FISICA 1 - A

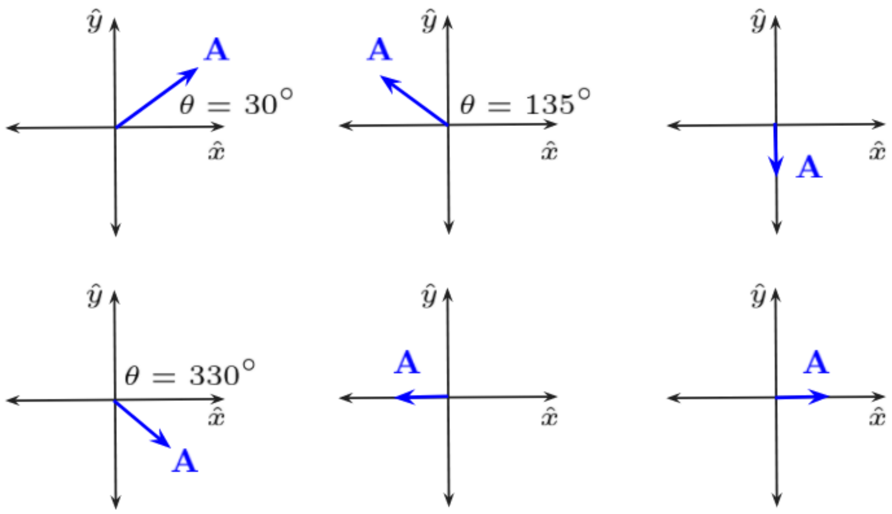
Primer Cuatrimestre 2023

Práctica 0: Repaso

1 – Vectores y trigonometría

Problema 1 - Hallar el módulo del vector de origen en (20,-5,8) y extremo en (-4,-3,2).

Problema 2 - a) Hallar las componentes cartesianas de los siguientes vectores:



Usualmente, la notación para un vector puede ser **A** (negrita) o $\vec{A}$

b) Hallar el módulo y dirección de los siguientes vectores y representarlos gráficamente:

(i)	**A** = (3,3)	(iv)	**D** = (5,0)
(ii)	**B** = (-1.25,-2.16)	(v)	**E** = (0,3)
(iii)	**C** = (-2.5,4.33)	(vi)	**F** = (0,-7)

Problema 3 - Qué propiedades tienen los vectores $\vec{A}$ y $\vec{B}$ tales que:

a) $\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$, $|\vec{A}|+|\vec{B}|=|\vec{C}|$ b) $\vec{A}+\vec{B}=\vec{A}-\vec{B}$ c) $\vec{A}+\vec{B}=\vec{C}$, $A^2+B^2=C^2$

Problema 4 - Usando la definición de producto escalar, calcular:

a) $\hat{i}\cdot\hat{j}$ b) $\hat{j}\cdot\hat{j}$ c) $\hat{i}\cdot\hat{k}$ d) $\hat{k}\cdot\hat{k}$ e) $\hat{j}\cdot\hat{k}$ f) $\hat{j}\cdot\hat{i}$

donde $\hat{i}$ = (1,0,0), $\hat{j}$ = (0,1,0), $\hat{k}$ = (0,0,1).

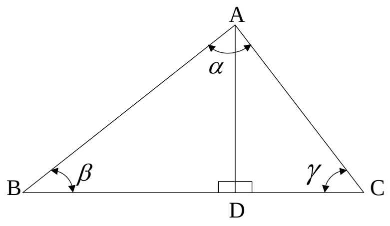
Problema 5 - Haciendo uso de $\vec{C}\cdot(\vec{E}+\vec{F})=\vec{C}\cdot\vec{E}+\vec{C}\cdot\vec{F}$ (propiedad distributiva del producto escalar respecto de la suma**)** y de los resultados obtenidos en el ejercicio anterior, demostrar que si $\vec{A} = a_x\hat{i} + a_y\hat{j} + a_z\hat{k}$ y $\vec{B} = b_x\hat{i} + b_y\hat{j} + b_z\hat{k}$ entonces,

$$\vec{A}\cdot\vec{B} = \mathbf{A.B} = a_xb_x + a_yb_y + a_zb_z.$$

Problema 6 - a) Utilizando el Teorema de Pitágoras y la definición de las funciones trigonométricas, usando el triángulo de la Fig. demostrar el Teorema del Coseno:

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB\ BC \cos b,$$

donde AB, BC y AC son las longitudes de los respectivos lados.



Ayuda: Considerar los dos triángulos rectángulos ABD y ADC, respectivamente.

b) Utilizando la definición del seno demostrar sobre los mismos triángulos que

$$AC/\text{sen } b = AB/\text{sen } g,$$

y generalizar el resultado para demostrar el Teorema del Seno:

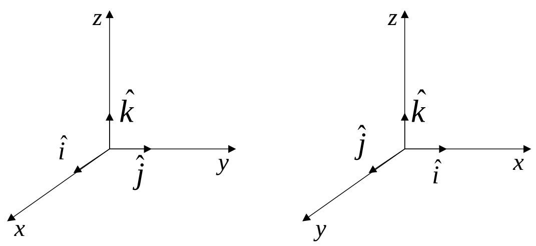
$$AC/\text{sen } b = AB/\text{sen } g = BC/ \text{ sen } a.$$

Problema 7 - a) Sean $\hat{i}$, $\hat{j}$ y $\hat{k}$ los versores (vectores de modulo uno) de la terna mostrada en la Fig. (a). Usando la definición de producto vectorial, calcular,

(i) $\hat{i} \times \hat{j}$ (ii) $\hat{k} \times \hat{i}$ (iii) $\hat{j} \times \hat{k}$

(iv) $\hat{i} \times \hat{i}$ (v) $\hat{j} \times \hat{j}$ (vi) $\hat{k} \times \hat{k}$

b) Repetir el cálculo anterior para la terna de la Fig. (b) y comparar con los resultados obtenidos en ambos casos.



(a) (b)

En lo sucesivo convendrá trabajar con ternas análogas a las del caso (a): $\hat{i} \times \hat{j} = \hat{k}$, las cuales se denominan "ternas derechas".

Problema 8 - Dados los vectores $\vec{A}$, $\vec{B}$ y $\vec{C}$, demostrar:

a) Que el producto vectorial no es asociativo y se cumple: $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) = \vec{B}(\vec{A} \cdot \vec{C}) - \vec{C}(\vec{A} \cdot \vec{B})$
b) Que cualesquiera sean los vectores, se cumple: $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C}) + \vec{B} \times (\vec{C} \times \vec{A}) + \vec{C} \times (\vec{A} \times \vec{B}) = 0$
c) Que el producto mixto es igual al volumen del paralelepípedo construido sobre los mismos una vez llevado a partir de su origen común.
d) Que la condición necesaria y suficiente para que los tres vectores sean paralelos a un mismo plano es que su producto mixto sea nulo.

Problema 9 - Hallar la expresión de los vectores posición, velocidad y aceleración en coordenadas polares y cilíndricas. Representar gráficamente.

2 – Cinemática

Problema 10 - Un cuerpo que en el instante t = 0 se encuentra en un punto A, viaja en línea recta con velocidad constante de módulo desconocido v. Cuando transcurre un tiempo T el móvil pasa por un punto B que está a distancia d de A.

a) Halle v.
b) Dé dos expresiones para la posición del cuerpo en función del tiempo, considerando un sistema de coordenadas con origen en A y otra considerando un sistema de coordenadas con origen en B, y grafíquelas.

Problema 11 - Un automóvil viaja en línea recta con velocidad constante desde A hasta C, pasando por B. Se sabe que por A pasa a las 12 hs., por B a las 13 hs. y por C a las 15 hs. (AB = 50 km, BC = desconocido).

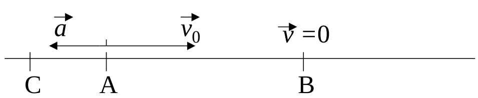
a) Elija un origen de tiempo y un sistema de referencia.
b) Elija un instante t_0 ¿cuánto vale x_0? Escriba la ecuación de movimiento.
c) Elija otro instante t_0 ¿cuánto vale x_0? Escriba la ecuación de movimiento.
d) Calcule la velocidad del auto y la distancia BC.

Problema 12 - Un móvil 1 viaja en línea recta desde A hacia B (distancia AB = 300 km) a v_1 = 80 km/h y otro móvil 2 lo hace desde B hacia A a v_2 = 50 km/h. El móvil 2 parte una hora antes que el móvil 1.

a) Elija un origen de tiempo y un sistema de referencia.
b) Escriba los vectores velocidad $\mathbf{v}_1$ y $\mathbf{v}_2$ de los móviles 1 y 2, respectivamente.
c) En un mismo gráfico represente posición vs. tiempo para ambos móviles. Interprete el significado del punto de intersección de ambas curvas.
d) En un mismo gráfico represente velocidad vs. tiempo para ambos móviles. ¿Cómo encontraría en este gráfico el tiempo de encuentro?

Problema 13 - Repetir el problema anterior para el caso en que ambos móviles viajan desde A hacia B.

Problema 14 - Un cuerpo viaja en línea recta con aceleración constante de módulo desconocido a y dirección como la de la Fig. En el instante t = 0 el móvil pasa por el punto A con velocidad $\vec{v}_0$ como la de la Fig., en t = t_0 el móvil pasa por B y tiene velocidad nula y en t = t_1 el móvil pasa por C.



a) Elija un sistema de referencia y escriba las expresiones para la posición y la velocidad del móvil en función del tiempo, o sea $x(t)$ y $v(t)$.
b) Halle a y la distancia AB.
c) Calcule la distancia BC y la velocidad del móvil cuando pasa por C, ¿puede usar para este cálculo las expresiones $x(t)$ y $v(t)$ que escribió en el inciso a)?
d) ¿Halle la velocidad media entre A y B y entre A y C, coinciden estas dos velocidades medias? ¿Por qué?

Problema 15 - Un auto viaja por una ruta a 20 m/s, un perro se cruza a 50 m:

a) ¿Cómo deben ser los sentidos de los vectores aceleración y velocidad para que el auto frene?
b) ¿Cuál es la desaceleración mínima que debe imprimirse al automóvil para no chocar al perro?
c) Ídem b) teniendo en cuenta que el tiempo de respuesta del chofer es 0.3 s.
d) Muestre la situación calculada en b) y c) en un gráfico posición vs. tiempo.

Problema 16 - Un cuerpo se deja caer desde un globo aerostático que desciende con velocidad 12 m/s,

a) Elija un sistema de referencia y escriba las ecuaciones que describen el movimiento del cuerpo.
b) Calcule la velocidad y la distancia recorrida por el cuerpo al cabo de 10 s.
c) Resuelva los incisos a) y b) considerando que el globo asciende a 12 m/s.

Problema 17 - Una piedra en caída libre recorre 67 m en el último segundo de su movimiento antes de tocar el piso. Suponiendo que partió del reposo, determine la altura desde la cual cayó, el tiempo que tarda en llegar al piso y la velocidad de llegada.

Problema 18 - Desde una terraza a 40 m del suelo se lanza hacia arriba una piedra con velocidad 15 m/s,

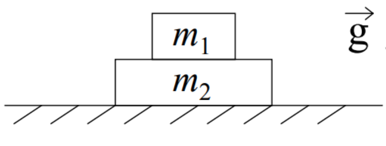
a) ¿Con qué velocidad vuelve a pasar por el nivel de la terraza?
b) ¿Cuándo llega al suelo?
c) Cuándo y dónde se encuentra con una piedra arrojada desde el suelo hacia arriba con una velocidad de 55 m/ y que parte desde el suelo en el mismo instante que la anterior?
d) Represente gráficamente.

Problema 19 - Un automóvil cuya velocidad es 90 km/h pasa ante un puesto caminero. En ese instante sale en su persecución un patrullero que parte del reposo y acelera uniformemente de modo que alcanza una velocidad de 90 km/h en 10 s. Halle,

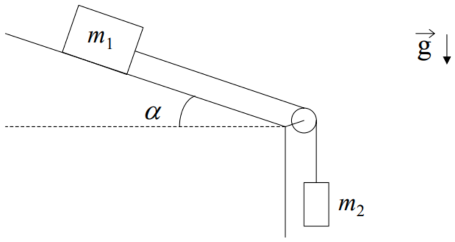
a) El tiempo que dura la persecución.
b) El punto en que el patrullero alcanza el automóvil.
c) La velocidad del patrullero en el punto de alcance.

3– Dinámica e interacciones

Problema 20 - En el sistema de la Fig. señale las fuerzas que actúan sobre cada uno de los cuerpos e indique los pares de interacción. Sugerencia: para cada cuerpo, dibuje las fuerzas que actúan sobre él, aclarando qué interacción las origina.



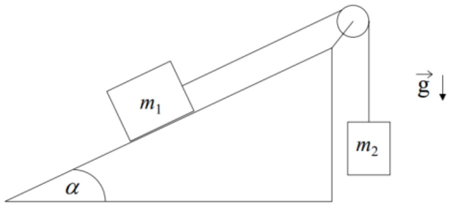
Problema 21 - En el sistema de la Fig. No existe fricción, el hilo es inextensible con masa despreciable y la polea es de masa despreciable (sin rozamiento).



a) Diga cuáles son las fuerzas ejercidas sobre las masas y sobre el hilo. Indique los pares de acción y reacción.

b) ¿Cuál es la aceleración del sistema en función de los datos m1, m2, a y g?

Problema 22 - El sistema de la Fig. está formado por dos partículas de masas m_1 y m_2, las cuales parten del reposo y se mueven de tal forma que la masa m_1 sube recorriendo todo el plano inclinado en un tiempo *T*. Intercambiando las partículas, m_2 recorre todo el plano subiendo en un tiempo *T/*4 (no hay rozamiento). Sabiendo que $m_1/m_2 = 9$, hallar *α*.



4 – Interacción de rozamiento

Problema 23 - Un cuerpo se apoya sobre un plano inclinado forma un ángulo α con la horizontal. El coeficiente de rozamiento estático entre el cuerpo y el plano es $\mu_e = 0{,}2$ y el dinámico $\mu_d = 0{,}1$.

a) ¿Cuánto debe valer α para que el cuerpo abandone su estado inicial de reposo?

b) ¿Cuál es la aceleración del cuerpo para el ángulo calculado en a)?

5 – Desarrollo numérico

Problema 24 - Utilizando Google Colab, desarrolle una notebook que

a) Grafique las siguientes funciones (librería recomendada: *import matplotlib.pylab as plt*):

   a. $f(x) = a\,x^3 + b\,x^2 + c\,x + d$

   b. $g(x) = a\,\exp(\lambda x)$

   c. $h(x) = a\,\cos(\omega x) + b$

b) Usando el esquema *diferencias finitas*, calcule numéricamente las derivadas del inciso a) para *x* entre el intervalo [0,1] (librería recomendada: *import numpy as np*).

c) Integre numéricamente para *x* entre el intervalo [0,1] las funciones del inciso a). ¿Qué esquema utilizó? (librería recomendada: *import numpy as np*).

d) Compare analítica y gráficamente las soluciones numéricas con las soluciones exactas.