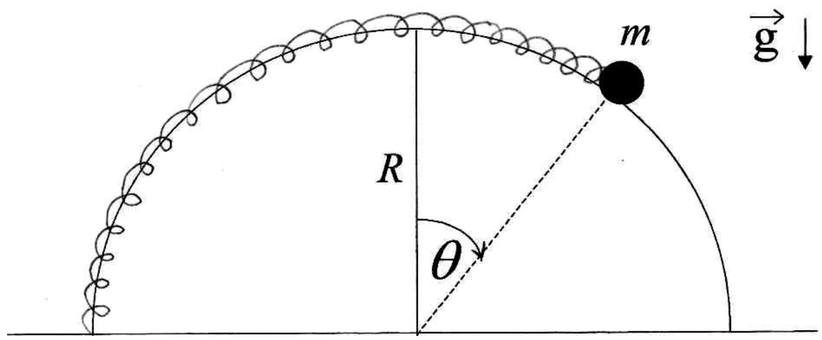
a) Plantee las ecuaciones de Newton para el cuerpo.

b) ¿Bajo qué aproximación el movimiento es armónico? ¿qué período tiene?

c) Si en $t = 0$ es $\theta = 0$, $\dot{\theta} = 0{,}2\ seg^{-1}$ ¿se satisface la aproximación de b) $\forall\ t$?

d) Usando las ecuaciones planteadas en a) halle la posición de equilibrio y diga si es estable o inestable y por qué.

7 - Una bolita de masa m está enhebrada en un aro semicircular de radio R y sujeta a un resorte de constante elástica k y longitud natural $l_0 = \pi R/2$, como muestra la figura:

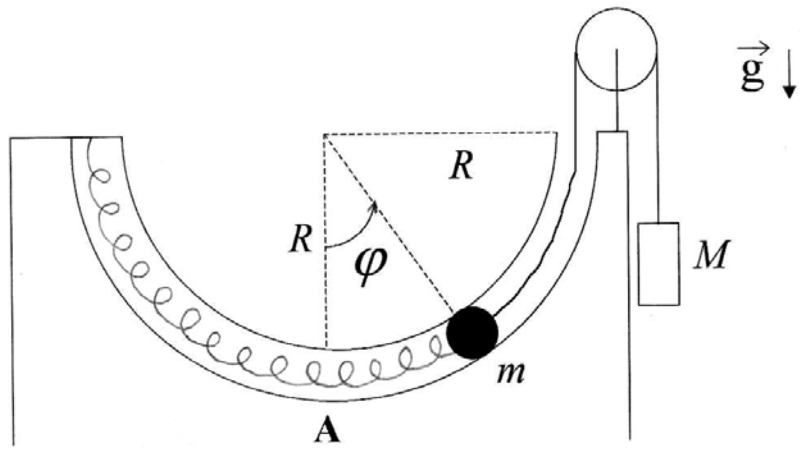


a) Halle la ecuación de movimiento.

b) Encuentre posiciones de equilibrio.

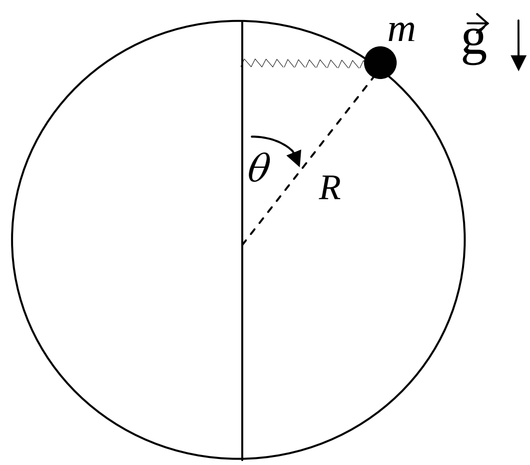
c) Diga cuándo el equilibrio es estable.

8 - Una bolita de masa m se mueve por un tubo delgado, carente de rozamiento, el cual describe una semicircunferencia de radio R. La bolita se halla sujeta por un extremo a un resorte de constante elástica k y longitud natural $l_0 = \pi R/2$, y por el otro a una soga, deslizando ambos elementos por el interior del tubo, tal como muestra la figura. Del extremo de la soga pende, a través de una polea, otro cuerpo de masa M que actúa como contrapeso. Considere la soga inextensible, y las masas de soga, resorte y poleas despreciables. En el instante inicial la bolita se halla en el punto A ($\varphi = 0$) con velocidad v_0.



a) Plantee las ecuaciones de Newton para cada una de las masas. Halle la ecuación diferencial que rige el movimiento de la bolita.
b) Halle gráficamente la o las posiciones de equilibrio de la bolita, determinando si corresponden a posiciones de equilibrio estable o inestable.
c) Halle la expresión de la fuerza de vínculo ejercida por el tubo sobre la bolita como función del ángulo φ.

9 - Una masa m está enhebrada en un aro circular sin fricción de radio R y unida al extremo de un resorte de constante k y longitud natural nula (se considera despreciable frente al radio del aro). El otro extremo del resorte corre libremente a lo largo de un eje vertical, de modo tal que el resorte permanece siempre en posición horizontal (ver figura).



a) Halle las ecuaciones de Newton para m.
b) Si inicialmente la masa se encuentra en $\theta = \pi/2$ con velocidad nula, halle la expresión de la fuerza de vínculo con el aro en función del ángulo θ.
c) Encuentre las posiciones de equilibrio y analice si son estables o inestables.

10 - Un péndulo simple de 10 g de masa tiene inicialmente un período de 2 seg y una amplitud de 2º .Luego se lo sumerge en un medio con rozamiento y después de dos oscilaciones completas la amplitud se reduce a 1,5º
Encuentre la constante de amortiguamiento *r*.

11 - Una partícula de masa m está unida al extremo de un resorte de constante elástica *k* y longitud natural l_0. El otro extremo del resorte está unido a una pared que se mueve de acuerdo a la ley $x_p(t) = L\cos(\omega t)$. La partícula también está sometida a la acción de una fuerza viscosa tal que $\vec{F}_v = -r\dot{x}\hat{x}$.

a) Escriba la ecuación de Newton para la partícula. Indique claramente cuáles son las fuerzas que actúan sobre ella.

b) Para el caso $\frac{k}{m} > \left(\frac{r}{2m}\right)^2$, diga cuál es la solución de la ecuación de movimiento *x(t)*. Para tiempos largos ($\beta t >> 1$, con $\beta = \frac{r}{2m}$), diga en qué dirección se mueve la partícula cuando la pared se mueve hacia la derecha, si $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.

12 – Considere una partícula de masa *m* que se mueve sobre una recta (*x*). La partícula está unida a un resorte de constante elástica *k* y longitud natural l_0 (tal como indica la figura). Hay rozamiento entre la partícula y el plano con coeficientes μ_e y μ_d. En el instante *t*=0 la partícula se encuentra en la posición $x_0 > l_0$ con velocidad nula.

a) Describa cualitativamente el movimiento analizando cuidadosamente el efecto del rozamiento. Obtenga la ecuación diferencial que gobierna el movimiento (sugerencia: use el hecho de que el movimiento transcurre en una recta y distinga los dos sentidos del movimiento). Demuestre que, tal como ocurre en ausencia de rozamiento, el cuerpo tiene velocidad nula en todos los instantes $t_n = n\frac{T}{2}$, donde $T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$ y *n* es un número entero. Demuestre que la distancia recorrida entre dos detenciones sucesivas (separadas por un intervalo $\frac{T}{2}$) disminuye cada vez en una cantidad $2\mu_d\frac{mg}{k}$. Diga en qué momento se detiene definitivamente el movimiento del cuerpo.

b) Si se considera $x_0 = N\mu_d\frac{mg}{k} + l_0$ (donde *N* es un número entero), diga cuantas veces cambia el sentido de la velocidad del cuerpo antes de detenerse definitivamente (considere el caso $\mu_e < 2\,\mu_d$). Analice en particular los casos *N=4* y *N=7*, grafique la función *x(t)* y diga en qué lugar y en qué instante se detiene definitivamente el cuerpo.

c) Compare el movimiento del cuerpo con el caso en el que el rozamiento se origina en la fricción del cuerpo con el aire (que produce una fuerza proporcional a la velocidad).