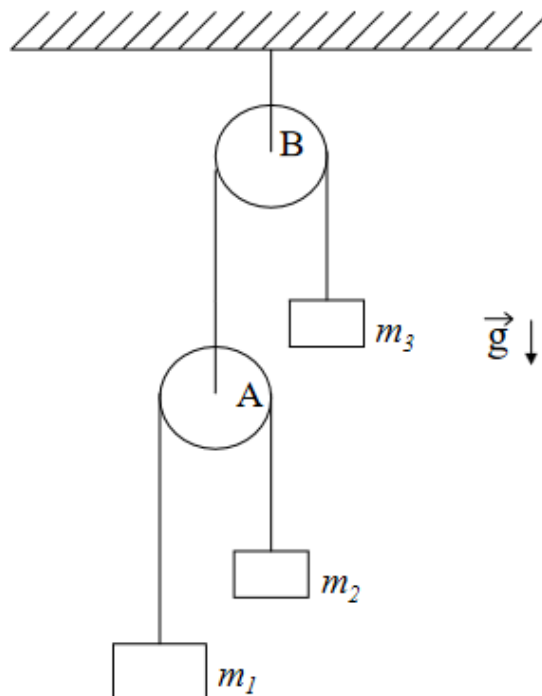
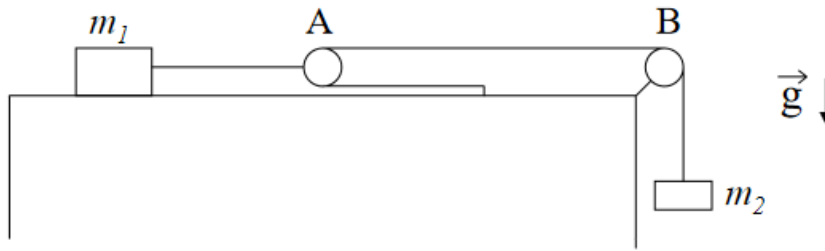

Guía N° 2: Dinámica

Los ítems denotados con un asterisco* están pensados como optativos para resolverse con la computadora.

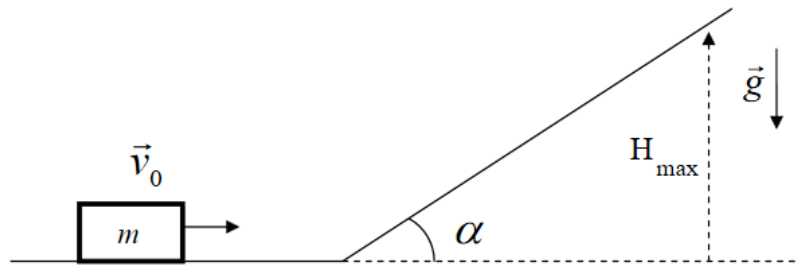
- ① El sistema de la figura está inicialmente en reposo, las poleas y los hilos tienen masas despreciables y los hilos son inextensibles.



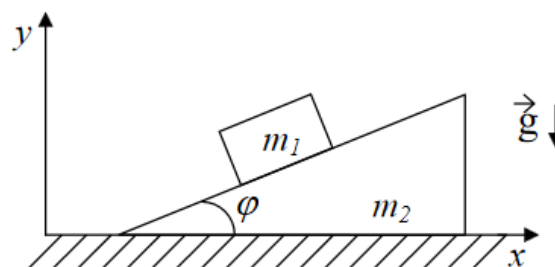
- (a) Escriba las ecuaciones de Newton para las masas y la condición de vínculo que relaciona sus posiciones.
- (b) Halle la aceleración de cada cuerpo y las tensiones en los hilos en función de las masas y de g .
- ② Como se muestra en la figura, un cuerpo de masa m_1 está ubicado sobre una mesa plana sin fricción. Considere que las sogas son inextensibles, y que sogas y poleas tienen masas despreciables. El sistema está inicialmente en reposo y la polea A es móvil.



- (a) Cuando el sistema comienza a moverse, diga cuál es la relación que debe existir entre las distancias d_1 y d_2 recorridas por m_1 y m_2 (es decir, cuál es la condición de vínculo).
- (b) Encuentre la aceleración de cada masa y las tensiones en los hilos en función de m_1 , m_2 y g .
- ③ Considere un cuerpo de masa m que puede desplazarse sin fricción en la superficie que se indica en la figura. Usando solamente argumentos de cinemática y dinámica, halle la altura máxima a la cual el objeto se detendrá sobre el plano inclinado. ¿Cómo cambia el resultado si el ángulo del plano inclinado se reduce a la mitad?



- ④ Un bloque de masa m_1 está colocado sobre un plano inclinado de masa m_2 como muestra la figura. El plano inclinado descansa sobre una superficie horizontal. Ambas superficies son sin fricción y ambas, el bloque y el plano, pueden moverse (ver figura).



- (a) Si el plano inclinado está fijo, halle las componentes x e y de la aceleración del bloque.

(b) Si el plano inclinado es libre de moverse:

i) Muestre que la componente x de la aceleración del bloque es

$$a_{1x} = -\frac{m_2 g \tan \varphi}{m_2 \sec^2 \varphi + m_1 \tan^2 \varphi}.$$

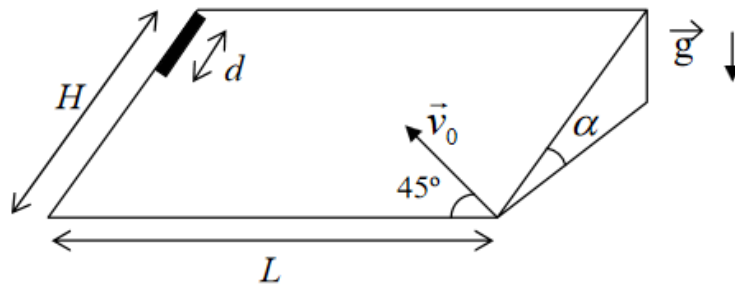
ii) Muestre que la componente x de la aceleración del plano inclinado es

$$a_{2x} = \frac{m_1 g \tan \varphi}{m_2 \sec^2 \varphi + m_1 \tan^2 \varphi}.$$

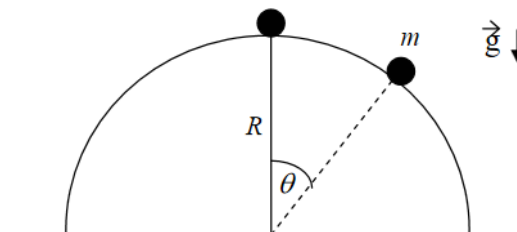
iii) Muestre que la componente y de la aceleración del bloque es

$$a_{1y} = -\frac{(m_1 + m_2)g \tan^2 \varphi}{m_2 \sec^2 \varphi + m_1 \tan^2 \varphi}.$$

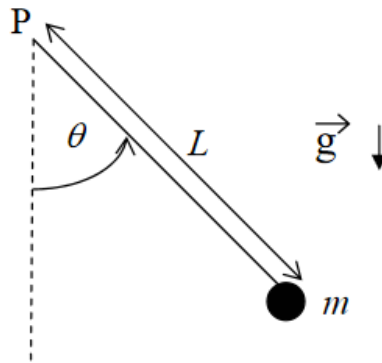
- ⑤ Una varilla de longitud d se deja caer sobre un plano inclinado sin rozamiento como se ve en la figura, con H , L y α como datos. Un segundo después se dispara un proyectil sobre el plano con una velocidad inicial \vec{v}_0 formando un ángulo de 45° con respecto a la base del plano.



- (a) Escriba las ecuaciones de Newton para el proyectil y la varilla utilizando un sistema de referencia fijo a la superficie del plano. Interprete. ¿Qué relación encuentra con el tiro oblicuo?
- (b) Calcule las aceleraciones de ambos cuerpos. Diga para qué valores de v_0 el proyectil alcanza la varilla.
- ⑥ Una masa puede deslizarse sobre una semiesfera de radio R sin fricción. Inicialmente se encuentra en reposo en $\theta = 0$.

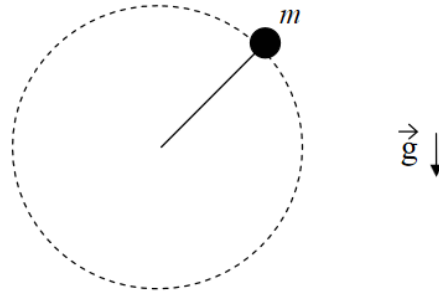


- (a) Se le da un muy pequeño impulso a la masa m de manera que empieza a moverse, pero con una velocidad inicial tan chica que puede considerarse aproximadamente cero. Calcular el ángulo θ para el cual se separa de la superficie esférica.
- (b) Si en lugar de apoyada en una esfera la masa está engarzada en un riel semi-circular sin fricción de radio R , hallar la velocidad con que llega al suelo. ¿Qué aceleración tangencial tiene la masa en ese instante?
- (c) *Si la bolita está engarzada en el riel, estime numéricamente el tiempo que tarda en llegar al suelo para $R = 1\text{ cm}$, 10 cm , 50 cm y 100 cm . Confeccione un gráfico del tiempo de llegada en función de g/R (si lo necesita, calcule el tiempo para otros valores de R).
- 7 Se tiene una partícula de masa m unida al extremo de una barra rígida sin masa de longitud L . La barra es libre de girar en el plano vertical alrededor de su otro extremo, fijo en un punto P.



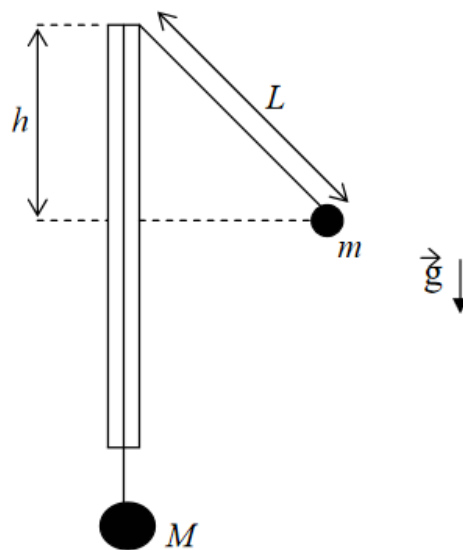
Si se conoce la velocidad v_0 de la partícula cuando pasa por el punto más bajo de su trayectoria, determine:

- (a) El ángulo θ_v para el cual la velocidad se anula.
- (b) El ángulo θ_f para el cual la fuerza que hace la barra sobre la partícula se anula. Observe que θ_f puede no existir.
- (c) ¿Bajo qué condiciones se puede reemplazar la barra por una cuerda inextensible sin modificar la cinemática de la partícula? Justifique.
- (d) *Analice el problema numéricamente para varias condiciones iniciales. ¿Qué tipo de movimiento observa? Confeccione un gráfico que muestre la dependencia del período del movimiento con su amplitud.
- 8 Considere una partícula de masa m sujeta a una varilla rígida que le comunica un movimiento circular uniforme en un plano vertical, con velocidad angular de módulo ω .

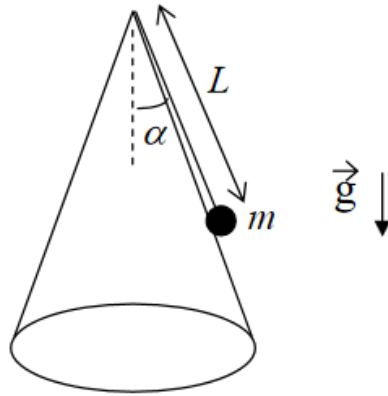


- (a) Escriba la ecuación de Newton para la partícula y las condiciones de vínculo a las que está sujeto el movimiento.
- (b) Calcule la fuerza ejercida por la barra en función del ángulo φ .

- 9 Un hilo inextensible pasa a través de un tubo delgado de vidrio y dos cuerpos de masas M y m (con $M > m$) penden de los extremos del hilo como se indica en la figura. El cuerpo de masa m realiza una trayectoria circular alrededor del tubo, en un plano horizontal, de tal forma que M permanece en reposo. El período del movimiento es T .

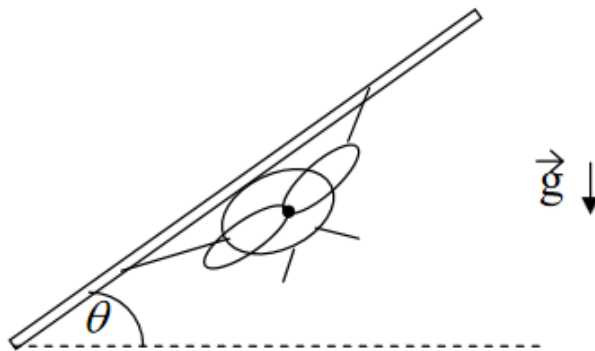


- (a) Diga cuál es el ángulo entre el hilo y el tubo en función de m y M .
- (b) Exprese el valor de L en función de T , m , M y g .
- (c) Exprese T en función de g y h .
- 10 Un cuerpo de masa m se halla apoyado sobre una superficie cónica sin fricción, colgando del extremo de una cuerda inextensible de longitud L . En el instante inicial el cuerpo rota con velocidad angular de módulo ω_0 .



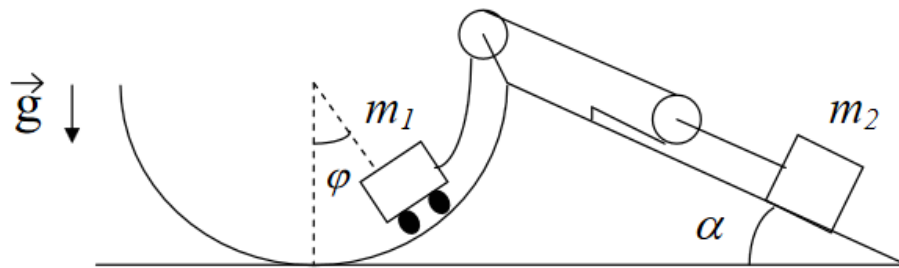
- (a) Escriba las ecuaciones de Newton y las condiciones de vínculo para la partícula.
- (b) Calcule la aceleración de la partícula.
- (c) Halle el valor de la tensión de la cuerda y de la fuerza de interacción ejercida por la superficie. Diga para qué valor de ω_0 esta última fuerza se anula.

- 11) Para que un avión que vuela con $|\vec{v}| = \text{cte.}$ pueda realizar una trayectoria circular de radio R , debe inclinar el plano de sus alas en un ángulo θ respecto de la horizontal. La fuerza de empuje aerodinámico actúa generalmente hacia arriba y perpendicular al plano de las alas.



- (a) Obtenga la ecuación que da θ en términos de $|\vec{v}|$, R y g .
- (b) ¿Cuál es el ángulo para $|\vec{v}| = 60 \text{ m/s}$ y $R = 1 \text{ km}$?

- 12) Un juego de un parque de diversiones consiste en un carro de masa m_1 que se desplaza sobre un riel semicircular de radio R carente de rozamiento. El carro es arrastrado mediante una soga que se desliza a lo largo del riel y que está enganchada a un sistema de poleas del cual cuelga un contrapeso de masa m_2 . Este contrapeso se mueve sobre un plano inclinado que forma un ángulo α con la horizontal. Considere que las sogas son inextensibles, y que las sogas y las poleas tienen masas despreciables.



- Escriba las ecuaciones de Newton y de vínculo para ambas masas.
- Diga para qué valor de φ el carro podrá permanecer en reposo.
- Encuentre la velocidad del carro como función de φ .
- *Resuelva numéricamente la ecuación de movimiento y encuentre el tiempo que tarda el carrito en subir hasta $\varphi = \pi/2$, suponiendo que $\sin \alpha = 1/2$, $m_1 = m_2$, $\varphi(0) = 0$, $\dot{\varphi}(0) = 0$.